

퍼지 클러스터링을 이용한 퍼지 모델링과 퍼지 제어기의 설계

곽근창*, 박상민, 유정웅

충북대학교 전기공학과

Fuzzy Modeling and Design of Fuzzy Controller Using Fuzzy Clustering

Keun-Chang Kwag, Sang-Min Park, Jeong-Woong Ryu

Dept. of Electrical Engineering, Chungbuk National Univ.

Abstract - In this paper, we present a fast and robust algorithm for the design of fuzzy controller and identifying fuzzy model from numerical data by combining the cluster estimation method with a linear least squares estimation procedure. The proposed method is compared with Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System(ANFIS) as the standard example of neuro-fuzzy model. Finally we will show its usefulness and effectiveness for the design of fuzzy controller of a cart-pole system and fuzzy modeling for the coagulant dosing of a water purification system

수를 최소로 하면서 상당한 정확성을 보이거나 입력 공간의 증가에 따른 계산량의 급증과 규칙의 수가 지수함수적으로 증가하는 문제점을 가지고 있다.

따라서, 본 논문에서는 데이터의 집합에서 클러스터 수와 중심들을 추정하는 빠르면서도 강인한 알고리즘인 퍼지 클러스터링을 이용하여 최적의 퍼지규칙을 갖는 퍼지 모델링과 퍼지 제어기를 설계한다[3]. 먼저 퍼지 클러스터링으로 구조동정을 하여 규칙과 전제부 소속함수의 수와 파라미터들을 결정하고 결론부 파라미터는 선형 최소자승법을 이용하여 최적화를 시도한다. 시뮬레이션으로 cart-pole 시스템의 퍼지 제어기의 설계와 정수처리 공정의 응집제 주입에 대한 퍼지 모델링을 하여 제안된 방법의 유용성과 효능성을 설명한다[4].

1. 서 론

오늘날 퍼지제어기는 전통적인 제어기술로는 쉽게 제어되지 않는 복잡하고 불확실하며 비선형성을 포함한 시스템에 대해서 숙련가의 경험적 지식과 제어전문가의 지식의 정성적인 언어 형태를 이용해서 쉽게 제어할 수 있다[1]. 그러나, 설계한 제어기가 성능 시험에서 만족한 결과를 얻지 못할 경우 소속 함수와 규칙들은 재조정되어지며 원하는 제어기 특성을 가지는 시스템이 되기 위해서 여러번의 시행착오를 거쳐서 소속 함수와 규칙이 선택되어진다. 이러한 단점을 해결하기 위해 학습능력, 적응성, 결합극복능력, 병렬처리능력과 같은 특성을 가진 신경회로망의 융합인 뉴로-퍼지 제어시스템이 각광을 받고 있다.

이러한 뉴로-퍼지 제어시스템의 대표적인 예로 Jang이 제안한 ANFIS(Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System)가 있다[2]. ANFIS의 전제부 구조는 입력공간의 그리드(grid)분할 형태이고 결론부 구조는 Sugeno-Takagi 모델인 일차방정식의 형태로 이루어진다. 전제부 파라미터는 신경회로망의 역전파 알고리즘을 가지고 튜닝하며 결론부 파라미터는 최소자승법으로 추정한다. 이는 규칙의

2. ANFIS(Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System)

이 절에서는 ANFIS의 구조와 학습절차가 제시되어진다. 규칙 베이스가 Sugeno-Takagi형태의 네개의 퍼지 if-then 규칙을 포함한다고 가정하자.

R^1 : If x is A_1 and y is B_1 then $f_1 = p_1x + q_1y + r_1$

R^2 : If x is A_1 and y is B_2 then $f_2 = p_2x + q_2y + r_2$

R^3 : If x is A_2 and y is B_1 then $f_3 = p_3x + q_3y + r_3$

R^4 : If x is A_2 and y is B_2 then $f_4 = p_4x + q_4y + r_4$

여기서, x와 y는 입력이고 f_i 는 출력이다.

ANFIS의 구조는 그림<1>에 나타내어진다.

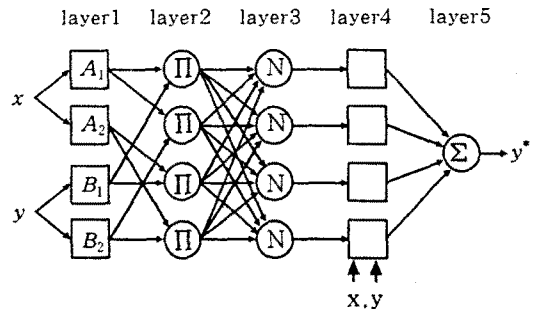


그림1. ANFIS의 구조

layer 1 : 이 층에서 모든 노드는 다음과 같은 노드함수를 가진 정사각형 노드이다.

$$O_i = \mu_{A_i}(x) \quad (1)$$

(여기서, x 는 노드 i 에 대한 입력,

A_i 는 이 노드함수에 연관된 언어레벨)

보통 다음과 같은 벨모양으로 되는 $\mu_{A_i}(x)$ 를 선택한다.

$$\mu_{A_i}(x) = \frac{1}{1 + \left[\frac{(x - c_i)^2}{a_i} \right]^{b_i}} \quad (2)$$

여기서, $\{a_i, b_i, c_i\}$ 는 파라미터 집합이다.

이 층에서의 파라미터를 전제부 파라미터라고 말한다. 전제부 파라미터는 전향경로에서는 고정되며 후향경로에서는 신경회로망의 역전파 알고리즘으로 튜닝된다.

layer 2 : 이 층에서 모든 노드는 입력을 곱하는 Π 으로 레벨되어진 원형 노드이다

$$W_i = \mu_{A_i}(x) \times \mu_{B_i}(y) \quad (3)$$

layer 3 : 이 층에서 모든 노드는 N 으로 레벨되어진 원형노드이다.

$$\bar{W}_i = \frac{W_i}{W_1 + W_2 + W_3 + W_4} \quad (4)$$

layer 4 : 이 층에서 모든 i 는 다음과 같은 함수를 가진 정사각형 노드이다.

$$O_i^* = \bar{W}_i f_i = \bar{W}_i (p_i x + q_i y + r_i) \quad (5)$$

이 층에서 파라미터는 결론부 파라미터라고 말한다. 결론부 파라미터는 후향경로에서는 고정되어지고 전향경로에서 최소 자승법으로 추정된다.

layer 5 : 이 층에서 하나의 노드는 모든 입력의 합으로써 전체적인 출력을 계산하는 Σ 로 레벨되어진 원형노드이다.

$$y_i^* = O_i^* = \sum_j \bar{W}_j f_j = \frac{\sum_j W_j f_j}{\sum_j W_j} \quad (6)$$

그래서, 실제 데이터 출력과 퍼지모델 출력사이의 오차를 최소화하는 것이다.

$$E = \sum_{i=0}^N (y_i - y_i^*)^2 \quad (7)$$

그러나, ANFIS는 규칙의 수를 최소로 하면서 상당한 정확성을 보이거나 전제부 구조가 그리드(grid) 분할 형태이기 때문에 입력공간의 증가에 따른 계산량의 급증과 규칙의 수가 지수함수적으로 증가하는 문제점을 가지고 있다. 그래서, 다음 절에서 스캐터(scatter)분할 형태를 가진 퍼지 클러스터링 알고리즘을 이용해서 클러스터 수와 중심을 추정하여 최적의 퍼지규칙을 찾는다.

3. 퍼지 클러스터링

이 절에서는 퍼지 모델을 식별하기 위한 빠르고 강인한 알고리즘의 근간으로서 퍼지 클러스터링을 제시한다.

클러스터 추정 순서는 다음과 같다.

1) M 차원 공간에서 n 개의 데이터의 집합을 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 라 하고, 0과 1사이의 값으로 정규화한다.

2) 각 데이터 포인트에 대한 위치(potential)를 계산한다. 위치를 클러스터 중심으로서 각 데이터 포인트로 고려하고, 다음과 같이 데이터 x_i 의 위치 값을 정의한다.

$$P_i = \sum_{j=1}^m e^{-a \|x_i - x_j\|^2} \quad (\text{여기서 } a = \frac{4}{r_a^2}) \quad (8)$$

각 데이터 포인트에 대한 위치 값(P_i)는 모든 다른 데이터에 대한 거리의 함수로 나타난다. 상수 r_a 는 효과적으로 이웃을 정의하는 범위(radius)이다. 모든 데이터 포인트의 위치가 계산되었던 후에 첫 클러스터 중심으로서 가장 높은 위치를 가진 데이터 포인트를 선택한다.

3) 다음과 같은 공식에 의해 각 데이터 포인트 x_i 의 위치를 수정한다.

$$P_i = P_i - P_i^* e^{\beta \|x_i - x_1^*\|^2} \quad (\beta = \frac{4}{r_b^2}) \quad (9)$$

x_1^* 은 첫 번째 클러스터 중심의 위치이며 P_1^* 은 그것의 위치 값이다. 첫 번째 클러스터로부터의 거리의 함수로써 각 데이터 포인트로부터 위치의 값을 줄여나간다. 상수 r_b 는 위치값에서 계산가능한 감소를 가질 이웃을 정의하는 범위이다.

4) 새 클러스터 중심을 획득하고 위치를 수정하는 것의 절차는 $P_k^* < \epsilon P_1^*$ 가 만족할때까지 반복한다.

그러나, 데이터 형태에 잘 맞는 ϵ 에 대한 하나의 값을 설정하기는 어렵다. 그래서, 클러스터 중심을 받아들이거나 거부하는 부가적인 기준을 설명하기로 한다.

if $P_k^* > \bar{\epsilon} P_1^*$

클러스터 중심으로 x_k^* 을 받아들이고 계속한다.

($\bar{\epsilon}$ 는 클러스터링 중심으로서 데이터 포인트를 한정적으로 받아들일 수 있는 이상의 위치에 대한 역치(threshold)이다.)

else if $P_k^* < \underline{\epsilon} P_1^*$

x_k^* 을 거부하고 클러스터링 과정을 종료한다.

($\underline{\epsilon}$ 는 데이터 포인트를 한정적으로 거부할 수 있는 이하의 역치이다.)

else

$$\text{if } \frac{d_{\min}}{r_a} + \frac{P_k^*}{P_1^*} \geq 1$$

클러스터 중심으로 x_k^* 을 받아들이고 계속한다.

else

x_k^* 을 거부하고 x_k^* 에서 위치를 0으로 정한다.

새로운 x_k^* 으로 다음의 가장 큰 위치값을 가

진 데이터를 선택하고, 다시 재시도한다.

end if

end if

여기서, d_{\min} 은 x_i^* 과 이전에 찾은 모든 클러스터 중심사이의 최단거리이다. 이렇게 구해진 클러스터 중심은 근본적으로 시스템의 특성적인 작동을 설명하는 본질적인 데이터 포인트이다. 그러므로, 각 클러스터 중심은 시스템 특성을 기술하는 규칙으로써 사용되어진다. 결론부 파라미터는 선형 최소자승법인 다음 식(12)에 의해 구하여진다.

$$X_{i+1} = X_i + S_{i+1}a_{i+1}(b_{i+1}^T - a_{i+1}^T X_i)$$

$$S_{i+1} = S_i - \frac{S_i a_{i+1} a_{i+1}^T S_i}{1 + a_{i+1}^T S_i a_{i+1}}$$

$$X^* = X_p, \quad i = 0, 1, \dots, P-1 \quad (12)$$

여기서 $X_0=0$ 이고 $S_0 = \lambda I$ 에서 λ 는 양의 큰수이고 I 는 항등행렬이다. 결국 X^* 는 추정하고자 하는 결론부 파라미터이다.

4. 시뮬레이션 및 결과

4.1 cart-pole system

뉴로-퍼지 시스템에 있어서 대표적인 문제로 연구되어지고 있는 cart-pole 시스템에 대해서 본 논문에서 제한한 방법을 적용하기로 한다.

cart-pole 시스템은 오직 2차 평면상에서 cart와 pole은 움직일 수 있으며 cart에 가해지는 힘에 의해서 오른쪽 또는 왼쪽에 대해 유한한 거리만큼 이동할 수 있다. 제어목적은 pole이 cart와 수직이 되도록 균형을 유지하는 동안 원하는 위치로 이동할 수 있도록 cart에 적당한 힘을 발생시키는 제어기를 설계하는 것이다.

이 시스템은 다음과 같이 네개의 상태변수를 갖는 두 개의 2차 미분 방정식에 의해 제어되어진다.

$$\ddot{\theta} = \frac{g \sin \theta + \cos \theta \left(\frac{f - ml \dot{\theta}^2 \sin \theta}{m_c + m} \right)}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 \theta}{m_c + m} \right)}$$

$$\ddot{x} = \frac{f + ml (\dot{\theta}^2 - \ddot{\theta} \cos \theta)}{m_c + m} \quad (13)$$

여기서, θ ($-0.3 < \theta < 0.3$)는 pole의 각도, $\dot{\theta}$ 는 pole의 각속도, x ($-3 < x < 3$)는 cart 중심으로부터의 위치, \dot{x} 는 cart의 속도, f ($-10 < f < 10$)는 제어되어지는 힘, g 는 중력가속도 ($9.8 \text{ m}^2/\text{sec}$), m_c 는 cart의 무게 (1.0 kg), m 은 pole의 무게 (0.1 kg), l 은 pole의 길이 (1.0 m)

초기치는 (0.1, 0, 0.1, 0)으로 설정한다.

(i) ANFIS의 경우

전제부 구조는 간소성을 위해 각 변수당 두 개의 벨모양의 소속함수를 사용하였고, 결론부 파라미터

는 Sugeno-Takagi의 일차 선형방정식의 형태를 사용하였다. 그래서, 사용되어진 규칙의 수는 $2^4=16$ 개이며 규칙의 형태는 다음과 같다.

R^i : If θ is A_i and $\dot{\theta}$ is B_i and x is C_i and \dot{x} is D_i ;

then $f = w_{1i}\theta + w_{2i}\dot{\theta} + w_{3i}x + w_{4i}\dot{x} + w_{5i}$

(ii) 퍼지 클러스터링을 이용한 경우(FC-LSE)

r_a 를 0.9에서 0.2까지 변화하면서 training오차(T_err)와 checking오차(C_err). 이에 따르는 규칙의 수를 ANFIS와 표(1)에서 비교하였다. r_a 를 0.4로 선택하여 클러스터 수와 중심을 찾아내어 선형적인 최소 자승법을 이용해 결론부 파라미터를 찾아냈다.

ANFIS와 퍼지 클러스터링을 이용하여 cart-pole 시스템의 $\theta, \dot{\theta}, x, \dot{x}$ 궤적을 그림(2)에서 보여주고 있다

표1. 규칙 및 파라미터의 수와 오차의 비교.

	규칙	전제부	결론부	T_err	C_err
ANFIS	16	24	80	0.00183	0.00152
FC-LSE (r_a)	0.9	3	15	0.00648	0.00595
	0.7	4	20	0.00410	0.00459
	0.5	4	20	0.00504	0.00528
	0.4	5	25	0.00366	0.00391
	0.3	4	20	0.00619	0.00546
	0.2	4	20	0.00637	0.00523

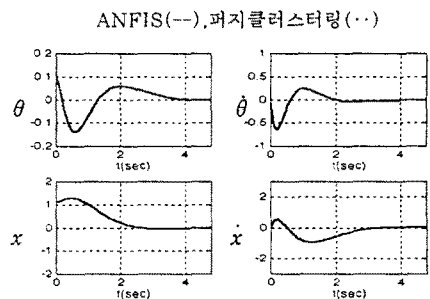


그림2. cart-pole system의 $\theta, \dot{\theta}, x, \dot{x}$ 궤적

그림에서 알 수 있는 것처럼 정확성에 대해서는 약간의 차이가 있지만 복잡한 규칙수 없이도 퍼지 클러스터링을 이용해 ANFIS와 거의 같은 성능을 보여주고 있다.

4.2 정수 처리 공정의 응집제 주입 결정 모델링

정수 처리 공정은 PAC라는 응집제와 염소(chlorine)가 혼합한 물과 함께 혼합탱크에 섞여진 후 물의 탁한 성분이 응집제와 결합한 후 가라앉는다. 침전 후에 처리수는 마지막으로 정수를 만드는 여과 탱크안으로 흘러들어간다.

전문가가 직접 1년에 걸친 실험을 통해 작성한 346개의 Jar-test 데이터와 70개의 checking 데이터를 이용하였다.

침전 공정에 영향을 주는 여러 변수는 다음과 같다.

O : 원수의 혼탁도(ppm)

TE : 물의 온도(℃)

PH : ph

AL : 알카리

T : 처리수의 혼탁도

PAC : 응집제의 양

(i). ANFIS의 경우

전제부 구조는 간소성을 위해 각 변수당 두 개의 벨모양의 소속함수를 사용하였고, 결론부 파라미터는 Sugeno-Takagi의 일차 선형방정식을 선택하였다. 그래서, 사용되어지는 규칙의 수는 $2^5=32$ 개이며 규칙의 형태는 다음과 같다.

R^i : If O is A_i and TE is B_i and PH is C_i and AL is D_i and T is E_i , then PAC = $w_{1i}O + w_{2i}TE + w_{3i}PH + w_{4i}AL + w_{5i}T + w_{6i}$

(ii) 퍼지 클러스터링을 이용한 경우(FC-LSE)

r_a 를 0.7에서 0.1까지 변화하면서 training오차(T_err)와 checking오차(C_err), 이에 따르는 규칙의 수를 ANFIS와 중회귀분석법인 통계적 기법과 함께 그림(3)와 표(2)에 비교하였다

표2. 규칙 및 파라미터의 수와 오차의 비교.

	규칙	전제부	결론부	T_err	C_err
통계적기법				3.71	
ANFIS	32	30	192	1.19454	1.12731
FC-LSE	0.5	5	30	2.14463	2.08311
	0.2	10	60	1.79390	1.88188
(r _a)	0.15	15	80	1.50336	1.43420
	0.13	25	150	1.20506	1.01307
	0.12	40	400	0.79761	0.60801

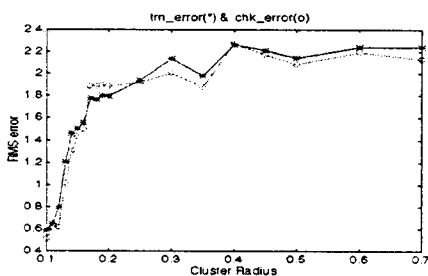


그림3. Training 오차와 Checking 오차의 비교

복잡성과 정확성의 타협점(trade-off)을 찾아 원하는 사양에 맞는 r_a 를 선택한다. 본 논문에서는 r_a 를 0.13으로 선택하여 ANFIS보다 적은 규칙의 수로 비슷한 결과를 그림(4)에서 보여주고 있다. 퍼지 클러스터링을 이용한 방법은 어떤 비선형 파라미터도 추정을 포함하지 않고 단지 선형 최소 자승법에 의해 150개의 파라미터를 추정하였으며 시간적으로도 빠른 결과를 보여주고 있다.

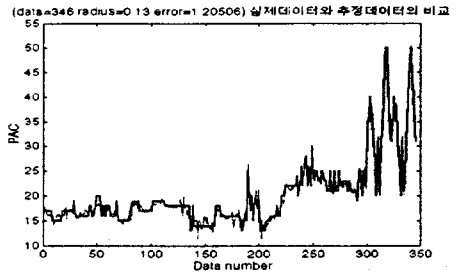


그림4. 응집제 PAC의 모델링

5. 결 론

본 논문에서는 퍼지클러스터링 방법과 선형 최소 자승법 절차를 결합해서 수치적인 데이터로부터 cart-pole 시스템의 퍼지 제어기의 설계와 정수처리 공정의 응집제 주입 결정에 관한 퍼지 모델을 식별하기 위한 빠르고 강인한 알고리즘을 제공하였다. 시뮬레이션 결과, 제안한 방법은 ANFIS의 역전과 알고리즘의 비선형 파라미터 추정을 하기 위한 계산상의 복잡성을 줄이면서 정확도의 유사함을 제공할 수 있으며, 규칙의 감소와 빠른 계산능력을 보여주고 있다. 앞으로 연구방향은 퍼지 클러스터링으로 최적의 규칙의 수를 정하고 최근들어 특히 적응적 탐색과 학습 및 최적화를 통한 공학적인 문제의 해결에 많이 응용되는 유전알고리즘을 이용하여 전제부 및 결론부 파라미터를 최적에 가깝도록 탐색을 시도하여 이론적인 발전도 가속화되리라 예상된다.

[참 고 문 헌]

- [1] M.sugeno, T.yasukawa. "A Fuzzy-logic based approach to qualitative modeling." IEEE Trans.Fuzzy Systems. Vol.1 No.1 pp.7-31. 1993.
- [2] J.S.Jang. "ANFIS : Adaptive-Network based Fuzzy Inference System." IEEE Trans. Systems Man Cybern. Vol.23 No.3 pp.665-685. 1993
- [3] S.Chiu. "Fuzzy model identification based on cluster estimation." Journal of Intelligent & Fuzzy systems. Vol.2 No.3 1994
- [4] T.Takagi, M.Sugeno. "Fuzzy identification of system application to modeling and control." IEEE Trans. Systems. Man Cybern. Vol.15 pp.116-132. 1985