

칼만필터를 이용한 원자로 상태 추정 및 제어

정대원, 김건중
호남대학교, 충남대학교

Reactor State Estimation and Control using Kalman Filter

Dae Won Chung, Kern-Joong Kim
Honam University, Chungnam National University

Abstract - The kalman filter which has good estimating capabilities by means of the recursive computation from the previously known or obtained data is usually used for the system estimation in the case of not being directly measurable. The best estimating technique is still open issues on the PWR reactor control system to increase operating contingencies and to predict the safety margins for safer reactor operation. This paper addressed its estimating technique using kalman filter for the more flexible reactor control and showed the reasonable approach for discretization of the continuous-time system for reduction of computation errors.

1. 서 론

일반적으로 칼만필터는 기존에 알고 있거나 접근이 가능한 유용한 정보로부터 시스템상태를 확률적으로 접근하여 최상의 기대치로 추정하는 일종의 재귀적 데이터 처리 알고리즘으로 알려져 있다. 즉, 무한시간 표본공간에서 기존에 알고 있는 정보를 이용하여 오차함수의 확률론에 근거한 시변모델 혹은 직접측정이 어려운 상태변수를 추정하거나 예측한다. 이러한 이론적 원리를 이용하여 시스템이 복잡하고 비선형 특성을 지닌 원자로 상태변수를 추정하여 보다 정확한 상태변수를 추정할 수 있었다. 원자로 운전 및 제어에서 주된 관심은 원자로 안전변수의 정확한 측정과 예측을 통해 충분한 안전 여유도를 확보하고 제어의 정확성을 높여, 궁극적으로 안전성을 확보하는데 있다. 상태변수의 정확한 추정은 다양한 현대 고급제어기법 적용이 가능하고 제어의 융통성을 높일 수 있다. Kalman Filter를 이용한 상태변수 추정의 블록선도를 [그림 1]에서 보여준

다. 운전중 내부거동을 직접 측정이 어려운 현실에서 원자로에 Kalman Filter 추정법으로 유용성을 입증하였다. 원자로 모델은 비교적 단순 모델인 점동특성식(Point Kinetic Equation)을 이용하였고, 이 모델의 비선형 방정식은 근사화 원리를 적용하여 적절히 선형화 하였다.

2. 본 론

2.1 Kalman Filter 이론 고찰

2.1.1 통계적 확률 모델

무한시간 표본공간에서 무작위 신호와 통계적 상태변수의 확률론에 관한하여 확률변수인 상태변수의 외란과 측정신호의 측정잡음은 각각 정규 Gaussian 분포특성을 갖는 백색잡음이고, 이들 확률변수는 독립된 비상관함수의 특성을 갖는다. 확률적 기대치인 상태함수의 추정치는 측정값 및 공분산의 초기치로부터 분포된 통계적 확률론에 근거하여 실제치와 추정치간 오차 공분산(covariance)을 최소로 하는 최적화과정이다.

2.1.2. 이산형 Kalman Filter의 유도

연속시간함수를 갖는 통계적 모델의 동특성은 재귀적 데이터 연산을 위해 이산형으로 변환되어야 하고 그 과정을 요약한다.

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t) + Gu(t) \quad (1)$$

$$z(t) = Cx(t) + v(t) \quad (2)$$

여기서, $u(t) \sim [0, Q]$, $v(t) \sim [0, R]$ 은 Gauss분포의 백색잡음이고, 초기치는 $x(0) = (\bar{x}_0, P_0)$ 이다. 연속함수 모델의 동특성식은 미분방정식의 일반해를 찾는 방법으로 다음을 얻는다.

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)}Gu(\tau)d\tau \quad (3)$$

여기서, $t_0 = k\Delta t$, $t = (k+1)\Delta t$ 로 두면, 다음의 이산 형태의 상태방정식을 얻는다. (Δt 는 샘플링 시간)

$$x_{k+1} = e^{A\Delta t}x_k + \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} e^{A((k+1)\Delta t-\tau)}Bv(\tau)d\tau + \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} e^{A((k+1)\Delta t-\tau)}Gu(\tau)d\tau \quad (4)$$

(4)식 우변의 세번째항은 식(5)과 같이 정리되어, 백색잡음 공분산의 이산치 결과를 얻는다.

$$Q = E[u_k u_k^T] = \int \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} e^{A((k+1)\Delta t-\tau)} G E[u(\tau)u(\sigma)] G^T e^{-A((k+1)\Delta t-\sigma)} d\tau d\sigma \quad (5)$$

여기서, $E[u(\tau)u^T(\sigma)] = Q\delta(\tau-\sigma)$ 이므로

$$Q_k = \int_0^{\Delta t} e^{A\tau} G Q G^T e^{A^T \tau} d\tau = G Q G^T \Delta t, \quad (6)$$

$$R_k = R\delta(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (R\Delta t) \frac{1}{\Delta t} \Pi\left(\frac{t}{\Delta t}\right) = \frac{R}{\Delta t} \text{을 얻는다.}$$

(단, $\Pi(\frac{t}{\Delta t})$: 사각형 주기함수, $\delta(t)$: Dirac delta, $E[\cdot]$: 기대치 연산자, Q, R : 0 평균의 정칙분산, G : 단위행렬)

결과적으로 식(1), (2) 연속함수 공정의 확률모델을 이산화하여 다음과 같이 정리된다.

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + G w_k \quad (7)$$

$$y_k = C_k x_k + v_k \quad (8)$$

$$(\text{단, } A_k = e^{A\Delta t}, C_k = C \text{이며, } B_k = \int_0^{\Delta t} e^{A\tau} B d\tau)$$

2.1.3. 이산형 Kalman Filter 계산 과정

관측필터는 이미 알고 있는 시스템 정보들(상태변수의 초기평균치, 제어입력, 현재 및 과거의 측정값, 공분산 초기치, 노이즈 분포등)을 이용하여 시스템의 상태변수를 추정하고, 그 추정치의 기대오차($e_k = x_k - \hat{x}_k$)를 최소화하려는 문제이다. 즉, 다음과 같은 문제의 목적함수에서

$Min J = E[e_k e_k^T] = E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] = T^T P_k$ 최적화 조건식($\frac{\partial P_k}{\partial K_k} = 0$)으로부터 Kalman Gain을 얻는다.

또한, 현재의 유용한 정보 데이터로부터 상태변수를 추정하고, 현재의 Error Covariance를 계산한다. 다음 단계의 계산을 위해 상태변수 및 Error Covariance를 갱신한다. 이러한 일련의 재귀적 계산과정을 [표 1]에 요약한다.

2.2 원자로의 동특성 모델링

2.2.1 동특성 방정식

원자로를 하나의 점으로 고려하고 6개군의 지발중성자군은 하나의 대표적인 생성원으로 고려한 일점 에너지 방정식의 단순 모델[참고문헌 3]을 사용한다.

- 원자로 동특성방정식 :

$$\frac{dP_r(t)}{dt} = \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} P_r(t) + \lambda_p C(t) \quad (9)$$

$$\frac{dC_r(t)}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda} P_r(t) - \lambda_p C(t) \quad (10)$$

$$\rho(t) = \rho_{nom} U(t) - \alpha_f T_r(t) - \alpha_w T_c(t) \quad (11)$$

- 열전달방정식 :

$$\frac{dT_r(t)}{dt} = -\frac{T_r(t)}{\tau_1} + \frac{T_c(t)}{\tau_1} + K_1 P_r(t) \quad (12)$$

$$\frac{dT_c(t)}{dt} = -\frac{T_c(t)}{\tau_2} + \frac{T_r(t)}{\tau_2} + \frac{T_w(t)}{\tau_4} \quad (13)$$

- 출력방정식 : $T_{no}(t) = 2T_r(t) - T_w(t)$ (14)

2.2.2. 원자로 모델의 선형화

원자로 시스템의 비선형모델은 위 식으로 주어지고 Taylor급수의 근사식을 이용하여 동작점을 기준점으로 선형화하여 얻어진 모델은 다음과 같다. 즉, 선형화 일반식은 섭동의 원리를 이용하여

$$\left. \left(x = x^* + \delta x, A = \frac{\partial f(x, u, t)}{\partial x} \right) \right|_{x^*} B = \left. \frac{\partial f(x, u, t)}{\partial u} \right|_{x^*}$$

다음과 같이 선형화한 원자로 모델을 유도한다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta P_r(t) \\ \delta C_r(t) \\ \delta T_r(t) \\ \delta T_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\rho_0 - \beta}{\Lambda} & \lambda_p & -\frac{\alpha_f P_0}{\Lambda} & -\frac{\alpha_w P_0}{\Lambda} \\ \frac{\beta}{\Lambda} & -\lambda_p & 0 & 0 \\ K_1 & 0 & -\frac{1}{\tau_1} & \frac{1}{\tau_1} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\tau_3} & -\frac{1}{\tau_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta P_r(t) \\ \delta C_r(t) \\ \delta T_r(t) \\ \delta T_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{P_0 \rho_{nom}}{\Lambda} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\tau_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta U(t) \\ \delta T_w(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta w_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta w_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta w_{Tf} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta w_{Tc} \end{bmatrix} v_k \quad (15)$$

$$\delta T_{no}(t) = [0 \ 0 \ 0 \ 2] \begin{bmatrix} \delta P_r(t) \\ \delta C_r(t) \\ \delta T_r(t) \\ \delta T_c(t) \end{bmatrix} + [0 \ -1] \begin{bmatrix} \delta U \\ \delta T_w(t) \end{bmatrix} + v_k \quad (16)$$

여기서, 상태변수의 각각은 다음과 같다.

- δP_r : 원자로 중성자출력 준위 변화량
- δC_r : 지발중성자군 선행핵자농도 변화량
- δT_r : 핵연료 온도 변화량
- δT_c : 원자로 냉각재 평균 온도 변화량
- δT_w : 원자로 냉각재 입구 온도 변화량
- δT_{no} : 원자로 냉각재 출구 온도 변화량
- δU : 원자로 제어봉 위치 변화량

2.3 모의실험 및 결과 고찰

2.3.1 모의실험 입력자료 및 Tool

본 내용을 모의 실험하기 위해 사용된 데이터는 [표 2]와 같고, [참고문헌 2]의 자료를 활용하였다. 모의실험을 위해 MATLAB (ver.4.0) 프로그램을 활용하였으며, 공칭운전 기준점에서 5% 단위입력 변화량에 대한 각 변수의 변화량을 고찰을 하였다.

2.3.2 결과 고찰 및 적용성

[그림 2, 3]에서 원자로 상태변수인 중성자 농도, 지발중성자 선행핵자의 농도, 핵연료 온도, 냉각재 온도의 각 변화량의 추정한 결과를 보여 준다. 실제치와 추정치는 거의 근사적으로 일치된 변화량을 보여주어 칼만필터에 의한 추정결과를 실제 측정값으로 대신할 수 있음을 보인다. 원자로 운전 및 제어에서 이들 상태 변수의 변화를 추정하고 예측하는 기술은 여러 가지 목적으로 사용될 수 있고, 칼만필터의 추정 알고리즘의 유용성과 적용성을 높여준다.

3. 결 론

시스템이 복잡하고 비선형 동특성을 갖는 원자로 계통에서 칼만필터를 적용하여 상태변수인 원자로 제어변수를 추정하였다. 측정이 불가능한 원자로 상태변수를 백색잡이 포함된 측정변수와 기존의 정보를 이용하여 실제에 근접된 좋은 추정결과를 얻었다. 이는 원자로에서 현실적으로 직접 측정이 불가능한 상태변수를 추정과 예측하여 운전상태와 안전여유도를 확인하고 여러 목적에 이용될 수 있음을 고찰하였다. 이 결과를 이용하여 최적제어이론을 바탕으로 한 상태변수 귀환 제어기법의 적용과 활용성을 제시한다.

[참 고 문 헌]

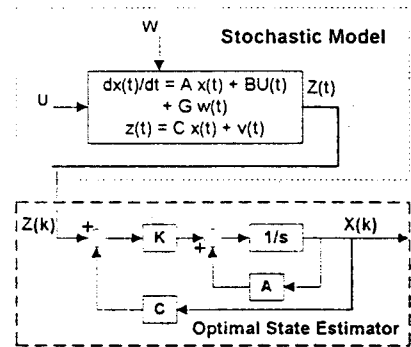
- [1] Robert G. Brown, "Introduction to Random signals and Applied Kalman Filtering", Wiley, 3rd Edition, 1985
- [2] 정 대 원, 김 건 중, "가압경수형 원자로 제어에 최적화 제어이론을 적용한 부하추종운전능력 향상에 관한 연구", 충남대학교, 1996
- [3] 고병준, 김창효, "원자로 동특성과 제어", '75
- [4] MATLAB Simulation Program, version 4.0
- [5] Phollipp F. Schweizer, Design of Specially Optimal Filters for Nuclear Reactor Systems, IEEE Trans. Nuclear System, vol. NS-18, No.1 (Feb. 1971) pp 403 - 407.
- [6] Frank L. Lewis, " Applied Optimal Control and Estimation", 1993.

[표 2] 시뮬레이션에 사용된 파라메타의 상수값

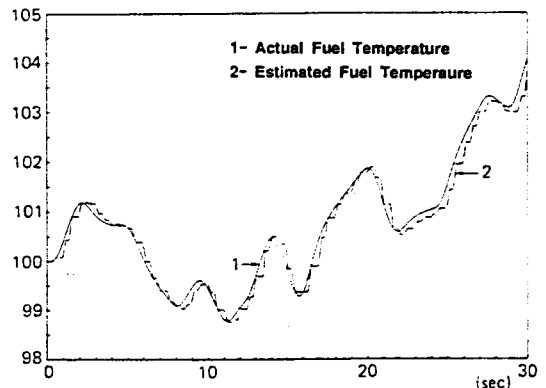
파라메타	상 수 값	파라메타	상 수 값
ρ_0	$9.2852 \times 10^{-2} \text{ JK/K}$	τ_1	5.5.8 s
β	6.5×10^{-5}	τ_2	2.03 s
A	$3.0 \times 10^{-20} \text{ s}$	τ_3	80.5 s
λ_f	0.0784/s	τ_4	2.08 s
α_f	$-2 \times 10^{-5} \text{ JK/K}^\circ \text{C}^{-1}$	K_1	$102.7 \text{ }^\circ \text{C}^{-1} / \text{s}$
α_m	$-25 \times 10^{-5} \text{ JK/K}^\circ \text{C}^{-1}$	ρ_{100}	2.34×10^{-2}

[표 1] 칼만필터 계산 알고리즘 요약

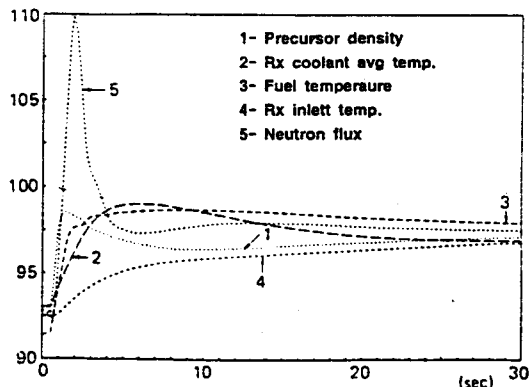
계산순서 및 항목	알고리즘의 계산 모델
1. 통계적 시스템 모델	$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k, z_k = Cx_k + v_k$ $x_0 \sim (\bar{x}_0, P_0), w_k \sim (0, Q), v_k \sim (0, R)$
2. 가절과 기저 정보	w, v 은 백색잡음이며, 초기치를 알고있음
3. 필터의 초기화	$\hat{x}_0 = \bar{x}_0$
4. Off-line 계산	칼만게인 : $K_k = P_k C_k^T (C_k P_k C_k^T + R_k)^{-1}$
5. On-line 계산	$\hat{x}_k = \hat{x}_{k-1} + K_k (z_k - C_k \hat{x}_{k-1})$ $P_k = (I - K_k C_k) P_{k-1}$
6. 계산의 시간 갱신	$\hat{x}_{k+1} = A_k \hat{x}_k + B_k u_k$ $P_{k+1} = A_k P_k A_k^T + G_k Q_k G_k^T$



[그림 1] 공정모델의 칼만필터 블록선도



[그림 2] 핵연료 온도의 실제치와 추정치



[그림 3] 5% 단위계단입력 변화에 대한 상태변수의 변화량 추정된 제적