

공막대 시스템의 퍼지 제어

강유원*, 고재호*, 심재철*, 배영철**, 윤석열*, 임화영*

*광운대학교 제어계측공학과 **사연 기술 적보원

Fuzzy Control of Ball on Beam System

Kahng You-Won*, Ko Jae-Ho*, Shim Jae-Chul*, Bae Young-Chul**, Yun Seok-Yul*, Yim Hwa-Young*

* Dept. of Control & Inst. Eng. Kwangwoon Univ. . ** KINITI

Abstract

A fuzzy controller is based on a fuzzy logic that is so effective to represent uncertain phenomena of real world and make its approximation.

In this paper, A fuzzy controller which equipped with adaptive control algorithm is described.

Proposed fuzzy controller applied to a ball on beam system shows a good performance.

1. 서 론

퍼지 제어는 제어 대상체로부터 발생하는 일련의 동작들을 조절하기 위한 퍼지 규칙의 집합체로 구성되며, 제어 변수의 차수가 높거나, 서로 영향을 주는 변수가 많은 시스템, 비선형·시변 시스템, 외란 및 노이즈 등의 불확실성이 큰 시스템에 효과적이다.

퍼지 제어는 흔히 소속 함수 및 IF-THEN 규칙을 제어 성능에 맞도록 조정하는 방법, 비선형 제어 법칙을 결정한 후 제어 입력을 퍼지화하여 결정하는 방법 등이 있으나 수많은 시행착오가 요구된다.

본 논문에서는 퍼지 제어기의 소속 함수를 임의로 설정한 후 적응 제어 법칙에 의해 소속 함수의 파라미터를 갱신하는 적응 퍼지 제어기를 제시하였다.

2. 본 론

2.1 퍼지 시스템

퍼지 시스템의 핵심적인 부분은 언어적 형태로 표현된 일련의 제어 규칙으로 전문가의 지식, 운전자의 경험 등을 그대로 적용할 수 있는 장점이 있다.

퍼지 시스템은 퍼지화기, 비퍼지화기, 퍼지 규칙기반, 퍼지 추론 엔진으로 구성되며 블록선도로 나타내면 그림 1과 같다.

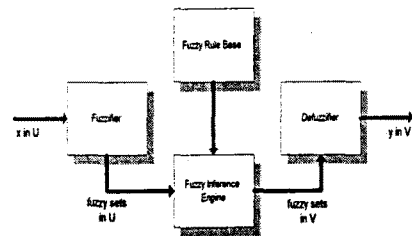


그림 1. 퍼지시스템의 블록선도

Fig. 1. Block diagram of fuzzy system

2.2 적응 제어 법칙

비선형 시스템은 식(1)과 같이 표현되며

$$x^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u \quad (1)$$

$$y = x$$

비선형 함수 f 와 g 를 정확히 안다면 제어 입력은 식(2)로 결정될 수 있다.

$$u^* = \frac{1}{g(x)} [-f(x) + y_m^{(n)} + k^T e]$$

$$e = y_m - y = y_m - x$$

$$e = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T$$

$$k = (k_n, \dots, k_1)^T \quad (2)$$

실제 제어 대상에서 비선형 함수 f 와 g 를 정확히 알기란 불가능하며 퍼지 시스템의 근사화 특성을 이용하여 식(3)과 같이 근사화 시킬 수 있으며, θ_f 와 θ_g 를 가변으로 설정하였다.

$$\begin{aligned} \hat{f}(x|\theta_f) &= \frac{\sum_{i_1=1}^{q_1} \cdots \sum_{i_n=1}^{q_n} \bar{y}_f^{i_1 \cdots i_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i'}(x_i))}{\sum_{i_1=1}^{q_1} \cdots \sum_{i_n=1}^{q_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i'}(x_i))} \\ \hat{g}(x|\theta_g) &= \frac{\sum_{i_1=1}^{q_1} \cdots \sum_{i_n=1}^{q_n} \bar{y}_g^{i_1 \cdots i_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{B_i'}(x_i))}{\sum_{i_1=1}^{q_1} \cdots \sum_{i_n=1}^{q_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{B_i'}(x_i))} \end{aligned} \quad (3)$$

식(3)을 간단히 나타내기 위하여 식(4)와 같이 치환하면

$$\begin{aligned} \zeta(x)_{i_1 \cdots i_n} &= \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i'}(x_i)}{\sum_{i_1=1}^{q_1} \cdots \sum_{i_n=1}^{q_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i'}(x_i))} \\ \eta(x)_{i_1 \cdots i_n} &= \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{B_i'}(x_i)}{\sum_{i_1=1}^{q_1} \cdots \sum_{i_n=1}^{q_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{B_i'}(x_i))} \end{aligned} \quad (4)$$

식(5)로 간략하게 표현된다.

$$\begin{aligned} \hat{f}(x|\theta_f) &= \theta_f^T \zeta(x) \\ \hat{g}(x|\theta_g) &= \theta_g^T \eta(x) \end{aligned} \quad (5)$$

식(5)에서 θ_f 와 θ_g 는 THEN 부분의 최고치를 가지는 값으로 오차는 식(6)과 같이 정의되며

$$e^{(n)} = -k^T e + [\hat{f}(x|\theta_f) - f(x)] + [\hat{g}(x|\theta_g) - g(x)] u_1 \quad (6)$$

오차를 최소화하기 위하여 리아프노프 함수를 정하고 파라미터 갱신에 필요한 파라미터의 변화량을 결정하면 식(7)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_f &= -\gamma_1 e^T P b \zeta(x) \\ \dot{\theta}_g &= -\gamma_2 e^T P b \eta(x) u_1 \end{aligned} \quad (7)$$

2.3 공막대 시스템

공막대 시스템을 그림 2에 나타냈으며,

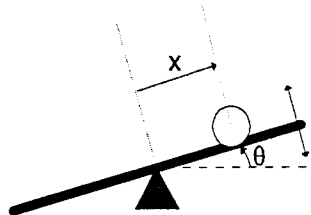


그림 2. 공막대 시스템
Fig.2. Ball on beam system

모델링은 라그랑지안을 이용하면 식(8)에서,

$$\begin{aligned} 0 &= \left(\frac{J_b}{R^2} + M\right) \ddot{r} - Mr \ddot{\theta}^2 + MG \sin \theta \\ u &= (J + J_b + Mr^2) \ddot{\theta} + 2Mr \dot{r} \dot{\theta} + MG \cos \theta \end{aligned} \quad (8)$$

상태 변수를 다음과 같이 정의한 후,

$$[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4] = [r \ \dot{r} \ \theta \ \dot{\theta}]^T \quad (9)$$

정리하면 식(10)로 표현된다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_2 \\ B(x_1 x_4^2 - G \sin x_3) \\ x_4 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (10)$$

여기서, 파라미터는 $B=0.7143$, $G=9.81$ 이다.

2.4 시뮬레이션

2.2의 적응 제어 법칙으로 공막대 시스템을 제어하였다.

소속 함수는 4개의 상태 변수에 동일하게 식(11)로 선정하였으며,

$$\begin{aligned} \mu_x(x_i) &= 1/(1 + \exp(5(x_i + 1))) \\ \mu_z(x_i) &= \exp(-x_i^2) \\ \mu_p(x_i) &= 1/(1 + \exp(-5(x_i - 1))) \end{aligned} \quad (11)$$

소속 함수의 모양을 그림 3에 나타내었다.

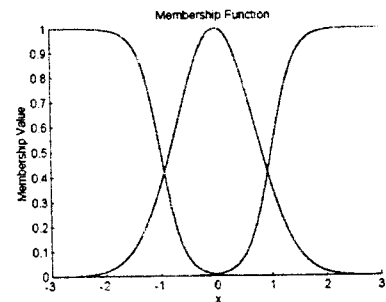


그림 3. 소속 함수
Fig.3. Membership function

공막대 시스템의 초기조건 $[x_1(0) \ x_2(0) \ x_3(0) \ x_4(0)]$ 을 $[-1 \ 0 \ 0 \ 0]$, $[1 \ 0 \ 0 \ 0]$, $[2.4 \ 0 \ 20 \ 0]$, $[1.6 \ 0 \ 10 \ 0]$, $[-1.6 \ 0 \ -10 \ 0]$, $[-2.4 \ 0 \ -20 \ 0]$ 의 6가지 경우로 시뮬레이션하였다.

그림 4의 (a),(b)는 슬라이딩 제어기를 적용하였을 때의 응답이고, 그림 5의 (a),(b)는 적응 퍼지 제어기를 적용하였을 때의 결과이다.

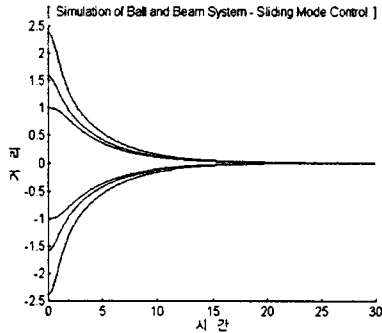


그림 (a) 슬라이딩 제어기

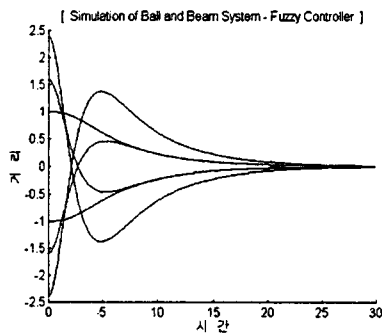


그림 (b) 적응 퍼지 제어기

그림 4. 공막대 시스템의 응답 [거리]
Fig.4 Response of ball on beam system [distance]

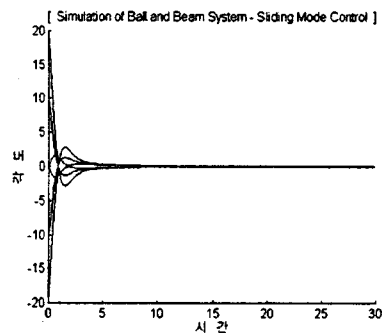


그림 (a) 슬라이딩 제어기

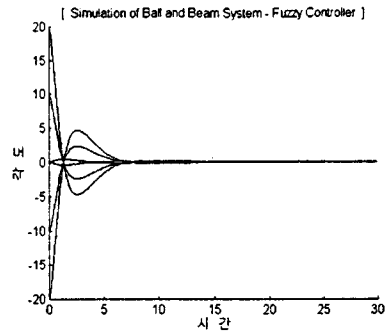


그림 (b) 적응 퍼지 제어기

그림 5. 공막대 시스템의 응답 [각도]
Fig.5 Response of ball on beam system [angle]

3. 결 론

퍼지 제어기에 있어서 소속함수의 설정은 매우 중요하다. 본 논문에서 제안한 적응 퍼지 제어기는 소속 함수의 파라미터 결정에 적응 제어 이론을 도입하여 실시간에 파라미터가 변화하여 제어 성능의 향상을 나타내었으며 여러 가지 초기 조건에도 제어 목표에 맞도록 수렴하였다.

[참 고 문 헌]

- [1] Li-Xin Wang, "A Course in Fuzzy Systems and Control", Prentice-Hall International, Inc, 1997
- [2] Li-Xin Wang, "Adaptive Fuzzy Systems and Control-Design and Stability Analysis", Prentice-Hall, 1994
- [3] 이만희, "적응제어를 이용한 공 막대 제어"
- [4] 서영노, "자기학습구조를 가진 퍼지제어기의 설계 및 응용"
- [5] John Hauser, Shankar Sastry, and Petar Kokotović, "Nonlinear Control Via Approximate Input-Output Linearization: The Ball and Beam Example", IEEE. Trans. Automatic Control, Vol.37, P392-398, March 1992