

비선형시스템의 관측기 제어기 조합 설계에 관한 연구

이 춘근*, 양 해원
한양대학교 전기공학과

A Study on the Design of Interlaced Controller-Observer for Nonlinear Systems

Chun - keun Lee* , Hai - won Yang
Hanyang Univ. Dept. of Electric Eng.

Abstract - In the design of nonlinear control systems, separation principle does not hold. Moreover even an exponentially decaying disturbances can destabilize a nonlinear system and lead to finite escape time from certain initial conditions. So we present a simple output feedback speed controller of induction motors which is designed to minimize the effects of observation error using the Kanellakopoulos et. al's interlaced controller-observer design method. Simulation shows that the proposed controller has desired performance like another complex controllers.

1. 서 론

유도전동기는 구조적으로 단순하고 견고하며 크기에 비하여 큰 출력을 얻을 수 있어 산업현장에서 많이 활용되고 있으나 기계적 부분과 전기적 부분의 비선형 결합, 회전자 저항의 운전 중의 변화, 회전자 자계의 측정 어려움 그리고 부하의 변화 등 제어시 고려해야 할 많은 문제를 갖고있어 제어하기에 어렵다. 따라서 최근 현저히 발전하고 있는 비선형 제어/적응제어 이론을 적용하는 모델로 많이 고려되고 있다. 이의 한분야로 회전자 자계의 관측기에 여러 방향의 연구가 진행되고 있으나 아직 모든 조건을 만족하는 관측기는 제안되지 않았다. [5-9]

선형시스템의 경우 Separation Principle이 성립하여 관측기와 제어기의 독립적인 설계를 통한 Certainty Equivalence 접근방식을 가능하게 했다. 그러나 비선형시스템의 경우 Separation Principle이 성립하지 않으므로 [1] 이러한 접근방식은 문제가 될 수 있으며 유도전동기 제어의 경우에도 관측기와 제어기를 포함한 폐루프시스템에 대해서는 안정도가 입증되지 않았다. 또한 비선형시스템에서는 지수함수적으로 감소하는 외란이나 0이 아닌 초기값을 무시함으로써 전체적인 안정도를 저해하며 경우에 따라서는 유한한 시간에 시스템이 탈출할 수 있다. 따라서 비선형시스템의 출력 피드백 제어에 있어서 관측기 오차가 전체적인 시스템의 안정도에 미치는 영향을 고려할 필요가 있다.

관측기 오차의 영향을 제어기의 설계에 반영하는 방법으로

비선형 제동항을 추가하여 Lyapunov 함수의 도함수에서 관측기 오차를 지배하는 방법과 [1] 관측기의 설계시 추가적인 항을 두어 Lyapunov 함수의 도함수에서 관측기 오차의 영향을 소거하는 관측기-제어기 조합 설계의 방법이 제시되었다 [3][7][8]. 본 연구에서는 관측기-제어기 조합 설계를 관측된 상태 피드백을 갖는 유도전동기의 속도제어에 적용하여 이의 효용성을 보이고자 한다.

2. 관측된 상태 피드백을 통한 유도전동기 속도 제어

자기회로가 선형이고 상호 인덕턴스가 동일하다는 가정하에서 유도전동기는 고정자에 고정된 기준축에 대하여 다음과 같은 5차의 비선형 등가모델로 표현된다. [2][4]

$$\dot{x}_1 = -\frac{R_r}{\sigma} x_1 + \frac{1}{\sigma} u_a + a\beta x_3 + \beta x_5 x_4 - a\beta M x_1 \quad (1)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{R_r}{\sigma} x_2 + \frac{1}{\sigma} u_b + a\beta x_4 - \beta x_5 x_3 - a\beta M x_2 \quad (2)$$

$$\dot{x}_3 = -\alpha x_3 - x_5 x_4 + a M x_1 \quad (3)$$

$$\dot{x}_4 = -\alpha x_4 + x_5 x_3 + a M x_2 \quad (4)$$

$$\dot{x}_5 = \mu(x_3 x_2 - x_4 x_1) - \frac{T_L}{J} \quad (5)$$

상태 $[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5] = [i_a \ i_b \ \psi_a \ \psi_b \ \omega]$ 이고 여기서 i_a, i_b 는 기준축 (a,b)에 대한 고정자 전류, ψ_a, ψ_b 는 회전자 자계, ω 는 각속도이다. 계수 $\alpha = \frac{R_r}{L_r}, \sigma = L_s(1 - \frac{M^2}{L_s L_r}),$

$\beta = \frac{M}{\sigma L_r}, \mu = \frac{n_p M}{J L_r}$ 이고 여기서 R_r, R_s, L_s, L_r 은 각각 고정자 회전자의 저항과 인덕턴스, M 은 상호 인덕턴스이며, n_p 는 자기쌍의 수, J 는 회전자의 관성모멘트, T_L 은 부하 토크이다. 그리고 u_a, u_b 는 고정자회로의 단자 전압으로 제어입력이 된다.

상태 x_1, x_2, x_5 은 측정 가능하고 x_3, x_4 는 측정이 어려우므로 관측기가 필요하다. 전동기의 속도제어라는 목적을 진행시키는 동안 전동기의 모든 상태와 제어입력으로 인가된 단자

전압이 적절한 값으로 제한 될 수 있도록 회전자 자계의 크기 또한 적절히 선택된 기준값을 따라야 할 필요가 있다. 전동기의 계수값을 정확히 안다는 제한된 상황에서 회전자 자계의 크기와 속도가 주어진 기준 궤적 $\omega_r, \dot{\omega}_r, \Psi_r, \dot{\Psi}_r$ 을 따라갈 수 있도록 관측기 오차를 고려해 제어기를 설계한다.

(3),(4)식으로부터 개루프 관측기를 아래와 같이 설정할 수 있다.[7]

$$\dot{\hat{x}}_3 = -a\hat{x}_3 - x_5\hat{x}_4 + aMx_1 + u_1 \quad (6)$$

$$\dot{\hat{x}}_4 = -a\hat{x}_4 + x_5\hat{x}_3 + aMx_2 + u_2 \quad (7)$$

여기서 \hat{x}_3, \hat{x}_4 는 각각의 상태에 대한 추정값이며 u_1, u_2 는 제어기 설계과정에서 Lyapunov 함수의 도함수에서 관측기 오차를 소거하기 위한 항으로 추가되었다. 관측기 오차 $\tilde{x}_3 = x_3 - \hat{x}_3, \tilde{x}_4 = x_4 - \hat{x}_4$ 제어 오차 $e_\omega = \omega_r - x_5$

$$e_\Psi = \frac{1}{2}[\Psi_r^2 - (\hat{x}_3^2 + \hat{x}_4^2)] \text{를 정의하고} \quad (3),(4),(5)$$

(6),(7)식으로부터 다음과 같은 오차의 동적 방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\tilde{x}}_3 = -a\tilde{x}_3 - x_5\tilde{x}_4 - u_1 \quad (8)$$

$$\dot{\tilde{x}}_4 = -a\tilde{x}_4 + x_5\tilde{x}_3 - u_2 \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_\omega &= \dot{\omega}_r - \dot{x}_5 \\ &= \dot{\omega}_r - \mu(\hat{x}_3x_2 - \hat{x}_4x_1) + \frac{T_L}{J} \\ &\quad - \mu(\tilde{x}_3x_2 - \tilde{x}_4x_1) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_\Psi &= \Psi_r\dot{\Psi}_r - (\dot{\hat{x}}_3\hat{x}_4 + \hat{x}_4\dot{\hat{x}}_3) \\ &= \Psi_r\dot{\Psi}_r + a(\hat{x}_3^2 + \hat{x}_4^2) - aM(\hat{x}_3x_1 + \hat{x}_4x_2) \\ &\quad - \dot{\hat{x}}_3u_1 - \dot{\hat{x}}_4u_2 \end{aligned} \quad (11)$$

전류를 제어입력으론한 축소된 3차의 모델을 고려할 때 (10),(11)식에서 $u_1 = \hat{x}_3x_2 - \hat{x}_4x_1, u_2 = \hat{x}_3x_1 + \hat{x}_4x_2$ 로 치환하면 각각을 속도와 자계의 크기를 독립적으로 제어하는 입력으로 볼 수 있다. 축소된 3차의 모델과 관측기로부터 첫 번째 Lyapunov 함수를 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$V_1 = \frac{1}{2}e_\omega^2 + \frac{1}{2}e_\Psi^2 + \frac{1}{2}d_1(\tilde{x}_3^2 + \tilde{x}_4^2) \quad (12)$$

여기서 d_1 은 양의 상수이며 (12)식의 도함수를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_\omega(\dot{\omega}_r - \mu u_1 + \frac{T_L}{J}) - d_1a(\tilde{x}_3^2 + \tilde{x}_4^2) \\ &\quad + e_\Psi(\Psi_r\dot{\Psi}_r + a(\hat{x}_3^2 + \hat{x}_4^2) \\ &\quad - aMu_2 - \dot{\hat{x}}_3u_1 - \dot{\hat{x}}_4u_2) \\ &\quad + \tilde{x}_3(-\mu e_\omega x_2 - d_1u_1) + \tilde{x}_4(\mu e_\omega x_1 - d_1u_2) \end{aligned} \quad (13)$$

위의 도함수로부터 $\dot{V}_1 \leq 0$ 을 만족하도록 각각의 입력 값을 구하면 아래와 같다.

$$u_1 = \frac{1}{\mu}(K_\omega e_\omega + \dot{\omega}_r + \frac{T_L}{J}) \quad (14)$$

$$u_2 = \frac{1}{aM}(K_\Psi e_\Psi + \Psi_r\dot{\Psi}_r + a(\hat{x}_3^2 + \hat{x}_4^2) - \dot{\hat{x}}_3u_1 - \dot{\hat{x}}_4u_2) \quad (15)$$

$$u_1 = -\mu e_\omega x_2 / d_1 \quad (16)$$

$$u_2 = \mu e_\omega x_1 / d_1 \quad (17)$$

여기서 제어변수 K_ω, K_Ψ 는 양의 상수이다. 전류를 제어입력으로 본 단계에서 위의 입력값들을 갖는 폐루프 시스템에서

$$\dot{e}_\omega = -K_\omega e_\omega - \mu(\tilde{x}_3x_2 - \tilde{x}_4x_1) \quad (18)$$

$$\dot{e}_\Psi = -K_\Psi e_\Psi \quad (19)$$

$$\dot{V}_1 = -K_\omega e_\omega^2 - K_\Psi e_\Psi^2 - d_1a(\tilde{x}_3^2 + \tilde{x}_4^2) \quad (20)$$

이되어 원하는 제어목적을 이루게 된다.

이는 고정자회로의 전류를 입력으로 보고 구한 원하는 제어 목적을 달성하기 위한 고정자 전류의 목표값이며 실제의 제어 입력인 고정자회로의 단자전압 값을 통하여 전류값이 이를 따라갈 수 있도록 제어기 설계를 더 진행시킬 필요가 있다. $\hat{x}_3^2 + \hat{x}_4^2 \neq 0$ 라는 가정하에서 u_1, u_2 로부터 x_1, x_2 의 목표값 x_{1d}, x_{2d} 를 구하면

$$\begin{bmatrix} x_{1d} \\ x_{2d} \end{bmatrix} = \frac{1}{\hat{x}_3^2 + \hat{x}_4^2} \begin{bmatrix} \hat{x}_3 & -\hat{x}_4 \\ \hat{x}_4 & \hat{x}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

이 되고 목표치에 대한 전류 오차를 정의한다.

$$e_a = x_{1d} - x_1 \quad (22)$$

$$e_b = x_{2d} - x_2 \quad (23)$$

전 단계의 설계에서 결정된 제어값이 실제의 입력으로 주어지지 않았으므로 이를 전단계의 설계식에 반영하기 위해 오차

$$\begin{aligned} e_1 &= u_{1d} - u_1 \\ &= \hat{x}_3(x_{2d} - x_2) - \hat{x}_4(x_{1d} - x_1) = \hat{x}_3e_b - \hat{x}_4e_a \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} e_2 &= u_{2d} - u_2 \\ &= \hat{x}_3(x_{1d} - x_1) + \hat{x}_4(x_{2d} - x_2) = \hat{x}_3e_a + \hat{x}_4e_b \end{aligned} \quad (25)$$

를 정의하고 전류를 제어입력으로 보고 계산한 (18),(19)식에 반영하면

$$\dot{e}_\omega = -K_\omega e_\omega + \mu e_1 - \mu(\tilde{x}_3x_2 - \tilde{x}_4x_1) \quad (26)$$

$$\dot{e}_\Psi = -K_\Psi e_\Psi + aMe_2 \quad (27)$$

를 얻을 수 있다.

전류가 목표값에 도달하도록 고이득 전류 피이드백을 사용하면 (1),(2)식에서

$$u_a = \sigma \left[\frac{R_s}{\sigma} x_1 - a\beta\hat{x}_3 - \beta x_5\hat{x}_4 + a\beta Mx_1 + K_e e_a + v_a \right] \quad (28)$$

$$u_b = \sigma \left[\frac{R_s}{\sigma} x_2 - a\beta\hat{x}_4 + \beta x_5\hat{x}_3 + a\beta Mx_2 + K_e e_b + v_b \right] \quad (29)$$

을 구할 수 있고 v_a, v_b 는 전류를 입력으로한 단계에서의 오차를 반영하기 위해 추가 되었고 제어변수 K_e 는 충분히 큰 양의 상수이다. 이때

$$\dot{e}_a = x_{1d} - a\beta\hat{x}_3 - \beta x_5\hat{x}_4 - K_e e_a - v_a \quad (30)$$

$$\dot{e}_b = x_{2d} - a\beta\hat{x}_4 + \beta x_5\hat{x}_3 - K_e e_b - v_b \quad (31)$$

이 되고 두 번째 Lyapunov 함수를 아래와 같이 설정한다.

$$V_2 = \frac{1}{2}e_\omega^2 + \frac{1}{2}e_\Psi^2 + \frac{1}{2}d_1(\tilde{x}_3^2 + \tilde{x}_4^2) + \frac{1}{2}(e_a^2 + e_b^2) \quad (32)$$

V_2 의 도함수를 (8),(9),(26),(27),(30),(31)에 대해 구하면

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -K_\omega e_\omega^2 - K_\Psi e_\Psi^2 + \mu e_\omega e_1 + aMe_\Psi e_2 \\ &\quad - e_a v_a - e_b v_b - K_e e_a^2 - K_e e_b^2 + e_a x_{1d} \\ &\quad + e_b x_{2d} - ad_1(\tilde{x}_3^2 + \tilde{x}_4^2) \\ &\quad + \tilde{x}_3(-\mu e_\omega x_2 - a\beta e_a + \beta x_5 e_b - d_1 u_1) \\ &\quad + \tilde{x}_4(\mu e_\omega x_1 - a\beta e_b - \beta x_5 e_a - d_1 u_2) \end{aligned} \quad (33)$$

이 되고 보조입력 값들을

$$v_a = -\mu e_\omega \hat{x}_4 + aMe_\Psi \hat{x}_3 \quad (34)$$

$$v_b = \mu e_\omega \hat{x}_3 + aMe_\Psi \hat{x}_4 \quad (35)$$

$$u_1 = (-\mu e_\omega x_2 - a\beta e_a + \beta x_5 e_b) / d_1 \quad (36)$$

$$u_2 = (\mu e_\omega x_1 - a\beta e_b - \beta x_5 e_a) / d_1 \quad (37)$$

로 설정하면 (28),(29)의 제어입력을 통해 충분히 큰 K_i 에 대하여 결과적으로

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -K_\omega e_\omega^2 - K_\varphi e_\varphi^2 - K_i e_i^2 \\ & - K_i \dot{e}_i^2 - ad_1(x_3^2 + \dot{x}_4^2) \leq 0 \end{aligned} \quad (38)$$

되어 원하는 제어 목적을 이룰 수 있다.

3. 모의 실험

위에서 제안된 제어책의 효용성을 아래의 특성값을 갖는 유도전동기에 대하여 모의실험을 통하여 보였다.

정격전력 : 200W 고정자저항 : $R_s = 1.2 \Omega$
 정격속도 : 1000 RPM 회전자저항 : $R_r = 1.14 \Omega$
 정격토크 : 2 Nm 상호인덕턴스 : $M = 0.09 H$
 정격주파수 : 16.7 Hz 회전자 인덕턴스 : $L_r = 0.1 H$
 정격쇄교자속 : 0.26 Wb 고정자 인덕턴스 : $L_s = 0.1 H$
 모터관성모멘트 : $J = 0.001 \text{ kgm}^2$

부하 토크는 0.5초이후에 2Nm를 인가했고 기준 속도는 $\omega_r = 100(1 - e^{-2t}) + (1 - e^{-0.001t})\sin(10\sin(0.2\pi t))$, 기준 자계의 크기는 0.03초 후 정격값과 같으며 속도가 정격속도 이상인 경우 그에 비례해 자계를 약화 시켰다. 초기조건 $x_3(0) = x_4(0) = 0.05$, $\hat{x}_3(0) = \hat{x}_4(0) = 0.001$ 이며 그외의 초기치는 모두 0 이며 제어변수 $K_\omega = K_\varphi = 2000$, $K_i = 3000$, $d_1 = 30000$ 을 사용 했을 때 다음과 같은 결과를 보였다.

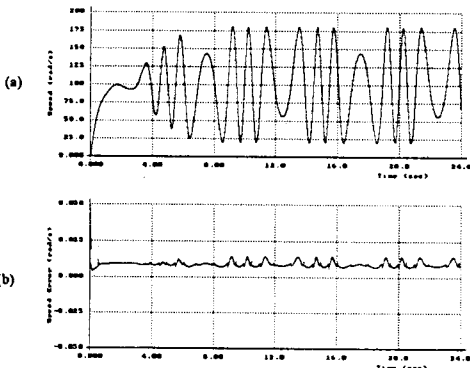


그림 1. (a)기준속도와 모터의 속도 (b)속도오차

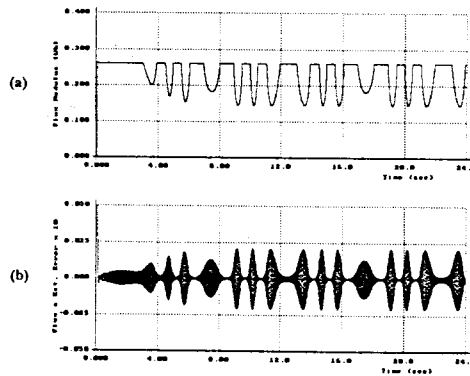


그림 2. (a)기준자계와 모터의 자계 (b)자계 추정오차의 10배

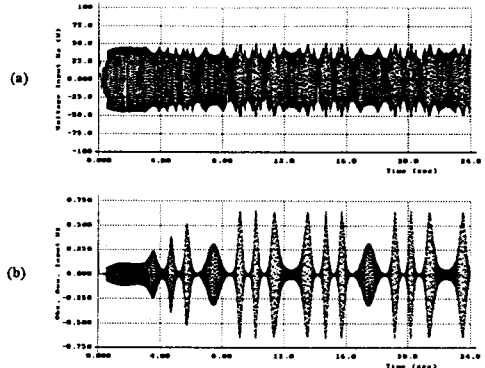


그림 3. (a) a상 단자전압 (b)관측기 보조입력 u_1

4. 결론

모의 실험 결과 $u_1 = u_2 = 0$ 인 관측기보다 제어오차가 반영되어 관측기 오차가 증가하는 영향을 나타 냈으나 회전자 회로의 저항 변화의 영향을 고려했을 때 개루프 관측기에 비해 제어오차의 피드백에 의해 좀 더 나은 결과를 나타 낼 것으로 기대되며 더 연구 될 필요가 있다. 그러나 관측기 오차를 고려하기 전보다 제어입력이 정격값인 50V 이하로 보다 안정적으로 유지되었고 속도오차 또한 허용 가능한 범위로 제한되었다. 앞으로 회전자 저항의 변화와 부하 변화를 고려한 적응 제어기로의 연구가 필요하다.

[참 고 문 헌]

- [1] M. Krstic , I. Kanellakopoulos , P. Kokotovic "Nonlinear and Adaptive Control Design" , John Wiley & Sons , 1995
- [2] P.C. Krause "Analysis of Electric Machinery" , McGraw-Hill , 1986
- [3] I. Kanellakopoulos , M. Krstic , P. Kokotovic "Interlaced Controller-Observer Design for Adaptive Nonlinear Control" Proc. ACC , 1337 - 1342 , 1992
- [4] R. Marino , S. Peresada , P. Valigi "Adaptive Input-Output Linearizing Control of Induction Motors" IEEE Trans. AC Vol.38 , 208 - 221 , 1993
- [5] G. Verghese , S. Sanders "Observers for Flux Estimation in Induction Machines" IEEE Trans. IE Vol.35 , 85 - 94 , 1988
- [6] R. Marino , S. Peresada , P. Tomei "Adaptive Observer for Induction Motors with Unknown Rotor Resistance" , Proc. CDC , 696 - 697 , 1994
- [7] I. Kanellakopoulos , P. Krein , F. Disilvestro "A New Controller-Observer Design for Induction Motor Control" Proc. ACC , 1337 - 1342 , 1992
- [8] J. HU , D. Dawson "Adaptive Control of Induction Motor System Despite Rotor Resistance Uncertainty" , Automatica Vol.32 , 1127 - 1143 , 1996
- [9] R. Marino , S. Peresada , P. Tomei "Adaptive Observer-based Control of Induction Motors with Unknow Rotor Resistance" , Int. Jour. of ACSP Vol.10 , 345 - 363 , 1996