

근사화 inverse 시스템을 사용한 비최소위상플랜트의 적응제어기 설계

오현철* · 김윤상* · 좌종철** · 이재춘* · 김재일*** · 안두수*

*석규과대 전기공학과 **제주전문대학 전기과 ***동의전문대학 전자계산과

The Design of Adaptive Controller for Nonminimum-Phase System using Approximate Inverse System.

Hyun-Cheol Oh* · Yoon-Sang Kim* · Jong-Cheol Jwa** · Jae-Il Kim*** · Doo-Doo Ahn*

*Dept. of Electrical Eng. Sung Kwon Univ. **Che-Ju Junior Coll. ***Dong-Eui Coll.

Abstract - This paper presents a approach to the adaptive control of nonminimum-phase continuous-time systems. It is shown that pole-zero cancellations can be avoided by using approximate inverse systems. The computer simulation results are presented to illustrate the effectiveness of the proposed method.

1. 서 론

적응제어이론은 미지의 파라미터를 가지는 플랜트에 대하여 제어기의 파라미터를 자동으로 조절할 필요에 의해서 출발하였다. 적응제어 이론의 두드러진 발전은 Feuer와 Morse[1]에 의해서 이루어졌다. 선형 시불변 시스템에 적용하여 전체적인 수렴을 개선하였다. Narendra와 Vavani[2]는 제한된 연속시간 시스템에 대하여 좋은 결과를 얻었다.

비최소 위상 시스템은 전달함수에 영점이 s-평면의 우반평면에 있는 경우를 말한다[4]. 일반적인 적응제어기술은 비최소 위상플랜트에 대하여 좋은 응답 특성의 결과를 얻지 못하였다[5]. 비최소위상 플랜트의 적응제어는 이론적으로나 실제적으로 많은 보안점을 가지고 있다[6]. 초기의 자기동조(self-tuner) 혹은 기준모델 적응제어(MRAC) 알고리즘은 시스템의 불안정한 결과를 초래하는 극점-영점(pole-zero)의 소거(cancellation)를 포함하였다[5]. 더군다나 불안정한 극점-영점 소거로 인하여 신호의 유계(boundedness)를 보장할 수 없기 때문에 제어성능에 근본적인 한계를 가졌다[7]. 극배치 기법은 불안정한 극점-영점의 소거를 피하기 위해서 제안되었다. 이 방법은 페루프 시스템에서 단지 극점만을 지정한다[8]. 그러나 기준모델기법로 부터 얻어진 응답 특성보다는 성능이 만족할 만 하지 못하다.

이 논문에서는 SISO 시스템에서 근사화 inverse 시스템을 사용하여 비최소위상 플랜트의 기준모델 적응제어를 위하여 새로운 방법을 제시하였으며,

근사화 inverse 시스템은 불안정한 극점-영점의 소거를 피하는 것이 가능하였다.

2. 본 론

2.1 근사화 inverse 시스템 및 제어기설계

다음과 같은 SISO 연속시간 시스템을 고려하자.

$$y(t) = \frac{B(s)}{A(s)} u(t) \tag{1}$$

여기서,

$$A(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0 \tag{2}$$

$$B(s) = b_ms^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_1s + b_0 \tag{3}$$

A(s)와 B(s)는 미지의 다항식이며 서로소(coprime)이다. A(s)와 B(s)의 차수는 알고 있으며 $m < n$ 을 만족한다. 그리고 플랜트는 비최소 위상 플랜트이다.

기준모델은 다음과 같다.

$$y_m(t) = \frac{B_m(s)}{A_m(s)} u_m(t) \tag{4}$$

여기서,

$$A_m(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0 \tag{5}$$

$$B(s) = \beta_ms^m + \beta_{m-1}s^{m-1} + \dots + \beta_1s + \beta_0. \tag{6}$$

s-평면과 z-평면사이의 사상관계인 bilinear변환은 다음과 같은 관계가 있으며,

$$s = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \tag{7}$$

역 변환

$$z = \frac{1+(T/2)s}{1-(T/2)s} \tag{8}$$

도 가능하다[10].

B(s)를 B(z)로 변환하고, 재표현하면

$$B(z) = \frac{B_1(z)}{(1+z^{-1})^m} \tag{9}$$

그리고,

$$B_1(z)Q(z) \approx D(z) \tag{10}$$

인 관계를 고려하자. 여기서 $D(z) = (\lambda_2 + \lambda_1 z^{-1})^d$, $d \leq (m+p)$ 이고 $0 < \lambda_1 < \lambda_2 < 1$ 이다.

$Q(z) = q_0 + q_1 z^{-1} + \dots + q_p z^{-p}$ 이며 p 는 양수(positive number)로 선택한다. 식(10)의 근사화는 $Q(z)$ 를 결정하는 문제로 축소되며 최소자승 근사화를 사용하여 식(10)을 만족하는 $Q(z)$ 를 쉽게 찾을 수 있다. 그러므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$B(z) \approx \frac{D(z)}{(1+z^{-1})^m Q(z)} \quad (11)$$

$B(z)$ 를 bilinear 변환을 하면

$$B(s) \approx \frac{B_2(s)}{B_3(s)} \quad (12)$$

$$B_2(s) = (\lambda_2 + \lambda_1 \frac{1-(T/2)s}{1+(T/2)s})^d (1 + \frac{T}{2}s)^{m+p}$$

$$= [(\lambda_1 + \lambda_2) + \frac{T}{2}(\lambda_2 - \lambda_1)s]^d (1 + \frac{T}{2}s)^{m+p-d} \quad (13)$$

$$B_3(s) = 2^m Q_1(s) \quad (14)$$

$$Q_1(s) = q_0(1 + \frac{T}{2}s)^p + q_1(1 + \frac{T}{2}s)^{p-1}(1 - \frac{T}{2}s) + \dots + q_{p-1}(1 + \frac{T}{2}s)(1 - \frac{T}{2}s)^{p-1} + q_p(1 - \frac{T}{2}s)^p \quad (15)$$

식(13)으로 부터 식(12)의 $B_2(s)$ 는 안정한 다항식이다.

플랜트 출력 $y(t)$ 는 기준모델의 출력 $y_m(t)$ 에 수렴하도록 제어기를 설계한다. $A(s)$ 와 $B(s)$ 는 서로 소(coprime)이며 $T(s)$ 를 점근 안정(asymptotically stable) 다항식이라고 하면,

$$A(s)R(s) + B(s)S(s) = T(s)(A(s) - A_m(s)) \quad (16)$$

단, $\deg T(s) = l (l \geq n)$, $\deg R(s) = l-1$, $\deg S(s) = \leq n-1$ 를 만족하는 유일한(unique) 다항식 $R(s)$ 와 $S(s)$ 가 존재한다[8]. $R(s)$ 와 $S(s)$ 를 이용하면 제어입력

$$u(t) = \frac{R(s)}{T(s)} u(t) + \frac{S(s)}{T(s)} y(t) + \frac{B_3(s)B_m(s)}{B_2(s)} u_m(t) \quad (17)$$

기준모델과 플랜트 출력의 오차는 다음과 같다.

$$e(t) = y(t) - y_m(t) \quad (18)$$

식(1), (2), (16), (17)를 이용하면 다음을 얻을 수 있다.

$$e(t) = y(t) - y_m(t) = \frac{B(s)B_3(s) - B_2(s)}{B_2(s)} y_m(t)$$

$$= \frac{\Delta(s)}{B_2(s)} y_m(t) \quad (19)$$

단, $\Delta(s) = B(s)B_3(s) - B_2(s)$

$$= \sum_{i=0}^{p+m} \delta_{p+m-i} s^{p+m-i} \quad (20)$$

$\Delta(s)$ 는 근사화 오차이다.

$B(s)$ 의 근사화 inverse 시스템을 얻기 위해서 적당한 p 를 선택하며 정확한 근사화를 위해서 $Q(z)$ 의 p 의 차수를 조절하므로써 설계조건을 만족하는 임의의 양수 값 ϵ 는 $\max |e(t)| < \epsilon \approx 0$ 이 된다.

식(17)에서 $B(s)$ 는 나타나지 않으며, $B_2(s)$ 는 안

정한 다항식이기 때문에 플랜트의 영점과 불안정한 제어기의 극점사이에 극점-영점의 소거는 발생하지 않는다. 그리고, 제어입력 $u(t)$ 를 얻기 위해서 $B(s)$ 의 근사화 inverse 시스템 $B_3(s)/B_2(s)$ 를 사용하여도 플랜트는 식(1)과 같다.

2.2 파라미터의 추정

플랜트 (1)을 다음과 같이 표현하자.

$$A(s)y(t) = B(s)u(t) \quad (21)$$

위의 식(21)은 신호의 n 차 미분을 포함하고 기때에 $s^n y(t)$ 를 계산하기 어렵다고 알려져 있다. 식(21)을 안정한 monic 다항식으로 다시 표현하면

$$\Gamma(s)y(t) = B(s)u(t) + (\Gamma(s) - A(s))y(t) \quad (22)$$

이다. 여기서, $\Gamma(s) = s^n + \gamma_{n-1}s^{n-1} + \dots + \gamma_1s + \gamma_0$ 이다.

$F(s) = \Gamma(s) - A(s) = f_{n-1}s^{n-1} + \dots + f_1s + f_0$ 로 놓으면 플랜트는

$$y(t) = \frac{B(s)}{\Gamma(s)} u(t) + \frac{F(s)}{\Gamma(s)} y(t)$$

이다. 플랜트의 미지의 계수를 갖고 있다면 $y(t)$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y(t) = \theta^T X_f(t) \quad (23)$$

$$\theta = [f_{n-1}, f_{n-2}, \dots, f_1, f_0, b_m, b_{m-1}, \dots, b_1, b_0]^T$$

$$X_f(t) = [\frac{s^{n-1}}{\Gamma(s)} y(t), \dots, \frac{s}{\Gamma(s)} y(t), \frac{1}{\Gamma(s)} y(t), \frac{s^m}{\Gamma(s)} u(t), \dots, \frac{s}{\Gamma(s)} u(t), \frac{1}{\Gamma(s)} u(t)]^T$$

플랜트 파라미터를 추정하기 위해서 최소자승 알고리즘을 사용하면 다음과 같다.

$$\hat{\theta} = -g \frac{PX_f(t)\epsilon(t)}{1 + cX_f^T(t)PX_f(t)} \quad (24)$$

$$P = -g \frac{PX_f(t)X_f^T(t)P}{1 + cX_f^T(t)PX_f(t)} \quad (25)$$

$$\epsilon(t) = \hat{\theta}^T X_f(t) - y_r(t) \quad (26)$$

$$P(0) = P(t_r) = k_o I > 0 \quad (27)$$

여기서 $t_r = \{t | \lambda_{\min}(P(t)) \leq k_1\}$, $k_o > k_1 > 0$, F 는 공분산(covariance)행렬, $c, g > 0$ 이다[9].

입력 $u(t)$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u(t) = \frac{\hat{R}(s)}{T(s)} u(t) + \frac{\hat{S}(s)}{T(s)} y(t) + \frac{\hat{B}_3(s)B_m(s)}{\hat{B}_2(s)} u_m(t) \quad (28)$$

여기서,

$\hat{R}(s), \hat{S}(s), \hat{B}_2(s), \hat{B}_3(s)$ 는 각각 $R(s), S(s), B_2(s), B_3(s)$ 를 추정한 것이다.

2.3 모의 실험

실험에 사용한 플랜트는 다음과 같다.

$$A(s) = s^3 + 5s^2 + 6s + 3$$

$$B(s) = s^2 - 5s - 2$$

플랜트 전달함수 $B(s)/A(s)$ 는 -3.5468 , $-0.7266 \pm j0.5638$ 에서 3개의 극을 가지고 있으며, -0.3723 에서 안정한 영점, 5.3723 에서 불안정한 영점을 가진다. 사용된 계수는 $\lambda_2=0.1$, $\lambda_1=0.01$, $p=10$ 를 선택하였다. 그리고, $A_m(s)$, $B_m(s)$ 는 각각 다음과 같이 선택하였다.

$$A_m(s) = s^3 + 8s^2 + 9s + 5$$

$$B_m(s) = s^2 + 3.3s + 1.6$$

제안된 방법을 비최소위상 연속시간 시스템에 적용하였다. 출력 $y(t)$ 는 기준모델의 출력 $y_m(t)$ 에 빠르게 수렴함을 알 수 있으며, 제안된 방법이 비최소위상 시스템의 제어기를 설계하는데 매우 효과적임을 보여주고 있다.

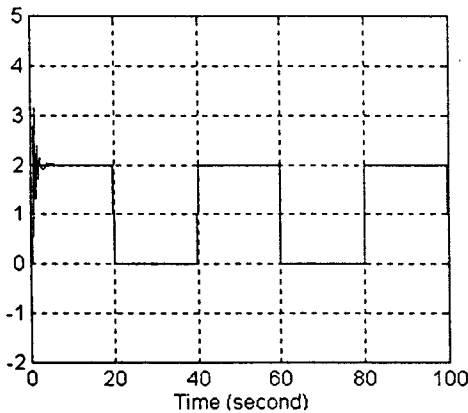


그림 1. 플랜트와 기준모델의 출력

3. 결 론

연속시간 시스템 비최소위상 플랜트의 새로운 적응제어 알고리즘을 제안하였다. 근사화(approximate) inverse 시스템을 사용하여 불안정한 극점-영점의 소거를 피할 수 있음을 보였다. 모의 실험결과는 비최소위상 플랜트의 기준모델 적응제어기를 설계하기 위하여 제안된 방법이 효과적임을 알 수 있다.

[참 고 문 헌]

[1] Feuer, A. and Morse, S., "Adaptive Control of Single-Output Linear Systems", IEEE trans. on automatic control, vol. AC-23, no. 8, pp557-570, 1978
 [2] Narendra, K. S. and Valavani, L. S., "Stable Adaptive Controller Design Direct Control", IEEE trans. on automatic control, vol. AC-23, no. 8, pp570-583, 1978.
 [3] Narendra, K. S., Lin, Y. H. and Valavani, L. S., "Stable Adaptive Controller Design, Proof of

Stability", IEEE trans. on automatic control, vol. AC-25, no. 6, pp440-448, 1980.

[4] Morari, M. and Zafiriou, E. "Robust Process Control", Prentice-Hall, 1989.
 [5] Lu, J. and Yahagi, T. "New Design Method for Model Reference Adaptive Control for Nonminimum-phase Discrete-Time Systems with Disturbance", IEE Proc., D, 140, pp34-40, 1993.
 [6] Clarke, D. W., "Self-Tuning Control of Nonminimum-Phase Systems, Automatica, vol.20, pp.501-517, 1984.
 [7] Lin, W. Wang, Y. and Yong, J. "Unified Adaptive Control of Nonminimum-Phase Discrete-Time Systems. Part 2: Target Tracking and Dynamic Compensation.", Int. J. Control, vol. 52, no. 2, pp.423-440, 1990.
 [8] Astrom, K. J. and Witenmark, B., "Adaptive Control", Addison-Wesley, 1995.
 [9] Isermann, R., Lachamann, K. H. and Matko, D., "Adaptive Control Systems", Prentice-Hall, 1994.
 [10] Astrom, K. J. and Witenmark, B., "Computer Controlled Systems : Theory and Design", Prentice-Hall, 1990.