

슬라이딩 모드 제어에 기반한 퍼지 제어기 설계에 관한 연구

*장병훈, *고재호, *유창완, **배영철, *임화영
* 광운 대학교 제어계측공학과, ** 산업 기술 정보원

A Study on Design of Sliding Mode Control-based Fuzzy Control

*Jang Byeong-Hun, *Ko Jae-Ho, Yu Chag-Wan, **Bae Young-Chul, *Yim Wha-Y
* Dept of Control and Instrumentation Eng. Kwang Woon Univ, **KINITI

Abstract - In this paper, a sliding mode control-based fuzzy controller is suggested.

It is a robust control method and can be applied in the presence of model uncertainties and parameter disturbances.

An inverted pindulum is effectively controlled by the proposed method in spite of existing model uncertainties and parameter disturbances.

1. 서 론

슬라이딩 제어는 비선형이나 불확실한 시스템을 제어하는 방법으로 파라미터의 외란이나 모델 불확실성의 존재에서, 불확실성과 외란의 경계를 알고 있다면, 적용할 수 있는 강건한 제어 방법이다. [3]

슬라이딩 제어의 특징은 미리 설정한 안정한 슬라이딩 평면에 시스템의 상태를 도달시키고, 상태가 슬라이딩 평면에 계속 머무르도록 스위칭 입력을 가함으로써 모델 불확실성과 파라미터의 외란에 강한 제어를 설계할 수 있다는 것이다.

그러나, 슬라이딩 제어기는 슬라이딩 평면을 중심으로 과도하게 인가되는 제어 입력으로 인해 슬라이딩 평면에서 채터링(chattering)이 발생하는 결점을 가지고 있고 이것은 고주파 동역학을 야기시키는 바람직하지 못한 것이다.

채터링 현상의 개선 방안으로 퍼지 논리와 퍼지 집합 이론을 도입한 퍼지 논리이다. 최근 슬라이딩 제어와 퍼지 제어의 연관성에 대해 그들의 연산이 많은 경우에 유사함이 확인되었다. [3]

본 논문에서는 비선형성이 강한 도립 진자 시스템에 슬라이딩 제어 원리에 기반을 둔 퍼지 제어기법을 도입하여 제어하였고 시뮬레이션을 통하여 퍼지 슬라이딩 제어의 특성을 검증하였다.

2. 퍼지 슬라이딩 제어

2.1 슬라이딩 제어

일반적인 SISO 비선형 시스템은 다음과 같은 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\dot{x}^{(n)} = f(x) + g(x)u \quad (1)$$

여기서 x 는 상태 벡터, $f(x)$ 는 상태 벡터에 따른 불확실한 비선형 함수, $g(x)$ 는 상태 벡터에 따른 제어 이득, u 는 제어 입력이며 x 는 출력이다.

f 와 g 는 모르지만 비선형 함수 f 와 추정치 \hat{f} 의 오차와 상한치는 다음과 같고,

$$f(x) = \hat{f}(x) + \Delta f(x) \quad |\Delta f(x)| \leq F(x) \quad (2)$$

$\hat{f}(x)$ 와 $F(x)$ 는 알고 있다.

상태 변수 x 에 따른 추정 오차는,

$$e = x - x_d = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T \quad (3)$$

로 정의하며 이에 따른 스칼라 함수 $s(x,t)$ 는,

$$s(x,t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} e \quad (4)$$

로 정의하며 $s(x,t) = 0$ 인 면을 시변 표면 $S(t)$ (슬라이딩면)라 하며 x_d 는 원하는 상태 변수, λ 는 양수이다.

트래킹 제어 문제는 스칼라 함수 $s(x,t)$ 를 0로 유지시키는 문제와 등가이다.

그래서, 제어 입력 u 를 구현하기 위한 슬라이딩 조건을 다음과 같이 만족해야 한다.

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq -\eta |s| \quad (5)$$

여기서 s 는 슬라이딩면으로부터의 거리이며 η 는 양수이다.

경계층이 존재하지 않는 경우에 있어서 슬라이딩면 ($s = 0$)을 만족하는 제어 입력 u 는 식(5)을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u = \hat{g}^{-1}(x) [-\hat{f}(x) + \dot{x} - \lambda e - K(x) \text{sgn}(s)] \quad (6)$$

$$\text{sgn}(s) = \begin{cases} 1 & \text{for } s > 0 \\ -1 & \text{for } s < 0 \end{cases} \quad (7)$$

여기서 \hat{g} 은 추정 제어 이득으로

$$\hat{g} = [g_{\max}(x)g_{\min}(x)]^{1/2} \text{ 이고,}$$

$$K(x) \geq \beta(F + \eta) + (\beta - 1) |-\hat{f}(x) + \dot{x}_d - \lambda e| \quad (8)$$

그리고, $\beta = [g_{\max}(x)/g_{\min}(x)]^{1/2}$

로 이득 여유이다.

2.2 슬라이딩 제어에 기초한 퍼지 제어

제어 입력 u 를 퍼지 제어기 $u_{fuzz}(x)$ 로 선택하면, 즉,

$$u = u_{fuzz}(x) \quad (9)$$

만약 퍼지 제어기 $u = u_{fuzz}(x)$ 가 다음 조건을 만족한다면,

$$u_{fuzz}(x) \leq -\eta - [f(x) + \lambda \dot{e} - \ddot{x}_d], \text{ if } \text{sgn}(s) > 0 \quad (10)$$

$$u_{fuzz}(x) \geq \eta - [f(x) + \lambda \dot{e} - \ddot{x}_d], \text{ if } \text{sgn}(s) < 0 \quad (11)$$

여기서 η 와 λ 는 양수이고 $s = \dot{e} + \lambda e$ 이면 트래킹 에러 $e = x - x_d$ 는 0로 수렴한다.

2.3 슬라이딩 제어에 가변 경계층 도입

슬라이딩 제어에서 채터링 현상을 없애고 트래킹 오차를 줄이기 위해 가변 경계층을 도입한다.

$$B(t) = \{x | s(x, t) \leq \phi\} \quad (12)$$

이 경계층안에서의 제어는 연속적으로 변한다.

경계층이 도입된 경우의 제어 입력 u 는 다음과 같이 변경된다.

$$u = \hat{g}^{-1}(x) [-\hat{f}(x) + \dot{x} - \lambda e - K(x) \text{sat}(s/\phi)] \quad (13)$$

$$\text{sat}(s/\phi) = \begin{cases} -1 & \text{if } s/\phi \leq -1 \\ s/\phi & \text{if } -1 < s/\phi \leq 1 \\ 1 & \text{if } s/\phi > 1 \end{cases} \quad (14)$$

이 된다.

2.3 도립 진자 시스템

도립 진자 시스템을 다음과 같이 나타냈다.

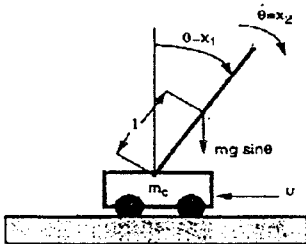


그림 1. 도립 진자 시스템

다음은 각도와 각속도만 고려한 방정식이다.

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (15)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{g \sin x_1 - \frac{m l x_2^2 \sin x_1 \cos x_1}{m_c + m}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)} - \frac{\cos x_1}{m_c + m} \quad (16)$$

여기서,

ℓ : 막대 진자의 각도[rad]

m : 막대 진자의 질량[kg]

m_c : 몸체의 질량[kg]

l : 도립 진자의 길이[m]

u : 몸체에 인가되는 입력[Nm]

이며, $g=9.8\text{m/s}^2$, $M=1\text{kg}$, $m=0.1\text{kg}$, $l=0.5\text{m}$ 값을 대입하였고,

$x_1 = \theta$ 은 각도, $x_2 = \dot{\theta}$ 은 각속도이다.

식(8), 식(13)과 식(14)에 따른 제어 입력 u 는 다음과 같고,

$$u = \frac{-\lambda x_2 - [1.21(16 + \eta) + 0.2] - \lambda x_2 |\text{sat}(x_2 + \lambda x_1)|}{1.46} \quad \dots(17)$$

여기서, 불확실한 비선형 함수 $f(x)$ 의 추정치 $\hat{f}(x) = 0$, 원하는 상태변수 $x_d = 0$, $F(x) = 16$ 이며, x_1 은 $-45^\circ \sim 45^\circ$ 로 설정하였다.

3. 컴퓨터 시뮬레이션

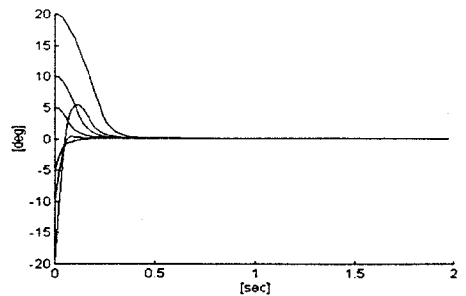
슬라이딩 제어 입력 u 를 퍼지화하기 위해 식(9), 식(13), 식(14)을 이용하였다. 소속 함수로는 지수 함수를 사용하였고 ℓ 와 $\dot{\ell}$ 에 각각 8개의 함수 사용하였다.

Singleton fuzzyfier, product inference engine, center average defuzzyfier를 사용하여 퍼지 제어를 구현하였고,

ℓ 와 $\dot{\ell}$ 의 범위는 각각 $-30^\circ \sim 30^\circ$ 로 구성하였다.

그림 1은 경계층 $\phi = 0$, $\lambda = 2$, $\eta = 1$ 일 때, 초기 조건 $\theta, \dot{\theta}$,

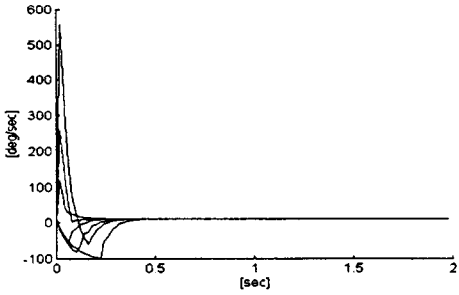
$[-20 \ 10; -10 \ 10; -5 \ 10; 5 \ 10; 10 \ 10; 20 \ 10]$ 인 슬라이딩 제어의 시뮬레이션 결과이고, 그림 2는 퍼지 슬라이딩 제어기를 구현 했을때의 결과이다.



(a) 각도(ℓ)

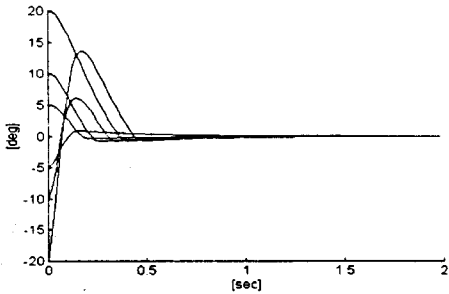
(참 고 문 헌)

- [1] J.C.Wu and T.S.Liu, "A Sliding-Mode Approach to Fuzzy Control Design", IEEE Trans. Contr. Systems, Vol.4, No.2, pp. 141-151, Mar. 1996
- [2] T. Yamakawa, "Stabilization of an Inverted Pendulum by A High-Speed Fuzzy Logic Controller Hardware System", IEEE Trans. Fuzzy Systems, pp. 161-180, 1989
- [3] L.X.Wang, "A Course in Fuzzy Systems and Control", Prentice Hall, 1997
- [4] R. Palm, "Sliding Mode Fuzzy Control", IEEE Int. Conf. Fuzzy Systems, pp. 519-526, March, 1992
- [5] A.Ishigame, T.Furukawa and S.Kawamoto, "Sliding Mode Controller Design Based on Fuzzy Inference for Nonlinear Systems," IEEE Trans. Ind. Electron, Vol. 40, No.1, pp. 64-70, Feb, 1993

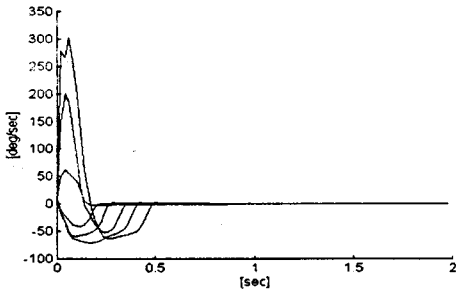


(b) 각속도($\dot{\theta}$)

그림 2. 슬라이딩 제어를 한 경우의 θ .



(a) 각도(θ)



(b) 각속도($\dot{\theta}$)

그림 3. 퍼지 슬라이딩 제어를 한 경우의 θ , $\dot{\theta}$

4. 결 론

본 논문에서는 슬라이딩 제어 방법과 퍼지 슬라이딩 제어 방법의 결과를 비교하였다. 시뮬레이션 결과 거의 제어 특성이 비슷하였으나 슬라이딩 제어에 기반을 둔 퍼지 제어기를 사용하였을 때, 그림 2b에서 보는 바와 같이 슬라이딩 제어기보다 각속도의 성능이 향상되는 것을 볼 수 있었다. 본 논문에서는 소속 함수의 갯수를 θ , 모두 8개로 설정하였는데 소속 함수의 갯수를 줄이는 문제와 거리와 속도 까지 고려하는 것이 추후 과제로 남는다.