

## 유한요소법을 이용한 유도전동기의 기동특성 해석

°김영선\*, 이복용\*\*, 이향범\*\*\*, 이기식\*

\*단국대학교 전기공학과, \*\*대우공업전문대학 전기과, \*\*\*군산대학교 전기공학과

### Transient Analysis of Induction Motors using Finite Element Method

°Young-Sun Kim\*, Bok-Yong Lee\*\*, Hyang-Beom Lee\*\*\*, Ki-Sik Lee\*

\*Dankook University, \*\*Daeyeu Technical College, \*\*\*Kunsan University

**Abstract** - In this paper, We present the transient analysis method of induction motor by TDFE(Time Domain Finite Element) method. For simulation of transient performance, Maxwell's equations are solved using 2-Dimensional TDFE method, and the circuit equations from the stator and rotor are solved simultaneously. The time derivatives are discretized with Euler scheme and the Newton-Raphson iteration method is applied to a large system of equations which are representing the whole magnetic and feeding circuit equations because of the magnetic nonlinearity of the stator and rotor core.

The presented method is applied to three phase induction motor. And we obtained the phase currents, torque and rotor position until the steady state.

### 1. 서 론

유도전동기의 사용은 오래전부터 산업계의 여러 분야에 확대되고 있다. 유도전동기의 유용성만큼이나 해석기술도 발전해 왔으며 등가회로법 및 전자기 수치해석등이 있다. 등가회로를 이용하는 경우는 계산시간이 짧다는 장점이 있지만 자성체의 비선형을 고려하기가 힘들다.

본 논문에서는 맥스웰방정식으로부터 유도되는 전자기 특성방정식과 고정자 및 회전자 회로방정식을 같이 고려하여 유도전동기의 기동특성을 해석하였다. 계의 지배방정식중의 시간미분항은 시간차분법을 사용하였다. 유도전동기 코아의 자기포화에 의한비선형성을 고려하기 위하여 뉴튼랩슨법을 이용한 비선형해석을 하였다. 에너지 입출력관계를 이용하여 발생되는 토크를 계산하고 이를 운동방정식에 대입하여, 다음상태의 회전자의 위치와 속도를 계산하였다. 또한 운동방정식으로부터 얻어진 회전자의 회전은 공극부분에 무빙밴드를 두어 임의의 각도로 회전할 수 있게 하였다.

본 논문에서 제시한 방법을 3상 4극 15Hp 유도전동기에 적용하여 해석기술의 타당성을 살펴보았다.

### 2. 해석 이론

#### 2.1 전자기 특성방정식

유도전동기와 같이 외전류가 존재하고 움직이는 물체가 있는 경우에 대해서는 다음과 같은 맥스웰방정식을 사용할 수 있다.

$$\nabla \times (\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) = - \frac{d\vec{B}}{dt} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_s + \vec{J}_e \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.3)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2.4)$$

$$\vec{J}_e = \sigma \vec{E} \quad (2.5)$$

위의 수식을 풀기 위해 다음의 조건을 만족하는 자기벡터포텐셜을 도입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (2.6)$$

$$\nabla \cdot \vec{A} = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{1}{\mu} \nabla^2 \vec{A} - \sigma \left( \frac{d\vec{A}}{dt} + \nabla \varphi + \vec{u} \times \vec{B} \right) + \vec{J}_s = 0 \quad (2.8)$$

유한요소해석시 속도항을 고려하기 위해서 회전자의 회전을 이동좌표계로 처리하였다. 그러므로 2차원해석시 식(2.8)은 다음과 같이 된다.

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2} - \sigma \left( \frac{dA_x}{dt} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) + J_{sx} = 0 \quad (2.9)$$

#### 2.2 고정자 및 회전자 등가회로

그림 2.1은 고정자 등가회로이다. 여기서,  $V(t)$ 는 외부전압원이고,  $I(t)$ 는 회로에 흐르는 전류이며,

$R$ 과  $L$ 은 저항과 외부인덕턴스이다. 또한,  $\Phi(t)$ 는 고정자 권선에 쇄교하는 자속의 양으로 등가회로와 유한요소영역을 연결하는 양이다. 고정자 부분 회로방정식은 다음과 같다.

$$V(t) = RI(t) + L \frac{dI(t)}{dt} + \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad (2.10)$$

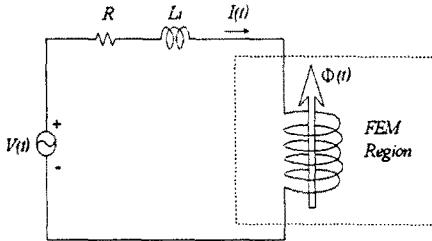


그림 2.1 고정자 등가회로

그림 2.2는 회전자 등가회로이다. 회전자부분 등가회로는 엔드링의 인덕턴스를 무시하게 되면, 회전자 봉도체와 회전자 엔드링으로 이루어지게 된다. 봉도체와 엔드링이 만나는 부분에서 KCL을 적용하고, 봉도체와 엔드링으로 구성된 루프에서 KVL을 적용하여 맥스웰방정식과 연결하면 다음과 같은 회로 방정식을 얻을 수 있다.  $r_e$ 는 봉도체와 봉도체사이의 엔드링 저항이며,  $D$ 는 관계행렬이다.

$$\frac{1}{2r_e} [D]^T [D] \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right] + \left[ \int_0 \frac{dA}{dt} d\Omega \right] + \left[ \int_0 \frac{\partial \varphi}{\partial z} d\Omega \right] \quad (2.11)$$

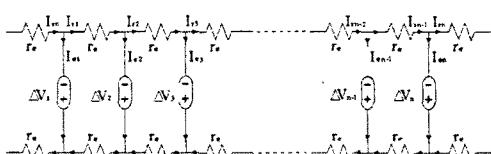


그림 2.2 회전자 등가회로

### 2.3 토크계산 및 운동방정식풀이

매순간의 토크는 유도전동기의 기계적 출력과 토크의 관계인 식 (2.12)을 이용하였다. 1차측 출력은 입력에너지에서 손실을 제외한 값으로 하였다.

$$T = \frac{P_o}{\omega_0} = \frac{P_i - I^2 R}{\omega_0} \quad (2.12)$$

여기서,  $P_i$ : 입력  $P_o$ : 출력  
 $I$ : 권선의 전류  $R$ : 권선의 저항  
 $\omega_0$ : 동기각속도  $T$ : 토크

위의 식에서 구한 토크값을 식(2.13)의 운동방정식에 대입하여 다음상태의 위치와 속도를 계산하였다.

$$J_m \frac{d^2\theta}{dt^2} + D \frac{d\theta}{dt} + T_L = T \quad (2.13)$$

여기서,  $J_m$ : 관성모멘트  
 $D$ : 댐핑계수  
 $T_L$ : 부하토크

### 3. 사례 연구

본 장에서는 2장에서 제시한 알고리즘을 3상4극 15Hp 유도전동기에 적용하였다. 그림 3.1은 해석할 전동기의 형상 및 권선의 배치를 나타내었으며, 유도전동기의 사양을 표 3.1에 나타내었다. 해석모델을 전압이 인가되었을 때부터 일정한 시간간격으로 상전류 파형, 토크파형 및 회전자의 위치와 회전자 속도를 그림 3.2부터 그림 3.6까지 도시하였다.

본 예제는 극수가 4이고, 고정자 및 회전자의 슬롯수가 48, 40으로 극수의 배수이므로 반주기 경계 조건을 이용하여 전체의 1/4만 해석하였다.

표3.1 해석할 유도전동기의 사양

마력수	15 Hp	극 수	4 극
주파수	60 Hz	인가전압	160 V
고정자 슬롯수	48	회전자 슬롯수	40
고정자 외경	210 mm	고정자 내경	134 mm
공 극	0.6 mm	병렬회로수	4
코일단수	23	축방향 길이	298.5 mm
봉도체 도전율	50 %	엔드링 도전율	50 %

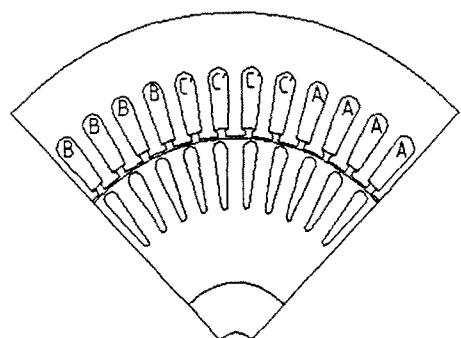


그림 3.1 해석모델의 형상과 권선 배치

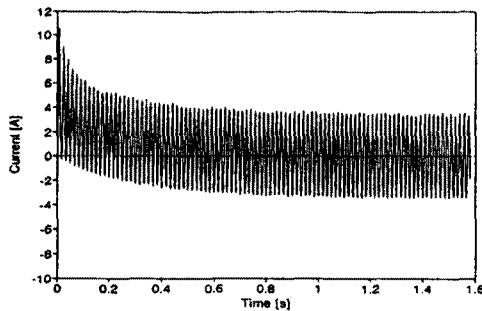


그림 3.2 A상의 전류 파형

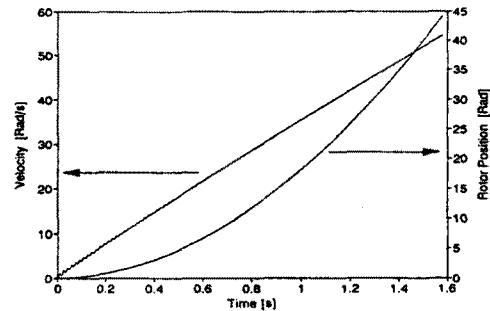


그림 3.6 회전자 위치와 속도

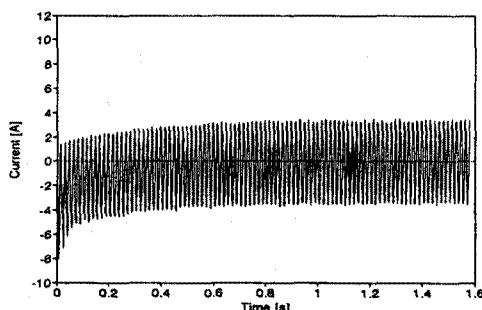


그림 3.3 B상의 전류 파형

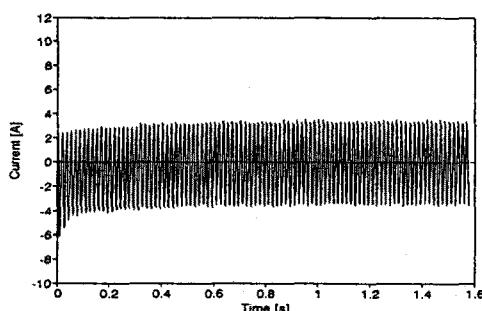


그림 3.4 C상의 전류 파형

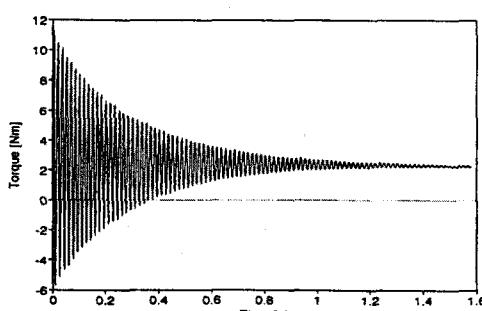


그림 3.5 기동시의 토크 파형

### 3. 결 론

본 논문에서는 유도전동기의 기동특성을 유한요소법을 사용하여 해석하는 방법을 제시하였다. 또한 해석결과로부터 구한 토크를 운동방정식에 적용함으로써 유도전동기의 기동특성을 파악할 수 있는 알고리즘을 제시하였다.

제안한 알고리즘의 유통성을 검증하기 위하여 3상 4극 15Hp 농형유도전동기에 적용하여 기동시의 전류, 토크 및 회전자위치와 속도를 계산하였다.

본 해석방법은 유도전동기의 기동특성뿐만 아니라 정상상태의 해석에도 적용될 수 있으며, 앞으로는 부하 조건에 따른 기동특성의 연구가 지속되어야 할 것으로 기대된다.

### [참 고 문 헌]

- [1] 이향범, “스큐효과를 고려한 유도전동기의 유한요소해석,” 서울대학교 박사학위논문, 1995.
- [2] Rodolfo Palma Zambrano, “Transient Analysis of Induction Machines Using Finite Elements,” Rensselaer Polytechnic Institute, June 1989.
- [3] T W Preston, A B J Reece and P S Sangha, “Induction Motor Analysis by Time-Stepping Techniques,” IEEE Trans on Magnetics, Vol. 24, No. 1, January 1988.