

연속 제어 도달법칙을 갖는 가변구조 제어기 설계

°원태현*, 양승윤*, 배종일**, 이호***, 이만형****
 국방과학연구소*, 부경대학교**, 부산대학교 대학원***, 부산대학교****

Variable Structure Control Design with Continuous Control Reaching Law

Tae-Hyun Won*, Seung-Yun Yang*, Jong-Il Bae**, Ho Lee***, Man-Hyung Lee****
 ADD*, Pukyong Natl. Univ.**. Graduate School of PNU***, Pusan Natl. Univ.****

Abstract - In this paper, A continuous control reaching law for variable structure control is proposed to reduce the chattering and improve the robustness properties in the presence of matched uncertainty.

1. 서 론

비선형 및 외란의 영향에 강인하다고 할 수 있는 가변구조 제어는 제어입력의 빠른 전환이 요구됨으로 인한 채터링(Chattering)현상이 발생하며, 이로 인하여 시스템의 진동을 발생시킬 수 있으며, 또한 모델링에서 무시했던 고주파수 동특성을 여기시켜 제어대상 시스템을 불안정하게 하는 경우가 발생한다. 이러한 채터링현상을 제거하기 위한 연구는 연속 제어법칙(Continuation control law)^[1-2]과 도달법칙(Reaching law)^[3-4]등 크게 2가지 접근방법을 중심으로 이루어지고 있다.

연속 제어법칙은 불연속 릴레이형태의 절환기 대신에 절환평면을 중심으로 유계층을 설정하여 이 영역안에서는 연속 제어입력을 가함으로써 고주파의 채터링을 감소시켰다. 그러나, 연속 제어법칙은 저주파수의 진동이 발생하며, 이를 감소시킬 경우 도달시간이 길어지는 단점이 있다.

도달법칙은 채터링이 도달 모드에서 슬라이딩 모드로 전환하는 동안에 비이상적인 도달에 의해 발생하므로 도달구간에서의 동특성을 결정함으로써 채터링을 개선하도록 한다. 그러나, 그 자체가 불연속 제어입력을 포함하는 경우가 대부분이어서 도달시간은 줄일 수 있었으나, 채터링 문제는 여전히 존재하고 있다.

본 연구에서는 이러한 두가지 제어법칙을 혼합한 연속 제어 도달법칙(Continuation control reaching law)을 갖도록 제어기를 설계하여 제어입력이 연속으로 인가되는 연속 제어 도달법칙 가변구조 제어기를 설계하였다.

2. 가변구조 제어

가변구조 제어는 슬라이딩 모드동안 시스템 변수 변화나 외부 잡음에 영향을 받지 않는 빠른 응답과 견실성을 가진다. 그러나 시스템의 상태를 스위칭 평면으로 천이시키는 구간에서는 시스템의 견실성을 보장하지 못하므로 도달시간을 줄이기 위하여 Gao 등이 도달 구간에서의 동특성을 결정해주는 도달법칙을 이용하였으나, 불연속항이 포함되어 있어서 채터링 문제를 근본적으로 해결하지는 못하였다. 연속 제어법칙은 채터링을 감소시키는 역할은 잘 수행되지만 도달시간이 늦으며, 큰 이득을 요구하는 단점이 있다.

2.1 도달법칙을 이용한 VSC 설계

다음과 같이 표현되는 단일 시스템을 고려한다.

$$\dot{x} = Ax + Bu + f \quad (1)$$

여기서, $x \in R^n$ 는 상태벡터, $A \in R^{n \times n}$ 는 선형 공칭 모델 행렬, $B \in R^{n \times 1}$ 는 이득 행렬이다. $u \in R$ 는 스칼라 제어입력이고, 이 시스템은 완전 제어가가능이라고 가정한다. 불확실성 벡터 f 는 다음과 같은 정합조건을 만족하고 불확실성의 상위 경계치가 알려졌다고 가정한다.

$$f = B\Delta f, |\Delta f| < f_{\max}$$

제어대상에 대한 선형 절환함수(Linear switching function)를 식(2)와 같이 고려한다.

$$s = Cx \quad (2)$$

여기서, $C \in R^{1 \times n}$ 는 절환 평면 행렬이다. 슬라이딩 모드동안 시스템의 동특성은 식(3)과 같이 주어진다.

$$\dot{x} = [A - B(CB)^{-1}CA]x \quad (3)$$

식(3)에서 절환평면행렬 C 는 $(A - B(CB)^{-1}CA)$ 의 고유치들이 원하는 슬라이딩 모드 동특성을 얻을 수 있도록 적절히 선택한다.

Gao에 의해 제안된 도달법칙은 식(4)와 같다.

$$\dot{s} = -K_g s - Q_g \text{sgn}(s) \quad (4)$$

여기서, $\text{sgn}(s)$ 는 부호함수(Signum function)이고, K_g 와 Q_g 는 양의 값을 가진다.

선형 절환함수에 대하여 도달법칙의 제어법칙 설계는 공칭 시스템인 경우 식(2)를 미분하고 식(1)에 대입하여 정리하면 식(5)와 같다.

$$u = (CB)^{-1}(-CAx - K_g s - Q_g \text{sgn}(s)) \quad (5)$$

2.2 연속 제어 도달법칙을 이용한 VSC 설계

식(5)의 제어법칙을 보면 시스템의 상태가 슬라이딩 모드동안에 스위칭 평면위에 머물도록 하기 위해서 절환평면 근처에서 불연속 제어입력에 의해 채터링이 발생하는 단점이 있다.

이러한 채터링을 개선하기 위하여 부호함수를 불연속함수가 없는 포화함수^[2]로 대체하여 제어법칙을 설계한다.

$$u = (CB)^{-1}(-CAx - K_s s - Q_s \text{sat}(s/\phi)) \quad (6)$$

여기서, K_s 와 Q_s 는 양의 값을 가지며, ϕ 는 경계층(Boundary layer)이다.

$$\text{sat}(s/\phi) = \begin{cases} \text{sgn}(s/\phi) & \text{if } |s| > |\phi| \\ s/\phi & \text{if } |s| \leq |\phi| \end{cases} \quad (7)$$

포화함수는 경계층 밖에서만 부호함수처럼 동작하고, 경계층 안에서는 선형함수로 작동한다. 따라서 오차가 클때에는 도달법칙과 더불어 부호함수의 영향이 제어입력에 나타나 절환함수가 빠르게 경계층 안으로 들어가게 된다.

3. 모의 실험 및 고찰

제안된 제어법칙의 성능을 확인하기 위하여 경비행기에서 Dutch roll damping^[5-6]을 위한 VSC 설계에 대하여 고려한다. 경비행기의 속도가 33[m%]인 경우의 선형화 모델^[5]은 다음과 같다.

$$\dot{x} = Ax + Bu + f \quad (8)$$

여기서, x 는 3×1 벡터로서 $x = [v \ \gamma \ r]^T$ 를 의미하며, v 는 Sideslip velocity [m%], γ 는 Yaw rate [m%], r 는 조종날개의 각도[rad]이다.

$$A = \begin{bmatrix} -0.277 & -32.98 & -5.432 \\ 0.365 & -0.319 & -9.49 \\ 0 & 0 & -5.0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix}$$

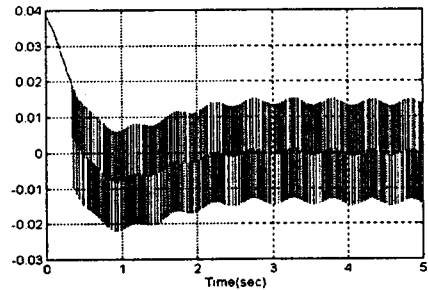
개루프 시스템의 극점은 Dutch roll mode에서 $-0.298 \pm j3.4695$ 이고, 구동장치의 극점은 -5.0 이다. Dutch roll mode의 댐핑계수가 0.0856을 0.707로 정의하면 슬라이딩 모드의 고유치는 $-1.5 \pm j1.5$ 가 된다.

모의 실험은 초기편차 $x_0 = [2.0 \ 0.05 \ 0]^T$ 인 경우에 대하여 비교한다. 매개변수는 표 1과 같으며 두 방법을 비교하기 위하여 도달 시간과 슬라이딩 동특성이 동일하도록 설계하면 K_g , Q_g 와 K_s , Q_s

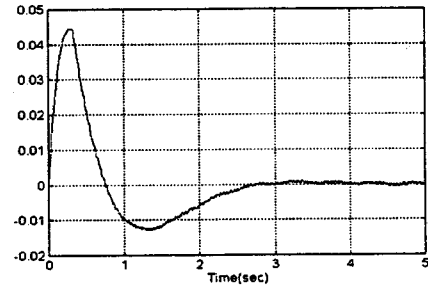
는 같은 값이 되며, ϕ 는 0.0001로 설계하였다.

표 1 모의실험을 위한 매개 변수
Table 1 Parameters for simulations

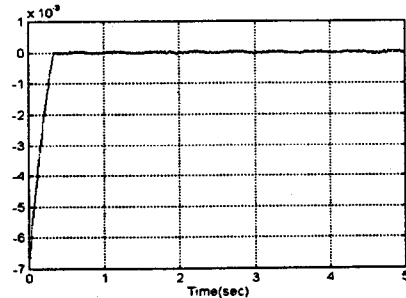
Gao의 도달법칙	제안된 연속제어 도달법칙
$K_g = 2$	$K_s = 2$
$Q_g = 0.014$	$Q_s = 0.014$
$\Delta f = 0.001\sin 2t$	$\phi = 0.0001$
	$\Delta f = 0.001\sin 2t$



(a) Control input

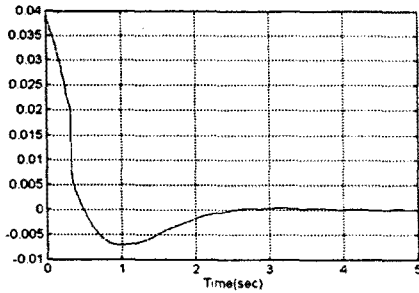


(b) Rudder angle

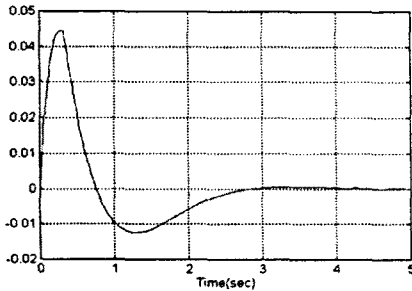


(c) Switching function

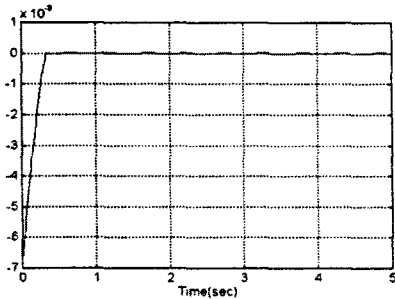
그림 1. Gao방식의 VSC 설계
Fig. 1 VSC design of Gao method



(a) Control input



(b) Rudder angle



(c) Switching function

그림 2. 제안한 방식의 VSC 설계
Fig. 2 VSC design of Proposed method

그림 1은 Gao의 도달법칙의 결과이고, 그림 2는 제안한 방식의 결과이다. 설계 매개변수는 시스템의 동특성이 동일하도록 구성하였으므로 Sideslip velocity나 요 각속도는 거의 동일하다. 이것은 경계층 외부에서는 제안하는 설계방식과 Gao의 법칙은 동일한 제어입력을 만들기 때문이다. 제안된 법칙은 불연속항이 포함되어 있지 않으므로 경계층 내부로 도달한 후에는 제안한 방식의 제어입력은 그림 2,(a)에서 보는 바와 같이 그림 1,(a)에 비하여 채터링이 현저하게 감소하였으며, 이로 인하여 방향날개 입력에 발생하는 채터링현상도 현저하게 감소하였다.

4. 결 론

본 논문에서는 불연속항이 포함되지 않는 도달법칙을 갖는 가변구조 제어기를 설계하였다.

Gao등^[3-4]이 제안한 도달법칙은 불연속항이 제어입력에 포함되므로 채터링을 일으키는 문제점이 있었으나, 본 연구에서 제안하는 방식은 제어입력이 연속이면서도 도달법칙을 적절히 수행하여 채터링이 거의 발생하지 않는 가변구조 제어기 설계할 수 있는 장점이 있다. 제안한 방식의 타당성을 위하여 모의 실험을 통해 그 성능을 확인하였다.

그리고 포화함수를 사용할 경우 제어기 구현시 복잡해지는 문제점은 내재하고 있으나, 성능면에서는 우수한 것으로 판단된다. 그리고 시스템의 특성과 설계 사양을 고려하여 경계층을 결정할 수 있는 조직적인 설계방법이 연구가 필요하다.

[참 고 문 헌]

- [1] V.I. Utkin, *Sliding Modes in Control and Optimization*, Springer-Verlag, 1992.
- [2] J.J. Slotine, "Sliding controller design for nonlinear systems", *Int. J. Control*, Vol. 40, No. 2, pp. 421-434, 1984.
- [3] J.Y. Hung, W. Gao, J.C. Hung, "Variable Structure Control : A Survey", *IEEE Trans. on Indus. Electron.*, Vol. 40, No. 1, pp. 2-22, 1993.
- [4] W. Gao, J.C. Hung, "Variable Structure Control of Nonlinear Systems : A New Approach", *IEEE Trans. on Indus. Electron.*, Vol. 40, No. 1, pp. 45-55, 1993.
- [5] S.K. Spurgeon, "Discontinuous control component for robust sliding mode performance", *Int. J. of Control*, Vol. 53, No. 1, pp. 163-179, 1991.
- [6] J.H. Blakelock, *Automatic Control of Aircraft and Missiles*, John Wiley & Sons, 1991.