

유한요소법과 개선된 ( $\mu + \lambda$ ) Evolution Strategy를  
이용한 PM동기 전동기 Cogging Torque 저감을 위한  
영구 자석 최적 설계

河敬德<sup>\*</sup> · 申判錫<sup>\*</sup>

\*弘益大學校 大學院 電氣工學科

Optimal Shape Design of Permanent Magnet for PM Synchronous Motors  
Cogging Torque Reduction

using Improved ( $\mu + \lambda$ ) Evolution Strategy and FEM

Kyoung Duck Ha · Pan Seok Shin

Dept. of Electrical Engineering, Hong Ik University.

**Abstract** – The analysis of the permanent magnet type synchronous motor is performed by using the finite element method (FEM).

The optimal design of the permanent magnet is presented for minimizing cogging torque in this paper. The cogging torque is expressed in terms of scalar potential computed by the virtual work formula. The minimization of cogging torque is achieved by using the ( $\mu + \lambda$ ) Evolution Strategy (ES) and the selected flux densities are used to a constraint.

### 1. 서 론

회전자의 표면에 영구 자석을 부착한 동기 전동기는 구조가 단순하여 관리가 편리하며 고효율의 특성을 나타내는 이유로 다양한 시보구동 장치로 응용 개발되어, 현재 산업계의 각 분야에서 사용되고 있다. 특히 기존의 메카트로닉스(Mechatronics) 분야에서 독보적인 위치를 차지하던 직류 서보진동기를 영구 자석 교류 서보 전동기로 대체하기 위해 많은 연구가 진행되고 있다. 이러한 영구 자석 전동기의 서보 성능 향상을 위한 연구로 고정자에 폐슬롯 구조, 회전자에는 고성능의 회토류 자석을 이용한 논문이 다수 발표되고 있다.[1]

일반적으로 영구 자석에 의한 코깅토오크 저감법으로 공극의 길이를 크게 하거나, 슬롯의 개방을 최소로하거나 영구 자석 또는 고정자를 Skew하는 방법, 자극의 모서리 부를 깎아 낸다거나 자극의

자화상태를 변화시키거나 낮은 자속밀도를 갖는 자석을 사용하는 등의 방법을 사용하고 있다.[2]

본 논문에서는 위의 여러 가지 방법 중에서 공극의 자속밀도를 변화시키는 방법을 이용하였으며, 초기 모델을 놓고 유한 요소법을 사용하여 영구 자석과 고정자사이의 공극에서의 자속밀도를 계산하고, 공극에서의 자속밀도 분포를 관찰하여 공극에서의 자속밀도를 보다 정현적으로 만들도록 코깅토오크를 저감시키도록 하는 것을 목적으로 하고, 구속 조건으로 각 설계 변수에 대해 자속밀도 변화의 상, 하한치를 설정하였으며 영구 자석의 표면에 설계 변수를 설정하여 목적 함수를 구성후 구속 조건을 만족하는 설계 변수를 탐색하기 위해 유한요소법 해석을 반복하여 영구 자석의 표면에서 자속밀도 분포가 가장 정현적인 분포를 갖는 영구 자석의 최종 형상을 선택하였다.

### 2 ES와 FEM의 Algorithm

#### 2.1 ( $\mu + \lambda$ ) Evolution Strategy의 적용

Evolution Strategy는 기술적 최적화의 문제에 자연계의 변이, 선택(생존 능력이 높은 것만 살아남는), Annealing의 원리를 본떠 만든 것이다. 최초의 부모 세대가 존재하면 각 세대에 있어서 자식 세대는 부모 세대 유전자의 무작위적 변화에 의해 탄생한다. 여기서의 변이는 자식 변수의 vector에 디차원 vector를 더함으로서 발생되며, 디차원 vector는 임의의 방향과 길이를 갖는데 임의의 길이는 자식의 특성에 따르는 step length를 의미한다. 목적 함수의 변이 단계 이후 자식 세대를 모두 재평가하여 생존

능력이 높은 자식들로 이루어진 새로운 부모 세대를 구성한다.  $\mu$ 를 부모들의 수,  $\lambda$ 를 자식들의 수라 놓으면,  $(\mu + \lambda)$  evolution strategy에서의 선택과 교환은  $\mu$ 명의 부모와  $\lambda$ 명의 자식들로부터 부모세대를 중심으로 한 변화 가능성을 고려하여 다음 세대가 선택되는 방법으로 이루어진다.

먼저 설계하고자 하는 model의 설계변수와 목적함수, 그리고 초기 변위 step length를 결정한 다음 유한요소법을 이용하여 해석을 하여 얻어진 목적함수값을 초기에 설정한 목적함수값이 초기에 설정한 목적값과 비교하여 설정한 값의 범위에 도달하면 변화량의 값을 판단하여 설정한 구속조건값에 도달하면 끝내고 목적함수값이 초기값과 비교하여 설정한 값(수렴도  $1e-6$ )의 범위에 도달하지 못했으면 현재 설계변수중에서 가장 우수한 설계변수만을 선택하여 ES를 적용하고 다시 유한요소해석을 하여 값을 비교하는 방법을 사용한다. 본 논문에서는 부모와 자식의 수가 다수로 이루어진 경우를 이용하였으며, 전체적인 알고리즘의 흐름도는 그림 1과 같다.

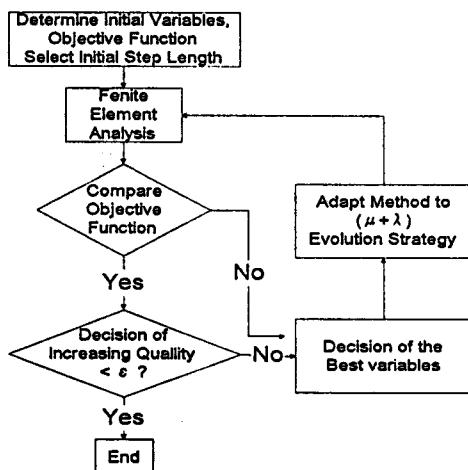


그림 1 최적화 알고리즘의 흐름도

## 2.2 유한요소법을 통한 정식화

영구 자석을 포함하는 정자계의 지배 방정식을 도출하기 위한 Maxwell 방정식과 보조 방정식은 아래와 같다.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_0 \quad (4)$$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (6)$$

여기서,

$\vec{H}$  : 자계강도(A/m)

$\vec{J}_0$  : 전류밀도(A/m<sup>2</sup>)

$\vec{M}$  : 자화강도(A/m)

$\vec{B}$  : 자속밀도(Wb/m<sup>2</sup>)

를 의미하며, 식 (4), (5), (6)을 자기 벡터 포텐셜  $\vec{A}$ 를 사용하여 영구자석이 포함된 정자계의 지배방정식을 나타내면

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \right) = \vec{J}_0 - \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{M} \quad (7)$$

과 같이 된다.

## 2.3. Torque의 계산

본 논문에서는 cogging torque를 계산하기 위하여 virtual work method을 사용하였다.

정자장 문제에 있어 유한요소법을 이용, 해석하고자 할 경우, 자계강도는 자기 스칼라 포텐셜을 이용하여 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\vec{H} = -\nabla \phi \quad (8)$$

해석하고자 하는 영역을 유한 요소를 이용하여 이산화 하게 되면, 각 절점에서 자기 스칼라 포텐셜은 형상 합수로 가중된 선형의 대수합으로 표현할 수 있으며 자기 에너지를 고려하면.

$$\phi(x, y) = \sum a_i(x, y) \cdot \phi_i(x, y) \quad (9)$$

$$W = \sum_E \int_{v'}^{\eta} \int_0^{\eta} \vec{B} d\vec{d} \vec{H} dv \quad (10)$$

이때 힘과 토크는

$$\vec{F} = \frac{\partial W}{\partial S} = \sum \left\{ \int_{v'}^{\eta} \vec{B} \partial \frac{\vec{H}}{\partial S} dv + \int_{v'}^{\eta} \int_0^{\eta} \vec{B} d\vec{d} \vec{H} \frac{\partial}{\partial S} dv \right\} \quad (11)$$

$$\vec{T} = \frac{\partial W}{\partial \theta} = \sum \left\{ \int_{v'}^{\eta} \vec{B} \partial \frac{\vec{H}}{\partial \theta} dv + \int_{v'}^{\eta} \int_0^{\eta} \vec{B} d\vec{d} \vec{H} \frac{\partial}{\partial \theta} dv \right\} \quad (12)$$

와 같이 나타낼 수 있다.[4]

### 3. Simulation 결과검토 및 결론

영구 자석 표면의 설계 변수는 50 ~ 55.5 [mm]의 범위에서 변화시켰으며 영구자석의 잔류 자속밀도는 0.37[Tesla]를 사용하였고, 목적함수로 공극에서의 자속밀도를 0.25[Tesla]이 하도록 설정하였다. 해석에 사용된 전동기의 세원은, 고정자 외경 100[mm], 회전자의경 50[mm], 회전자의 길이는 56[mm]로 설정하였다. 본 논문에서 사용된 Model을 그림 1에 나타내었다.

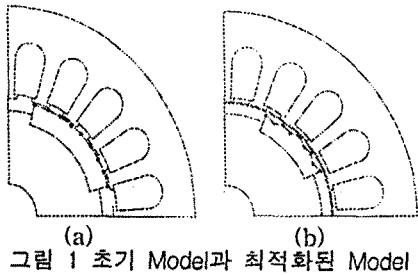


그림 1 초기 Model과 최적화된 Model

초기실험단계에서 설계변수의 개수를 16개로 설정하여 하였으나, 수렴 및 반복계산의 시간이 상대적으로 많이 소비되어 설계변수의 개수를 9개로 설정하게 되었다. 또한 각각의 설계변수는 약 3000번의 반복계산을 통해 수렴된 값을 사용하여 최종model을 결정하였다.

본 Simulation을 통해 자극표면의 자속밀도를 변화시키는 방법을 이용하여, 제약 조건을 만족하면서 코깅토오크를 저감하는 영구 자석의 형상은 그림 1의 (b)와 같았으며, 코깅토오크의 변화는 그림 3과 같다.

그림 3에서 알 수 있듯이 공극에서의 자속밀도가 초기 0.34[Tesla]에서 0.24[Tesla]로 변화하였으며, 그림 3을 살펴보면 공극에서의 자속밀도 분포가 변화됨으로써 코깅토오크가 0.28[N.m]에서 0.165[N.m]로 저감되었음을 확인(5° 회전시)할 수 있었다. Model의 해석은 유한요소법과 수렴 특성이 우수한 ( $\mu + \lambda$ ) ES를 사용하였다. 향후 연구를 통해 설계변수의 개수를 좀더 늘리는 방식을 보완하면 산업현장에서 응용할 수 있는 보다 실제적인 Algorithm을 확립할 수 있을 것으로 판단된다.

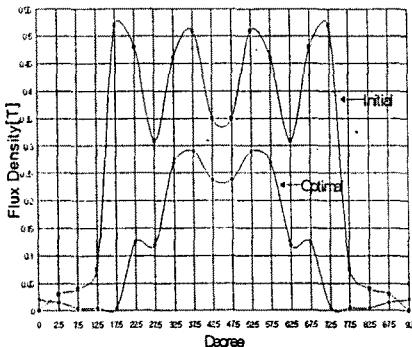


그림 2 자속밀도의 변화

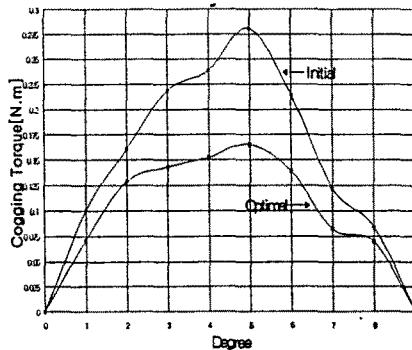


그림 3 Cogging torque 변화

#### [ 참고문헌 ]

- [1] J. S. Chun, H. K. Chung " Shape Optimization of closed type permanent magnet motor for cogging torque reduction using Evolution Strategy ", Trans of KIEE Vol.45, No.6., June 1996
- [2] J. R. Hendershot Jr & TJE Miller, " Design of brushless Permanent Magnet Motors ", Chap 4.
- [3] Manfred Kasper, " Shape Optimization by Evolution Strategy ", IEEE Transaction on Magnetics, Vol.28.No.2., March 1992
- [4] J. L. Coulomb & G. Meunier, " Finite Implementation of virtual work principle for magnetic or electric force and torque computation ", IEEE Transaction on Magnetics, Vol. MAG-20.No.5., September 1984