

## QFT를 이용한 SBW시스템의 강인 제어기 설계

°김석우\* · 권혁룡\* · 김영철\*

\*충북대학교 전자공학과 대학원

### Robust design of a steer-by-wire control system using QFT

Kim, Seok Woo · Kwon, Hyuk Lyong · Kim, Young Chol

\*Dept of Electronics, Chungbuk National Univ.

#### abstract

The steer-by-wire(SBW) system has nonlinear dynamics inherently. In classical approach, the controller has been designed on a linearized model which corresponds to only an operating point. In this paper, a set of linearized model that is generated at different operating ranges is replaced by a linear transfer function having parametric uncertainty. Then a design method for robust control using QFT is represented. The Kharitonov like analyses shows that the proposed controller satisfies the given robust performance specifications well.

#### 1. 서 론

자동차의 전기적 조향시스템(steer-by-wire)은 비선형 동특성을 갖으며 주행속도와 조향각의 변화율에 따라 동작점이 변하게된다. 특정 동작점에서의 선형화 모델에 근거하여 설계하는 고전적 제어방식으로는 다른 동작점에서 원하는 제어성능을 보장하도록 설계할 수 없다. 미국 남 캘리포니아대와 GM사에서 공동수행한 연구에서는 각 모델의 평균값을 공칭모델로하여 제어기를 설계하였다[1]. Horowitz에 의해 발전된 QFT(Quantitative Feedback Theory)[3]는 플랜트의 불확실성에 대해 폐루프 전달함수의 주파수응답 크기가 허용변동범위내에 놓이도록 니콜스 선도와 보드 선도에서의 Loopshaping 을 이용하여 설계하는 방식이다.

본 논문의 목적은 이러한 QFT를 이용하여 SBW의 여러 동작조건에서 강인성능사양을 만족시키는 고정이득제어기의 설계방법을 제시하는데 있다. SBW시스템의 주행속도와 조향각 입력의 4개 동작조건에 대응하는 선형 모델을 구조적 불확실성을 갖는 하나의 선형모델로 표현하였다. 물론 실제 모델에서는 더 많은 동작조건을 고려 할 수도 있다. 설계사양은 Ioannou등[1]에서 적용한 조건과 같은 BW, 이득여유, 위상여유를 고려하였다. 이 결과를 Kharitonov 접근방식을 이용하여 USC & GM

사의 결과와 비교함으로써 제안한 제어기가 강인성을 만족시킴을 보인다.

#### 2. SBW시스템의 모델 : 구간 플랜트

SBW시스템의 모델은 실제 시스템과 잘 맞는 것으로 알려진 그림1의 Liang's model[1]을 이용하기로 한다.

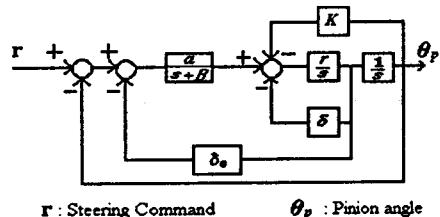


그림 1. Liang's Model for SBW system

폐루프 전달함수는 다음과 같다.

$$\frac{\theta_p(s)}{r(s)} = \frac{r\alpha}{s^3 + s^2(\beta + \gamma\delta) + s(\gamma k + \gamma k\delta + \gamma\alpha\delta_0) + \gamma k\beta + \gamma\alpha} \quad (2-1)$$

$$A = \gamma\alpha \quad C = \gamma k + \gamma\beta\delta + \gamma\alpha\delta_0 \quad (2-2)$$

$$B = \beta + \gamma\delta \quad D = \gamma k\beta \quad (2-2)$$

$$T(s) = \frac{\theta_p(s)}{r(s)} = \frac{A}{s^3 + Bs^2 + Cs + A + D} \quad (2-3)$$

여기서.  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \delta_0, K$ 는 상수이다. 플랜트의 전달함수는 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$P(s) = \frac{T(s)}{1 - T(s)} = \frac{A}{s^3 + Bs^2 + Cs + D} \quad (2-4)$$

30, 60Kph의 주행속도와 60sin $\omega t$ , 90sin $\omega t$ , 120sin $\omega t$ 의 조향입력에 대한 응답으로부터 식별된 전달함수 (2-4)의 파라미터는 아래 표1과 같다[1].

표 1. 주행속도와 조향각변화에 대한 파라미터 식별데이터

para-meter	실험 1	실험 2	실험 3	실험 4	평균값
A	8119.6	8751.6	9875.1	10733	9369.825
B	30.1	33.2	30.8	41	33.775
C	674	695.7	762.3	791	730.75
D	600.6	1429.6	747.2	1503	1070.1

Ioannou 등[1]은 표1의 각 모델계수의 평균치로서 플랜트의 공칭모델을 나타내고, 이에 근거 loopshaping을 이용한 5차 제어기를 제시하였다. 여기서는 4개의 실험 조건을 모두 포함하도록 A, B, C, D계수를 상, 하한치를 갖는 구간 파라미터로 표시하고 다음과 같이 구간 플랜트(interval plant)[4]  $P(s)$ 로 모델링 하기로 한다.

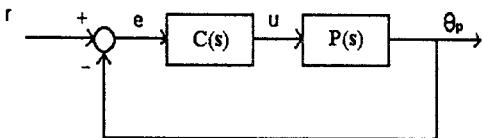
$$P(s) = \frac{A_i}{s^3 + B_i s^2 + C_i s + D_i} : \quad (2-5)$$

$$A_i \in [8119.6, 10733], B_i \in [30.1, 41]$$

$$C_i \in [674, 791], D_i \in [600.6, 1503]$$

### 3. SBW시스템의 강인 제어기 설계

식(2-5)의 구간플랜트로 표현한 SBW시스템은 종속보상기와 함께 그림2의 피드백 제어시스템으로 고려할 수 있다. 이제 문제는 여러 동작조건에서도 원하는 제어성능 사양을 보장할 수 있는 강인제어기  $C(s)$ 를 어떻게 설계하는가이다.



r : steering command ,  $\theta_p$  : Pinion angle

그림 2. SBW제어시스템

참고문헌[1]에서 적용한 설계조건은 다음과 같으며 본 논문에서도 동일한 사양을 적용키로 한다.

(i) 이득여유 :  $GM = 14.2$  [dB]

(ii) 위상여유 :  $PM \geq 67$  [deg]

(iii) 대역폭 :  $BW \geq 20.23$  [rad/sec]

위의 성능사양을 만족하는 제어기를 설계하기 위해 QFT 기법을 이용한다.

QFT를 이용한 제어기설계절차는 니콜선도상에서 다수 계의 적절한 주파수를 선택하게 되고 선택한 주파수에서 구간 플랜트의 변동범위를 나타내는 템플레이트를 표현하게 되며 설계조건에 대한 경계(bound)조건을 만족하는 공칭궤적을 구하므로서 제어기를 얻게 된다. 주파수의 설정은 절점(crossover)주파수와 교차(crossover)주파수 부근에서 파라미터 변동범위를 자세히 나타내고 변동범위가 다른주파수에 비해 상대적으로 큰 저주파수대역을 고려하여 ( $\omega = 1, 3, 5, 10, 20, 50, 100$ )의 주파수를 설정하였다. 위 식(2-5)에 구간 플랜트는 각각의 주파수에서 파라미터 A, B, C, D의 변동범위에 따라 니콜선도상에 그림3과 같이 템플레이트(template)로 표현된다.

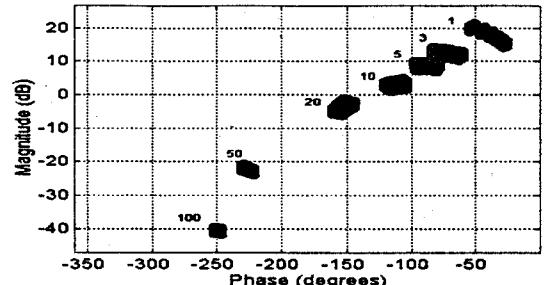


그림 3. 유한섭동범위를 갖는 SBW시스템의 템플레이트

페루프 시스템의 상대안정도 조건인 설계사양(i)과(ii)는 식(3-1)로 표현할 수 있고, 대역폭에 대한 조건(iii)은 (3-2)식으로 나타낼 수 있다[2].

$$\left| \frac{C(s)P(s)}{(1+C(s)P(s))} \right| \leq 0.906 \quad (3-1)$$

$$\left| \frac{C(s)P(s)}{(1+(C(s)P(s)))} \right| \leq 0.707, \omega > 20.23 \quad (3-2)$$

구간 플랜트에서 공칭 플랜트는 임의로 선택할 수 있으며 여기서 선정한 공칭플랜트는 아래 식(3-3)과 같다.

$$P_N(s) = \frac{8119.7}{s^3 + 30.1s^2 + 675.85s + 600.6} \quad (3-3)$$

공칭 플랜트를 기준으로, 그림3의 템플레이트를 식(3-1), (3-2)에 적용하면 그림4와 같은 경계곡선이 얻어진다. 공칭 플랜트의 전달함수를  $L_N(s) = C(s) \cdot P_N(s)$ 라 할 때 공칭궤적은 주파수 응답에서 주어진 설계사양을 만족 시키도록 롤-오프(roll-off)를 고려하여 절점 주파수와 교차 주파수 부근에 극점과 영점을 적절히 배치함으로서 유계조건에 근접하도록 하였다. 이득 교차주파수보다 작은 주파수 범위에서는 정상상태 오차를 고려해서 설계를 하였으며 이득 교차주파수보다 큰 범위에서는 경계주파수 범위를 만족하도록 설계하였다. 이러한 loopshaping 절차에 의한 결과는 그림 4와 같다.

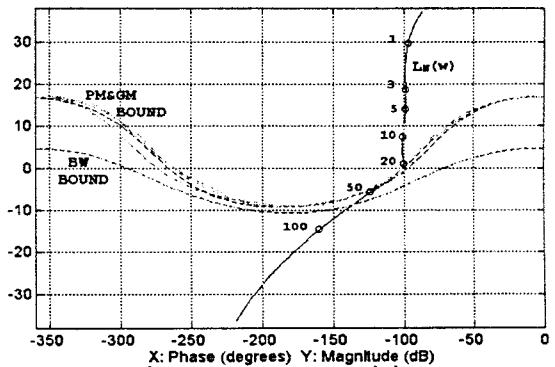


그림 4. Loop shaping 결과

식별된 공칭개루프 전달함수로부터 제어기의 전달함수  $C(s)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$C(s) = 82.5439 \frac{(s + 1.387)(s^2 + 22.18s + 506.7)}{(s + 211.9)(s + 87.99)(s + 0.09349)} \quad (3-4)$$

#### 4. 시뮬레이션 비교 및 고찰

여기서는 3절에서 설계한 제어기가 불확실성에 대해서 요구한 제어성능 사양을 만족시키는지 확인하고, USC [1]가 설계한 제어기와의 성능을 비교하고자 한다.

그림2와 같은 주파수 응답특성 해석은 parametric robust stability theory[4]가 매우 유용하다. 이를 적용한 그림 5,6은 두 방식에 대한 개루프 및 폐루프시스템의 보드선도이다. 표 2에서 요약한 바와 같이 제시한 제어기는 3차이지만 모든 설계조건이 만족되고 있음을 보여주고 있다. 그러나 USC[1]가 설계한 것은  $C(s)$ 가 5차임에도 BW조건을 만족시키지 못하고 있다.

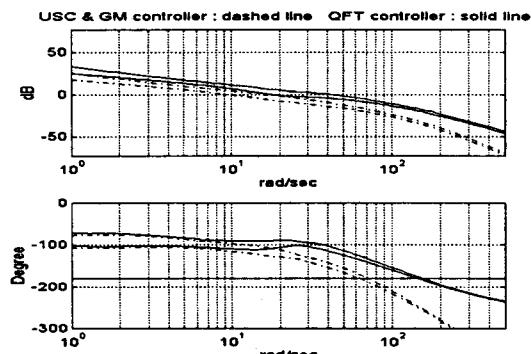


그림 5 Open loop Bode envelope

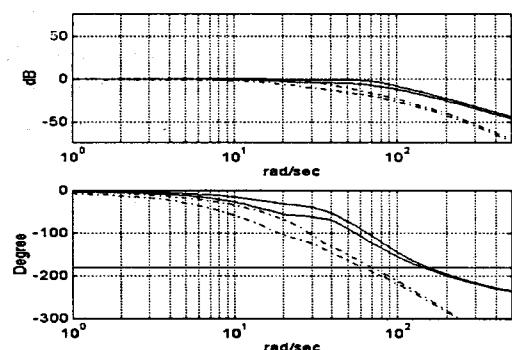


그림 6 Closed loop envelopes 비교

표 2. USC와 QFT방식의 성능비교

	성능사양	USC	QFT
BW(rad/sec)	20.23	12.9	21.3
GM(dB)	14.2	15.5	17.33
PM(degree)	67	69	71

시간 영역에서의 단위 계단응답을 서로 비교하면 그림 7,8과 같다. 시간 영역에서의 단위 계단응답은 대역폭의 개선으로 인하여 제시한 방식이 빠른 응답결과를 보였으며, 또한 과도응답의 변동범위도 제시한 제어기가 훨씬 적음을 알 수 있다.

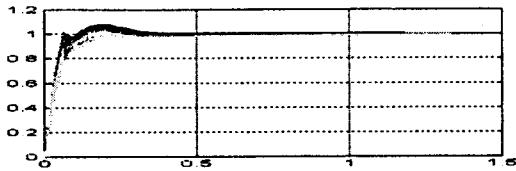


그림7. QFT제어기의 step response

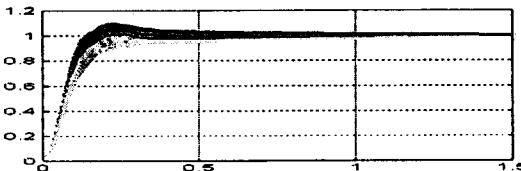


그림 8. USC제어기의 step response

#### 5. 결 론

본 논문에서는 SBW시스템을 위한 장인 제어기 설계 방식을 제시하였다. SBW시스템은 주행속도와 조향입력에 따라 모델 동특성이 변하기 때문에 넓은 범위의 동작 조건에서 원하는 제어성능을 보장하려면 장인성을 갖도록 설계되어야 한다.

USC[1]가 실장차로부터 취득한 4개 동작조건에서의 선형모델을 구간플랜트로 표현한 뒤 QFT기법을 적용하여 기존 방식보다 저차의 장인 제어기를 설계하였다. 여러 가지 동작조건에서 USC[1]가 설계한 제어기와 QFT 설계 제어기와 성능 비교를 하였으며 개선된 특징을 입증하였다. 제시된 QFT설계방식은 고속주행 등 다양한 동작조건을 고려해야하는 SBW의 제어시스템 설계시 유용하게 활용 될 수 있을것으로 기대된다.

#### (참 고 문 헌)

- [1] A. Datta and P. Ioannou, "Design and Implementation of a Controller for the SBW System", Report 89-02-05, February 1989, prepared for GM(Project Trilby)
- [2] C. Borghesani, Y. Chait, and O. Yaniv, Quantitative Feedback Theory Toolbox, *The Math Works*, 1994.
- [3] Isaac M. Horowitz, Quantitative feedback design theory(QFT), Vol.1, *QFT Publication*, 1992.
- [4] S.P. Bhattacharyya, H. Chapellat, and L.H. Keel, Robust control-The Parametric approach, *Prentice Hall PTR*, 1995.
- [5] J.J. D'Azzo, and C.H. Houpis, Linear control system analysis & Design, pp. 686-742, *McGraw-Hill*, 1988.
- [6] L.H. Keel and S.P. Bhattacharyya, " Robust Parametric Classical Control Design", *IEE Trans. Automat. Contr.* Vol 39, No.7, 1994.