

## 3차원 등가자기회로망법을 이용한 영구자석의 자화분포에 따른 BLDC 모터의 코킹 토오크 해석

황 동윤, 허 진, 윤 상백, 흥 정표\*, 현 동석  
한양 대학교 전기 공학과, \*창원 대학교 전기 공학과

### Analysis of Cogging Torque in BLDC Motor Taking into account Magnetization Distribution Using 3DEMEN

D.Y. Hwang, J. Hur, S.B. Yoon, J.P. Hong and D.S. Hyun  
Dept. of Electrical Eng. Hanyang Univ., \*Dept. of Electrical Eng. Changwon Univ.

**Abstract** - This paper presents a method of reducing cogging torque and improving average torque by changing the dead zone angle of trapezoidal magnetization distribution of rotor magnet in ring type. Because brushless d.c. motor has 3D shape of overhang, 3D analysis should be used for computation of its magnet field. In this paper, Three Dimensional Equivalent Magnetic Circuit Network method (3DEMEN) which can calculate an accurate 3D magnetic field has been introduced. The method has an advantage that nonlinear magnetic phenomena can be considered and the cogging torque analyses requesting the rotation of the rotor can be performed by the variation of magnetization distribution without remesh.

#### 1. 서 론

Brushless d.c. 모터의 코킹토오크는 저속 운전시 속도제어 및 위치제어에 악영향을 미치게 된다. 일반적으로 영구자석과 전기자의 치와 슬롯 구조에 의해 발생하는 코킹 토오크는 착자된 영구자석의 자화분포의 형태에 의해 크게 의존하게 된다[1],[2]. 본 논문에서 사용된 영구자석은 링형 plastic Nd-Fe-B 자석으로써 사다리꼴 형태의 자화분포를 가진다고 가정한다. 즉, 영구자석이 원주 방향으로 일정하게 자화된 것이 아니라, 그 끝단이 약하게 착자된 dead zone을 가져 그 dead zone 각에 따른 토오크 특성을 규명하고자 한다. 적정한 dead zone 각의 책정은 현저한 코킹 토오크의 저감 및 발생 토오크의 향상을 도모할 수 있었다. 대개 영구자석 형 모터는 특성 향상을 위해 영구자석부의 길이를 1차측 적층폭보다 길게 주는 오버행이라는 3차원 형상을 고려해야 한다. 이러한 3차원적인 특성을 해석하기 위해 3차원 등가자기회로망법을 도입한다. 이 방법은 기존의 자기회로에 유한요소법의 수치적 기법을 도입하고, 분포정수로 퍼미언스를 계수로 자기스칼라 포텐셜을 사용하여 기기의

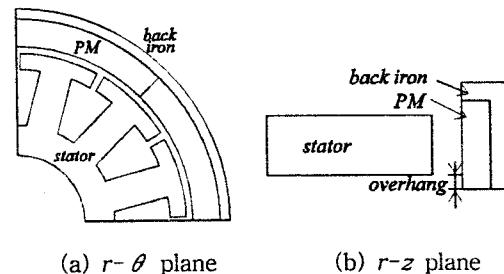


그림 1. 해석 모델

분포적 특성을 해석할 수 있는 방법이다[3]. 일반적으로 기기의 3차원 동특성 해석은 요소 재분할과정이 필요하므로 방대한 계산 시간이 요구되어진다. 본 논문에서는 이점을 개선하기 위해 2차측 영구자석부의 이동을 요소 재분할 과정 없이 영구자석의 자화 분포의 이동으로 대치시켜 코킹 토오크를 해석함으로서 계산에 드는 시간을 현저하게 줄일 수 있었다.

#### 2. 3차원 등가자기회로망법

3차원 등가자기회로망은 해석영역을 매질의 종류에 따라 나눈 후 이를 육면체의 요소로 분할하고 요소 중점에 절점을 잡은 후, 절점 사이를 각 인접 요소의 퍼미언스와 영구자석과 전기자 권선의 기자력으로 연결하여 구성되어 진다.

계변수로 자기스칼라 포텐셜을 사용하는 임의의 절점  $(i,j,k)$ 에서의  $r$  방향으로의 기본 절점방정식은 다음과 같다 [3].

$$\Phi_{r_{i,j-1,k}} = Pr_{i,j-1,k}(U_{i,j,k} - U_{i,j-1,k} + E_{i,j,k}) \quad (1)$$

$$Br_{i,j-1,k} = \Phi_{r_{i,j-1,k}} / Sr_{i,j,k} \quad (2)$$

$$E_{i,j,k} = \frac{NI}{m} \quad \text{at teeth region} \quad (3)$$

$$= \frac{M\{\theta(i,j,k)\}}{\mu_0\mu_r} r_{i,j,k} \quad \text{at magnet region} \quad (4)$$

여기서  $\Phi r_{i,j-1,k}, Br_{i,j-1,k}, Pr_{i,j-1,k}, Er_{i,j,k}, r_{i,j,k}$ ,  $Sr_{i,j,k}$  들은 두 절점  $(i,j,k)$ 와  $(i,j-1,k)$  사이의 자속, 자속밀도, 퍼미언스, 영구자석과 전기자권선의 기자력, 길이 및 단면적을 나타낸다. 그리고  $U_{i,j,k}$ ,  $M(\theta(i,j,k))$ 와  $N$  및  $m$ 은 절점  $(i,j,k)$ 에서의 자기스칼라 포텐셜, 영구자석의 자화 분포량과 권선수 및 치부의  $r$  방향으로의 요소 수에 해당한다.

$$\begin{aligned} & \Phi\theta_{i-1,j,k} + \Phi\theta_{i+1,j,k} + \Phi\theta_{i,j-1,k} + \Phi\theta_{i,j+1,k} \\ & + \Phi z_{i,j,k-1} + \Phi z_{i,j,k+1} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)은 절점  $(i,j,k)$ 에서의 자속연속 조건식이다. 식 (1)~(4)의 기본 절점 방정식을 식(5)에 대입하면 식(6)과 같이 절점  $(i,j,k)$ 에서의 절점 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & (P\theta_{i-1,j,k} + P\theta_{i,j,k} + Pr_{i,j-1,k} + Pr_{i,j,k} + Pz_{i,j,k-1} \\ & + Pz_{i,j,k}) U_{i,j,k} - P\theta_{i-1,j,k} U_{i-1,j,k} - P\theta_{i+1,j,k} U_{i+1,j,k} \\ & - Pr_{i,j-1,k} U_{i,j-1,k} - Pr_{i,j,k} U_{i,j+1,k} - Pz_{i,j,k-1} U_{i,j,k-1} \\ & - Pz_{i,j,k} U_{i,j,k+1} = Pr_{i,j-1,k} E_{i,j-1,k} - Pr_{i,j,k} E_{i,j,k} \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)을 모든 절점에 대해 적용하면 식 (7)의 계행렬방정식을 얻을 수 있다.

$$[P]\{U\} = \{F\} \quad (7)$$

$[P]$ : 퍼미언스 계수행렬     $\{U\}$ : 절점 자위행렬

$\{F\}$ : 구동 행렬

(전기자권선 및 영구자석의 기자력×퍼미언스)

식 (7)에 주기경계 조건을 적용하여 미지절점의 자기 스칼라 포텐셜값을 구하여 기본 절점방정식으로부터 기기 각 부분의 자속과 자속밀도를 계산한다. 토오크는 식 (8)의 맥스웰 응력법으로 계산하였다.

$$\vec{T} = \int_S \left\{ \mu_0 (\vec{H} \cdot \vec{n}) \cdot (\vec{r} \times \vec{H}) - \frac{\mu_0}{2} \vec{H}^2 \cdot (\vec{r} \times \vec{n}) \right\} \cdot d\vec{S} \quad (8)$$

### 3. 요소 재분할 과정 없는 이동방법

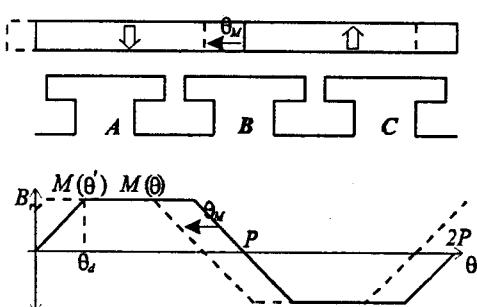


그림 2. 회전각에 따른 영구자석 자화분포 변화  
( $P = 45^\circ$ )

영구자석의 자화분포는 다음과 같다.

$$M(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2pB_r}{n^2 \pi^2 \theta_d} \left\{ \sin \frac{\theta_d n \pi}{p} - \sin n \pi + \sin \left( \frac{p-\theta_d}{p} n \pi \right) \right\} \times \sin \frac{n \pi}{p} \theta \quad (9)$$

$$M(\theta') = M(\theta - \theta_M) \quad (10)$$

여기서  $\theta_d, B_r, \theta_M$ 은 영구자석의 dead zone 각, 잔류 자속밀도 및 2차축 회전각이다. 그럼 2에서 보는 것과 같이 2차축 회전자가 회전시 실제 해석영역에서 변하는 양은 영구자석의 자화 분포량만이 변하며 그에 따른 해석에 필요한 주기조건은 계속 성립하게 된다. 따라서 회전자가 회전할 때, 매 회전 상태마다의 자속밀도나 토오크 등의 양을 계산시 요소 재분할의 과정을 거치지 않고 해석영역내의 요소분할 상태를 그냥 두고 영구자석의 자화 분포량을 식(10)와 같이  $M(\theta)$ 에서  $M(\theta')$ 로 바꾸어 가며 해석을 계속 수행할 수가 있다.

### 4. 해석 결과

그림 3과 4는 영구자석의 dead zone 각이  $4.5^\circ$  일 때의  $r-\theta$  평면과 치를 포함하는  $r-z$  평면에서의 자속밀도의 벡터분포이다. 2차원 해석에서는 볼 수 없는 공극에서의 적층방향으로 누설자속을 그림 4에 나타내었다.

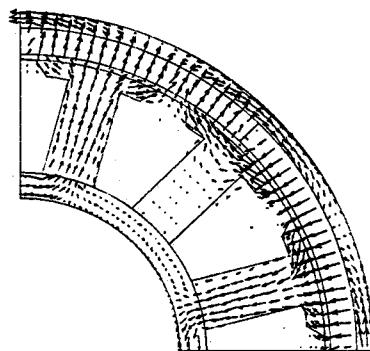


그림 3.  $r-\theta$  평면에서의 자속밀도 벡터분포

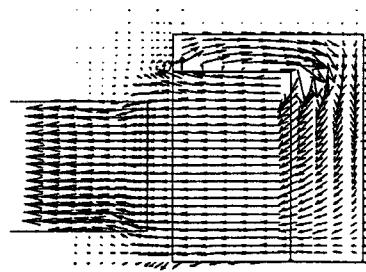


그림 4.  $r-z$  평면에서의 자속밀도 벡터분포

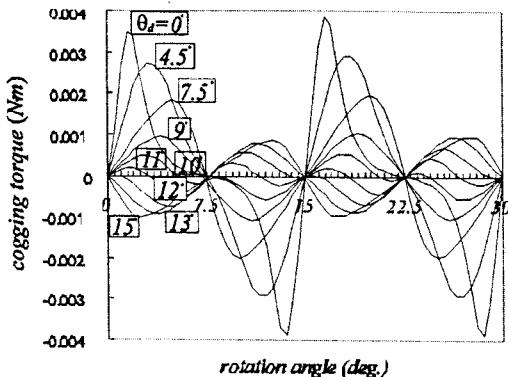


그림 5.  $\theta_d$ 변화시 회전각에 따른 코깅 토크 변화

그림 5는 앞에서 언급한 이동방법을 이용하여 dead zone 각  $\theta_d$ 의 증가에 따른 코깅 토크의 변화 양상을 보여 주고 있다. 이때 코깅 토크는 15°의 주기를 가지며,  $\theta_d=10^\circ$  근방까지는 감소하고 그 이후로는 그 크기의 방향이 역전되어 얼마간 증가되는 양상을 볼 수가 있다. 따라서 본 해석에 사용되어진 모델일 경우  $\theta_d$ 가 10°에서 11° 사이에서 가장 현저한 코깅 토크의 저감 효과를 얻을 수가 있었다.

그림 6은 3상 정현파 방식으로 모터에 전류가 인가되어질 때 dead zone 각에 따른 발생 토크와 radial force의 변화를 보여주고 있다. dead zone 각이 증가함에 따라 공극의 유효자속이 감소하여 radial force는 감소하게된다. 그러나 그림 7에서 보는 것과 같이 dead zone 각이 대략 13° 부근에서 공극 자속밀도 과정이 정현파에 가까워져 그때 발생 토크가 최대의 값을 갖게 됨을 볼 수가 있게 된다.

따라서, 주어진 BLDC motor가 3상 정현파 구동시 영구자석의 자화분포의 dead zone 각을 10°에서 13° 사이로 차자시킬 때 적정한 코깅 토크의 저감 및 발생 토크의 향상을 얻을 수 있음을 알 수가 있었다.

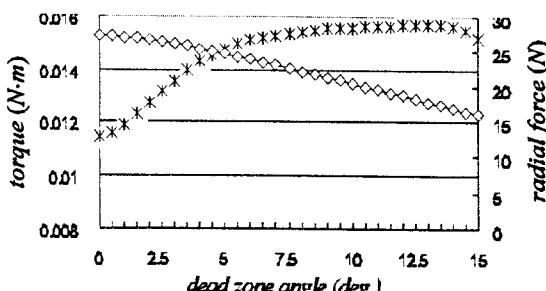


그림 6.  $\theta_d$ 에 따른 발생 토크와 radial force 변화

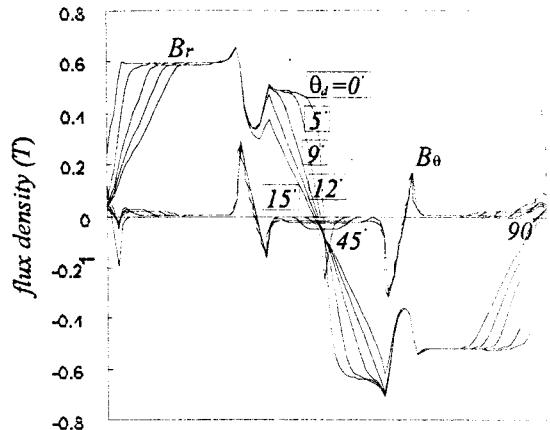


그림 7.  $\theta_d$ 변화시 공극에서의 자속밀도 분포.

## 5. 결 론

본 논문에서는 오버행이라는 3차원 형상을 갖는 Brushless d.c. motor를 해석하기 위해 기존의 자기 등가회로에 수치적 기법을 도입한 3차원 등가자기 회로망법을 이용하였다. 또한, 3차원 동자장 해석이나 코깅 토크 계산 등을 위해 기존에 사용된 3차원 유한요소법이 요소 재분할에 따른 방대한 계산 시간의 단점을 극복하기 위해, 회전자의 회전을 영구자석 자화분포의 회전으로 대치시켜 계산에 소요되는 시간을 현격히 줄일 수 있었다. 사용된 영구자석의 차자형태를 사다리꼴 자화분포로 가정하고 그때의 dead zone 각에 따른 코깅 토크와 발생 토크의 변화를 확인하고 적정한 dead zone 각의 책정이 모타 성능향상에 기여함을 확인하였다.

## [참 고 문 헌]

- [1] T.Nakada, N.Takahashi, "Analysis of magnetic characteristics of brushless dc motor taking into account the distribution of magnetization," *IEEE Trans on Magn.*, vol. 22, NO.5, November 1994.
- [2] Y. KAWASE, T. YAMAGUCHI, "Analysis Cogging Torque of Permanent Magnet Motor by 3-D Finite Element Method," *IEEE Trans on Magn.*, Vol.31, NO.3, May 1995.
- [3] J. Hur, S. B. Yoon, D. Y. Hwang and D. S. Hyun, "Analysis of PMLSM Using Three Dimensional Equivalent Magnetic Circuit Network Method," *IEEE, Trans on Magn.*, press in september, 1997