

미지입력 관측기 설계기법을 이용한 선형 시스템의 고장진단

김 민형[§], 안 비오^{§§}, 정 준홍^{§§}, 이 문희^{§§§}, 안 두수^{§§§}

§ 한국 수자원공사, §§ 성균관 대학교 전기공학과, §§§ (주) 다안전자

Fault Diagnosis of Linear Systems Based on the Unknown Input Observer Design Technique

Min-Hyung Kim[§], Pius Ahn^{§§}, Joon-Hong Jung^{§§}, Moon-Hee Lee^{§§§}, Doo-Soo Ahn^{§§§}

§ Korea Water Resource Co., §§ Sung Kyun Kwan Univ. Electrical Eng., §§§ Da-an Elec. Corp.

Abstract - A new method of Fault Diagnosis in linear systems using unknown input observer design technique is presented. This method is based upon the fact that the structural uncertainties, actuator faults, and sensor faults of a linear system can be rewritten in unknown inputs. The proposed method can simultaneously estimate the state variables of an actual system, as well as the actuator and sensor faults.

구동기와 감지기 고장의 구체적인 크기는 물론, 실제 시스템의 상태까지 동시에 추정할 수 있다. 2절에서는 미지입력 관측기의 설계와 이를 고장진단에 적용하는 방법을 제시하였으며, 3절의 적용예를 통하여 제안된 고장진단 방법이 고장과 실제 상태값을 정확하게 추정함을 보였다.

1. 서 론

전기, 전자, 컴퓨터 기술의 눈부신 발전은 많은 제어 시스템을 복잡하고 정교하게 진보시키는 계기가 되었으며, 이에 따라 시스템의 신뢰성(Reliability) 및 동작환경의 안전성(Safety) 향상에 대한 문제는 점점 더 중요하게 인식되고 있다. 시스템의 신뢰성과 안전성을 향상시키기 위해서는 원하지 않는 결과를 초래할 수 있는 비정상적인 동작(Fault)을 검출(Fault Detection)하고 분리(Fault Isolation)하며, 또한 식별(Fault Identification)할 수 있도록 고장진단(Fault Diagnosis)[1]~[5]기능이 절대적으로 필요하다.

관측기 설계를 이용한 고장진단 방법은 근래에 많은 관심을 받고 있는 방법으로서, 시스템의 수학적 모델과 실제 모델의 출력을 비교, 분석하여 고장진단을 수행하는 방법(Analytical Redundancy Approach)이다. 그러나 이 방법은 관측기 설계시 정확한 시스템 모델을 필요로 하기 때문에 설계된 관측기의 강인성이 중요한 문제점이 된다[1]~[3]. 최근, 이 문제를 해결하기 위해서 시스템의 불확실성을 미지입력으로 모델링한 후 미지입력 관측기 설계를 이용하여 고장진단을 수행하는 방법이 연구되고 있다[3],[4],[6]

본 연구에서는 시스템 불확실성과 구동기 고장, 그리고 감지기 고장이 동시에 포함된 선형 시스템에 대하여 미지입력 관측기를 설계하고, 이를 이용하여 고장과 실제상태에 대한 추정식을 유도함으로써 새로운 고장진단 방법을 제시하였다. 제안된 방법은 시스템 불확실성에 대한 강인성을 보장받을 수 있으며,

2. 선형 시스템의 고장진단 관측기 설계

2.1 미지입력 관측기 설계

다음과 같이 미지입력을 포함하는 선형 시스템을 고려하자.

$$\dot{x} = Ax + Bu + Dd \tag{1.a}$$

$$y = Cx \tag{1.b}$$

여기서, $x \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $u \in \mathbb{R}^{k \times 1}$, $d \in \mathbb{R}^{p \times 1}$, $y \in \mathbb{R}^{m \times 1}$

일반적인 형태의 관측기를 식(1)의 시스템에 적용할 경우 미지입력 d 의 영향 때문에 정확한 상태추정이 어렵다. 따라서, 미지입력에 영향받지 않고 시스템의 상태를 추정할 수 있는 미지입력 관측기를 다음과 같이 제안하기로 한다.

$$\dot{\hat{w}} = Fw + Gu + Hy \tag{2.a}$$

$$\hat{x} = w + Ry \tag{2.b}$$

여기서,

$$F = MA - LC, G = MB, H = L + FR$$

$$M = I_n - RC, R = D[CD]^+$$

$$(+ : \text{left pseudo inverse}) \tag{3}$$

■ 정리 1

식(2.b)로 제안된 미지입력 관측기를 이용한 추정 상태 \hat{x} 이 실제상태 x 에 수렴하기 위한 조건은

- 1) $\text{rank}[CD] = p$,
- 2) 쌍 (MA, C) 이 가관측(또는 가검출)해야 한다.

▣ 증명

조건 1)은 식(3)의 left pseudo inverse가 존재하기

위한 조건이다.

조건 2)를 증명하기 위해 상태추정 오차를 다음과 같이 정의하자.

$$e \triangleq x - \hat{x} \quad (4)$$

식(4)의 양변을 미분하면,

$$\begin{aligned} \dot{e} &= Ax + Bu + Dd - (\dot{\hat{w}} + R\dot{y}) \\ &= Ax + Bu + Dd - (MA - LC)(\hat{x} - Ry) \\ &\quad - MBu - (L + FR)y - RC(Ax + Bu + Dd) \\ &= (MA - LC)(x - \hat{x}) + Dd - RCd \end{aligned} \quad (5)$$

left pseudo inverse의 성질로부터,

$$RCD = D[CD]^+ [CD] = D \quad (6)$$

식(6)을 식(5)에 대입하고 정리하면,

$$\dot{e} = (MA - LC)e \quad (7)$$

즉, 쌍 (MA, C) 가 가관측(또는 가검출)하면 $MA - LC$ 의 고유값이 모두 음의 실수부를 갖는 미지입력 관측기 이득행렬 L 이 존재하므로,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0, \quad \therefore t \rightarrow \infty \text{일 때 } \hat{x} \rightarrow x \quad \blacksquare$$

2.2 선형 시스템의 고장진단

다음과 같이 불확실성과 구동기 고장, 그리고 감지기 고장이 포함된 선형 시스템을 고려하자.

$$\dot{x} = (A + \Delta A)x + (B + \Delta B)u + Fv \quad (8.a)$$

$$y = Cx + E\zeta \quad (8.b)$$

여기서, $x \in \mathcal{R}^{n \times 1}$, $u \in \mathcal{R}^{k \times 1}$, $v \in \mathcal{R}^{q \times 1}$

$$y \in \mathcal{R}^{m \times 1}, \quad \zeta \in \mathcal{R}^{r \times 1}$$

v 와 ζ 는 각각 구동기 고장과 감지기 고장을 나타내며, 고장이 일어나지 않았을 때의 값은 0이다. F 와 E 는 구동기 고장과 감지기 고장이 시스템에 미치는 방향을 나타내주는 고장방향행렬이며, 모두 full column rank를 갖는다고 가정하였다. ΔA , ΔB 는 시스템의 불확실성을 나타내는 행렬로서, 식(9)와 같이 미지입력을 이용하여 모델링할 수 있다[6].

$$\dot{x} = Ax + Bu + Df + Fv \quad (9.a)$$

$$y = Cx + E\zeta \quad (9.b)$$

여기서, f 는 파라미터 변동이나 모델링 오차등의 시스템 불확실성을 미지입력으로 모델링한 벡터이며 행렬 A, B 에서 불확실성을 포함하고 있는 행의 갯수를 합한 만큼의 차수 p 를 갖는다. 그리고, D 는 이러한 불확실성이 행렬 A, B 의 몇 번째 행에 포함되어 있는지를 나타내는 불확실성 지시행렬이다.

식(9)를 식(1)과 같은 시스템 형태로 변환하기 위해서 감지기 고장 ζ 가 식(9)의 상태에 포함된 확장된 동적 방정식을 구성하자. 이를 위하여 먼저, 감지기

고장의 미분을 다음과 같이 표현한다[5].

$$\dot{\zeta} = A_s \zeta + \gamma, \quad A_s: \text{임의의 안정행렬}, \quad \gamma \in \mathcal{R}^{r \times 1} \quad (10)$$

식(10)을 이용하여 식(9)의 시스템을 재표현하면,

$$\dot{z} = \overline{A}z + \overline{B}u + \overline{D}d \quad (11.a)$$

$$y = \overline{C}z \quad (11.b)$$

여기서,

$$\begin{aligned} z \triangleq [x; \zeta]^T \in \mathcal{R}^{(n+r) \times 1}, \quad d \triangleq [f; v; \gamma]^T \in \mathcal{R}^{(p+q+r) \times 1} \\ \overline{A} \triangleq \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A_s \end{bmatrix}, \quad \overline{B} \triangleq \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \overline{D} \triangleq \begin{bmatrix} D & F & 0 \\ 0 & 0 & I_r \end{bmatrix}, \quad \overline{C} \triangleq [C \ E] \end{aligned}$$

위의 확장된 시스템에서 벡터 d 는 고장과 시스템 불확실성이 모두 포함된 미지입력이다.

이제, 식(11)로 표현된 시스템에 대하여 식(2)와 같은 형태를 가지는 고장진단 관측기를 설계하자.

$$\dot{\hat{w}} = \overline{F}\hat{w} + \overline{G}u + \overline{H}y \quad (12.a)$$

$$\hat{z} = \hat{w} + \overline{R}y \quad (12.b)$$

여기서,

$$\overline{F} = \overline{M}\overline{A} - \overline{L}\overline{C}, \quad \overline{G} = \overline{M}\overline{B}, \quad \overline{H} = \overline{L} + \overline{F}\overline{R}$$

$$\overline{M} = I_{n+r} - \overline{R}\overline{C}$$

$$\overline{R} = \overline{D}[\overline{C} \ \overline{D}]^+ = \overline{D} [N_p; N_q; N_r]^T$$

$$\text{단, } [N_p; N_q; N_r]^T = [CD; CF; E]^+ \quad (13)$$

정리 2

식(12.b)로 제안된 고장진단 관측기를 이용한 추정 상태 \hat{z} 이 실제상태 z 에 수렴하기 위한 조건은

$$1) \text{rank}[\overline{C} \ \overline{D}] = \text{rank}[CD; CF; E] = p+q+r,$$

$$2) \text{쌍 } (\overline{M} \ \overline{A}, \ \overline{C}) \text{이 가관측(또는 가검출)해야 한다.}$$

증명

<정리 1>의 증명과정과 동일. ■

제안된 고장진단 관측기의 상태 w 를 이용하여 구동기 고장과 감지기 고장에 대한 추정식, 그리고 시스템의 상태 추정식은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{v} = N_q(\hat{y} - \overline{C}(\overline{A}\hat{w} + \overline{B}u + \overline{A}\overline{R}y)) \quad (14)$$

$$\hat{\zeta} = [0; I_r]w + N_r y \quad (15)$$

$$\hat{x} = [I_n; 0]w + (D N_p + F N_q)y \quad (16)$$

따름 정리 1

<정리 2>가 성립하면 식(14)~(16)의 구동기 고장, 감지기 고장, 그리고 시스템 상태에 대한 추정값은 실제값에 수렴한다.

증명

참고문헌 [4]의 <설계조건 2> 증명과정 참조. ■

3. 적용 예

다음과 같이 불확실성과 고장을 포함하는 시스템을 고려하자.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ -8+\alpha & -4+\beta & -5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \zeta, \quad x(0) = [3 \ -2 \ -4]^T$$

여기서, 제어입력 : $u(t) = 1$,

구동기 고장 : $v = 1.3\sin(t), t \geq 10\text{sec}$

감지기 고장 : $\zeta = -0.2\cos(\pi t), t \geq 15\text{sec}$

시스템 불확실성을 식(9)를 이용하여 미지입력으로 모델링하면 ($\alpha = 2, \beta = -0.5$ 라 가정하자),

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ -8 & -4 & -5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} (\alpha x_1 + \beta x_2) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v$$

위 시스템은 <정리 2>의 조건을 모두 만족시킴으로 제안된 고장진단 관측기를 설계할 수 있으며, 또한 <따름 정리 1>로부터 구동기 고장과 감지기 고장, 그리고 실상태에 대한 추정식을 세울 수 있다. 관측기의 고유값을 -8, -2, -4, -5로 지정하기 위한 이득행렬 L을 적절하게 계산하여 식(13)에 대입하면 다음과 같은 관측기 방정식을 구할 수 있다.

$$\dot{w} = \begin{bmatrix} -4.04 & 1.82 & -0.57 & 0.35 \\ 2.79 & -6.57 & -1.18 & -0.60 \\ -1.29 & -0.93 & -4.32 & 0.10 \\ -0.79 & -0.76 & 0.51 & -4.07 \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} y, \quad w(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T, \quad (A_s = -3)$$

구동기 고장과 감지기 고장, 그리고 상태 추정값은 식(14)~(16)으로 부터, 다음과 같이 계산된다.

$$\hat{v} = w_1 + w_3 - u + y_1 + \hat{y}_1 - \hat{y}_3, \quad \hat{\zeta} = w_4 + y_2$$

$$\hat{x}_1 = w_1 + y_1 - y_3, \quad \hat{x}_2 = w_2, \quad \hat{x}_3 = w_3 + y_3$$

위에서 구한 고장진단 관측기와 각각의 추정 방정식을 MATLAB 4.2C Simulink상에서 Simulation한 결과를 그림 1, 그림 2에 나타내었다.

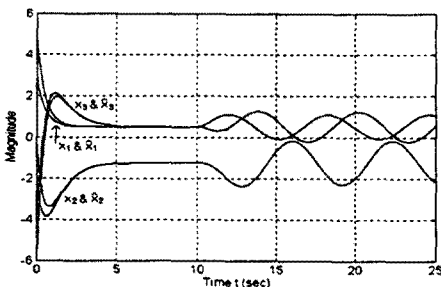


그림 1. 실제 상태와 추정 상태
Fig 1. Real and estimation states

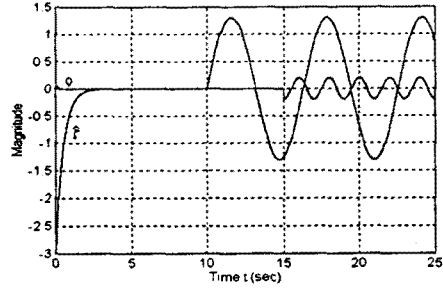


그림 2. 구동기, 감지기 고장의 추정값
Fig 2. Estimation value of actuator & sensor fault

4. 결론

시스템의 불확실성과 구동기 고장, 감지기 고장이 동시에 포함된 선형 시스템에 대하여 미지입력 관측기 설계기법을 이용한 고장진단 관측기를 설계하고 이를 통하여 고장진단을 수행할 수 있는 방법을 제시하였다. 제안된 고장진단 방법은 시스템의 불확실성에 영향받지 않으며 실제 고장값을 정확하게 추정해 낼 수 있음은 물론 시스템의 실상태도 동시에 추정할 수 있음을 시뮬레이션을 통하여 입증했다.

[참고 문헌]

- [1] Janos J. Gertler, "Survey of Model-Based Failure Detection and Isolation in Complex Plants", IEEE Control System Magazine, December, pp 3-11, 1988.
- [2] Paul M. Frank, "Fault Diagnosis in Dynamic systems Using Analytical and Knowledge-based Redundancy—A Survey and Some New Results," Automatica, Vol. 26, No. 3, pp 459-474, 1990.
- [3] Mehrdad Saif and Yuping Guan, "A New Approach to Robust Fault Detection and Identification", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 29, No. 3 pp 685-695, July 1993.
- [4] 김민형, 안비오, 정준홍, 안두수, "선형 시스템의 고장진단 관측기 설계에 관한 연구", 제어계측·자동화·로보틱스 연구회 합동 학술 발표회 논문집, pp 379-382, 1997.
- [5] Jaehong Park, Giorgio Rizzoni & William B. Ribbens, "On the Representation of Sensor Faults in Fault Detection Filters", Automatica, Vol. 30, No. 11, pp 1793-1795, 1994.
- [6] Mehrdad Saif, "Techniques in Robust State Estimation Theory with Applications", Control and Dynamic Systems, Vol. 53, pp 261-298, 1992.