

## 적응형 PID 제어를 이용한 비선형 시스템 제어에 관한 연구

\*조 현 철, 김 성 훈, 이 영 진, 이 권 순  
동아대학교 전기공학과

### A Study on Nonlinear System Control Using Adaptive PID Control

\*Hyun C. Cho, Seong H. Kim, Young J. Lee and Kwon S. Lee  
Dong-A University, Pusan, Korea

**Abstract** - In this paper, we applied self-tuning controller with I-PD type to process with time delays. Process parameters are estimated by the recursive least squares algorithm, and optimal gains are obtained. This paper shows self-tuning controller with I-PD type performs better than that of general PID type for the nonlinear system with sudden change of set-points.

#### 1. 서 론

산업현장에서 아직까지 폭넓게 사용되고 있는 PID 제어기는 구조가 간단하여 구현하기가 쉬우며 광범위한 프로세서에 대해서도 동작이 안정하여 제어성능을 효율적으로 유지할 수 있는 장점을 지니고 있다. PID 제어를 설계할 때 중요한 것은 비례(Proportional), 적분(Integral), 미분이득(Derivative gain)을 결정하고 조정하는 것이다. 이런 이득들을 구하고 조정하는 고전적인 방법으로는 Ziegler-Nichols법, 수정 Ziegler-Nichols법, Chien Hrones Reswick법 등이 많이 이용되고 있다[1]. 그러나 이러한 방법들은 시스템 파라미터를 정확히 알아야 만족스러운 제어 성능을 얻을 수 있으며, 만일 동작 중에 시스템 파라미터들이 변하면 제어기 이득을 다시 조정해 주어야 할 뿐만 아니라, 제어 루우프가 많은 산업 시스템의 경우 각 루우프 별로 PID 제어기 이득을 조정해 주어야 하는 어려움 등이 있다.

특히, 보일러와 같은 온도제어 시스템은 시간경과와 더불어 설정치(Set-point)가 계속 변화하고 있으므로 이론적으로는 PID 제어기 이득들을 꾸준히 조정해 주어야만 한다. 그러나, 이러한 시스템은 대부분 비선형성(Nonlinearity)을 가지고 있기 때문에 어느 특정한 부하에서 최적제어가 되도록 설정한 값이 다른 부하에서도 그 값이 최적값이라는 보장을 할 수 없으므로 실제로 어떤 값으로 조정을 해

야 할 것인가는 실제 현장에서 대단히 중요한 문제 중의 하나이다.

따라서, 프로세서 환경의 변화와 비선형 시변 동특성을 갖는 시스템에서 최적의 기능을 수행하기 위해서는 수시로 제어기의 파라미터를 재조정해야 하므로 이를 온-라인(On-line)으로 자동 조절할 수 있는 적응제어기법(Adaptive control techniques)이 많이 요구되고 있다. 또한, 적응제어기법을 이용한 대표적인 제어기 형태인 자기동조 제어기(Self-tuning controller)는 프로세서의 특성을 온-라인으로 파악하고 원하는 출력(제어변수)을 얻을 수 있도록 조작변수를 스스로 조정하므로 미지의 프로세서나 비선형 시스템 제어에 적합하여 최근 다양한 분야에서 그 유용성이 입증되고 있다[2].

그러나, 적응제어기법이 산업 현장에 아직까지 널리 보급되지 않은 이유는 적응제어 기법 자체의 한정성과 현대 제어이론의 적용 결과에 따른 경제적 효과를 예측하기 힘들며, 초기에 모델의 구조, 파라미터 초기치 및 한계치 등이 전문가적 지식기반에 의해 주어져야하므로 현장 기술자가 이용하기에 쉽지 않다는데 있다.

본 논문에서는 다양한 설정치 변화에 적합한 I-PD 구조를 가지는 자기동조 제어기를 시간지연을 갖는 비선형 시스템에 적용하여, 산업현장에서 온-라인으로 적응제어기법을 보다 효율적으로 활용할 수 있는 방안을 검토하고자 하며, 기존의 일반적인 PID 구조를 갖는 자기동조 제어기와도 비교하여 그 우수성을 보이고자 한다.

#### 2. 본 론

##### 2.1 자기동조 제어기

일반적인 자기동조 제어기의 블록 다이어그램은 그림1과 같다. 시스템 파라미터는 공정의 입력과 출력으로부터 온-라인으로 여러가지 파라미터추정(Parameter estimation)법을 이용하여 예측된다. 제

여기는 평가함수(Performance function)가 최소가 되도록 예측된 파라미터를 이용하여 조작변수를 계산한다. 프로세서의 동특성 모델은 다음과 같은 CARMA(Controlled Auto-Regressive Moving Average) 모델로 하였다[3,4].

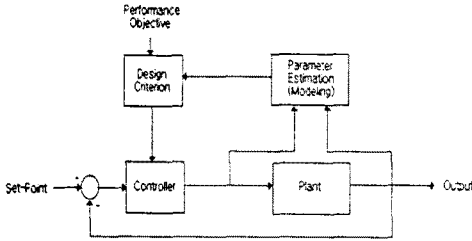


그림 1. 자기동조제어기의 블록다이어그램

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t-d) + C(z^{-1})\zeta(t) \quad (1)$$

여기서,  $y(t)$ 는 측정출력,  $u(t)$ 는 제어입력,  $\zeta(t)$ 는 백색잡음,  $d$ 는 지연시간,  $t$ 는 샘플링 시간이다.

$A(z^{-1}), B(z^{-1}), C(z^{-1})$ 은 지연연산자  $z^{-1}$ 의 항으로 표시되는 아래와 같은 다항식이다.

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_nz^{-n} \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_nz^{-n} \\ C(z^{-1}) &= 1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \dots + c_nz^{-n} \end{aligned} \quad (2)$$

본 논문에서는 Gawthrop와 Clarke가 제안한 최소분산법인 출력  $y(t)$  대신에 보조출력  $\phi(t)$ 의 분산을 최소화하는 방법을 이용하였다[4]. 보조출력  $\phi(t)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\phi(t) = P(z^{-1})y(t) + Q(z^{-1})u(t-d) - R(z^{-1})r(t) \quad (3)$$

여기서,  $r(t)$ 는 기준입력이고  $P(z^{-1}), Q(z^{-1}), R(z^{-1})$ 은 제어시스템의 성능을 결정하는 데 중요한 역할을 하는 함수로 사용자가 임의로 선택할 수 있으며 다음과 같은 전달함수로 나타난다.

$$\begin{aligned} P(z^{-1}) &= P_n(z^{-1})/P_d(z^{-1}) \\ Q(z^{-1}) &= Q_n(z^{-1})/Q_d(z^{-1}) \\ R(z^{-1}) &= R_n(z^{-1})/R_d(z^{-1}) \end{aligned} \quad (4)$$

식 3에서  $Q(z^{-1})u(t-d)$ 와  $R(z^{-1})r(t)$ 는 알고 있는 값들이므로  $\phi(t)$ 를 예측하는 문제는 다음과 같이 바꿀 수 있다.

$$\phi_y(t) = P(z^{-1})y(t) \quad (5)$$

이 식을 이용하여 프로세서를 표현하는 파라미터를 추정하고 제어입력  $u(t)$ 를 구한다. 본 논문에서는 파라미터추정을 순환 최소 자승법(Recursive Least Squares Method)을 이용하였고 제어입력을 구하는 절차는 다음과 같다.

1) 예측출력(Predictive output)

$$\hat{\phi}_y(t) = x^T(t)\hat{\theta}(t-1) \quad (6)$$

2) 이득행렬(Gain matrix)

$$K(t) = P(t-1)x(t)[I + x^T(t)P(t-1)x(t)]^{-1} \quad (7)$$

3) 파라미터 추정

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t)[y(t) - x^T(t)\hat{\theta}(t-1)] \quad (8)$$

4) 공분산(Covariance)

$$P(t) = (I - K(t)x^T(t))P(t-1) \quad (9)$$

5) 제어입력

$$u(t) = \frac{R(z^{-1})r(t) - \hat{F}(z^{-1})y_f(t)}{\hat{C}(z^{-1}) + Q(z^{-1})} \quad (10)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t) &= [\hat{f}_0(t), \hat{f}_1(t), \dots, \hat{f}_n(t), \hat{g}_0(t), \hat{g}_1(t), \dots, \hat{g}_{n_s}(t)] \\ x^T(t) &= [y_f(t-1), y_f(t-2), \dots, u(t-1), u(t-2), \dots] \\ y_f(t) &= P_d(z^{-1})^{-1}y(t) \end{aligned}$$

## 2.2 I-PD 구조를 가지는 자동동조 제어기

일반적인 PID 제어기의 속도형은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \Delta u(t) &= K_p(e(t) - e(t-1)) + K_I e(t) \\ &\quad + K_D(e(t) - 2e(t-1) + e(t-2)) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서,  $\Delta = 1 - z^{-1}$ ,  $e(t) = r(t) - y(t)$ 이고  $K_p$ 는 비례이득,  $K_I$ 는 적분이득,  $K_D$ 는 미분이득이다. 위의 식 10의 제어입력이 식 11과 같은 PID 구조를 갖기 위해서는 다항식  $\hat{F}(z^{-1})$ 의 차수가 2가 되도록 선정해야한다. 또한  $Q(z^{-1})$ 은 설계자가 임의로 선택할 수 있으므로 제어법칙에 적분동작이 들어가도록 다음과 같이 선택한다.

$$\frac{\Delta}{\nu} = \hat{C}(z^{-1}) + Q(z^{-1}) \quad (12)$$

$\nu$ 는 제어기를 동조시키는 데 편리한 수단을 제공하는 설계 파라미터로서 상수로 둔다. 그리고 출력  $y(t)$ 와 기준입력  $r(t)$ 가 정상상태에서 일치하도록 다음과 같이 선정한다.

$$R(z^{-1}) = H_0 = \sum_{i=0}^{n_s} \frac{F_i(z^{-1})}{P_d(1)} \quad (13)$$

식 12와 13을 이용하여 식 11을 다시 쓰면,

$$\Delta u(t) = \nu(H_0 r(t) - (\hat{f}_0 + \hat{f}_1 z^{-1} + \hat{f}_2 z^{-2})y_f(t)) \quad (14)$$

와 같이 되고 이것은 PID 구조를 가지는 자기동조 제어기의 제어입력이 된다. 그리고 PID 이득은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} K_I &= \frac{\nu(\hat{f}_0 + \hat{f}_1 + \hat{f}_2)}{P_d(1)} \\ K_P &= \frac{-\nu(\hat{f}_1 + 2\hat{f}_2)}{P_d(1)} \\ K_D &= \frac{\nu\hat{f}_2}{P_d(1)} \end{aligned} \quad (15)$$

식 14는 일반적인 속도형 PID 제어기의 제어입력으로써 이 알고리즘을 사용하는 경우에 있어 설정치 변경에 즈음하여 미분동작을 위해서 출력의 급변이 생길 수 있다. 이것은 운전상 바람직하지 않

으며, 이것을 피하기 위해 설정치 변경에 대해 미분동작을 작동하지 않게 한 미분선행형 PID 제어기와 설정치 변경에 대해 비례동작을 억제하는 I-PD 제어기가 있다[5].

본 논문에서는 식 16과 같은 I-PD 구조를 가지는 자기동조제어기를 구현하여 일반적인 PID 구조를 갖는 자기동조 제어기와 비교 분석하였다.

$$u_{I-PD}(t) = K_I e(t) - K_P (y(t) - y(t-1)) - K_D (y(t) - 2y(t-1) + y(t-2)) \quad (16)$$

### 2.3 시뮬레이션 및 결과 검토

I-PD 구조를 갖는 자기동조제어기의 성능을 살펴보기 위하여 식 17과 같은 시간지연을 갖는 비선형 시스템에 적용하였다.

$$y(t) = 1.6y(t-1) - 0.8y(t-2) + 1.5u(t-3) + 0.5u(t-4) \quad (17)$$

초기과정에서 과거의 입력과 출력값은 1로 하였고  $\hat{\theta}(0)$ 의 값은 0으로 하였다. 설계 파라미터  $\nu$ 는 0.01로 하였고  $P_d(z^{-1})=1, P_n(z^{-1})=1-0.3z^{-1}$ 로 정의하였다. 기준입력을 1과 10사이에서 100초마다 변하는 구형파로 400초까지 수행하였고 그림 2와 그림 3은 각각 일반적인 PID 구조를 갖는 자기동조 제어기와 I-PD 구조를 갖는 자기동조 제어기에 대한 출력과 입력에 대한 파형을 도시하였다. 설정치가 변화하는 구간에서 I-PD 구조의 제어기가 일반형 PID 구조를 갖는 제어기보다 우수한 성능을 나타내고 있다.

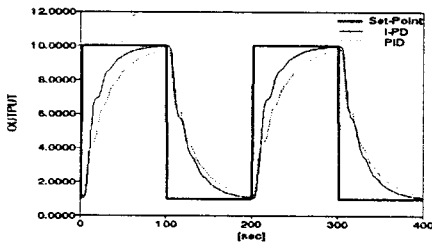


그림 2. 일반형 PID와 I-PD 구조를 갖는 자기동조 제어기의 출력파형

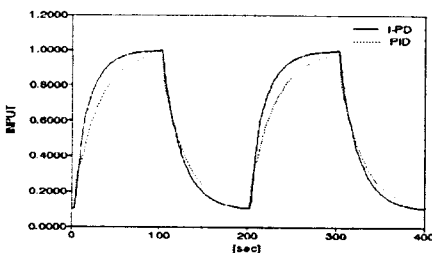


그림 3. 일반형 PID와 I-PD 구조를 갖는 자기동조 제어기의 입력파형

### 3. 결 론

본 논문에서는 I-PD형 구조를 갖는 자기동조 제어기를 시간지연을 갖는 비선형 시스템에 적용하여 제어성능이 우수함을 보였다. 먼저 프로세서의 파라미터값들을 순환 최소 자승법으로 프로세서의 파라미터값을 추정하고 최적의 PID 이득값을 동조한 후 프로세서를 제어하였다.

또한, 본 시뮬레이션을 통하여 I-PD형 자기동조 제어기가 설정치 변화에 대한 응답특성이 다소 좋은 결과를 얻으므로써 적응제어기법의 온-라인 적용 가능성을 알 수 있었다. 그러나, 실제로 지연시간을 갖는 비선형 시스템의 경우 설정치 변화에 따른 프로세서의 응답속도도 매우 중요하므로 앞으로 이를 개선할 연구가 따라야 할 것이다.

### [참 고 문 헌]

- [1] Yoshikazu Nishikawa, Nobuo Sannomiya, Tokuji Ohta and Haruki Tanaka, "A Method for Auto-tuning of PID Control Parameters," *Automatica*, Vol. 20, No. 3, pp. 321-332, 1984.
- [2] Karl J. Aström and Björn Wittenmark, "Adaptive Control," Addison-Wesley, pp. 41-81, 1995.
- [3] Karl J. Astrom and Bjorn Wittenmark, "On Self Tuning Regulators," *Automatica*, Vol. 9, pp. 185-199, 1973.
- [4] F. Cameron and D. E. Seborg, "A self-tuning controller with a PID structure," *INT. J. CONTROL*, Vol. 38, No. 2, pp. 401-417, 1983.
- [5] 김동화, 이은웅, "PID제어기 튜닝 기술에 대한 연구현황과 전망," *전기학회지*, Vol. 44, No. 5, pp. 13-23, 1995.