

# 초타원 가우시안 소속함수를 사용한 퍼지 추론 시스템의 하이브리드 자기 동조 기법

권 오국<sup>\*</sup>, 장 육<sup>\*</sup>, 주 영훈<sup>\*\*</sup>, 박 진배<sup>\*</sup>  
 \* 연세대 전기공학과, \*\* 군산대 제어계측공학과

## Hybrid Self-Tuning Method for the Fuzzy Inference System Using Hyper Elliptic Gaussian Membership Function

Ok Kook Kwon<sup>\*</sup>, Wook Chang<sup>\*</sup>, Young Hoon Joo<sup>\*\*</sup> and Jin Bae Park<sup>\*</sup>

\* Dept. of Electrical Eng., Yonsei Univ., \*\* Dept. of Control & Instrumentation Eng., Kunsan Univ.

**[Abstract]** We present a hybrid self-tuning method using hyper elliptic Gaussian membership function. The proposed method applies a GA to identify the structure and the parameters of a fuzzy inference system. The parameters obtained by a GA, however, are near optimal solutions. So we solve this problem through a backpropagation-type gradient method. It is called GA hybrid self-tuning method in this paper. We provide a numerical example to evaluate the advantage and effectiveness of the proposed approach and compare with the conventional method.

### 1. 서 론

퍼지 시스템은 퍼지 추론 규칙을 사용하여 시스템의 특성을 기술하는 방법이다. 퍼지 시스템은 구조적인 수칙 예측 시스템이며 전문가 지식이나 복잡한 비선형 시스템을 If-Then 규칙으로 언어적인 표현을 한다[1]. 그러나 이러한 퍼지 추론에 있어서 퍼지 규칙을 결정하고 퍼지 추론의 소속 함수를 동정하는 것은 매우 어려운 일이다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 여러 가지 자동 조정 기법들이 제안되었는데 특히 신경망의 학습 능력을 사용한 방법들이 많이 제안되고 있다. 최근에는 유전 알고리듬을 사용한 기법들도 여러 논문에서 소개되고 있다. Horikawa [2, 3]은 오차역전파(back-propagation)을 사용한 퍼지 신경망을 제안하였고, Ishikami[1]는 경사법과 유전 알고리듬을 사용한 퍼지 신경망을 소개하였다. Inoue[4]에는 유전알고리듬을 사용한 초원뿔 소속함수를 갖는 퍼지 모델링을 소개하였다.

본 논문에서는 초타원 가우시안 소속함수를 사용한 퍼지 추론 시스템의 하이브리드 자기 동조 기법을 제안한다. 제안된 퍼지 신경망의 모델링 방법은 먼저 유전 알고리듬을 사용하여 구조와 소속함수들의 파라미터를 동정하고, 이 결과를 초기값으로 역

전파 알고리듬을 이용하여 각종 매개변수의 미세조정을 통해 전역 최적해에 근사할 수 있도록 한다. 본 논문에서 제안한 방법은 비선형 시스템의 입출력 데이터를 사용하여 기존의 방법들과 비교하여 그 우수성과 정확성을 평가한다.

### 2. 퍼지 신경망

퍼지 시스템과 신경망은 수치적으로 플랜트에 대한 정확한 수학적 모델이 필요 없는 동적인 시스템이다. 또한, 불확실하고, 부정확한 환경에서 작업을 하는 비선형 시스템 제어를 향상시키는 지적 능력을 지니고 있다[5]. 퍼지 시스템의 언어적이고 논리적인 추론 능력과 신경망의 학습 능력을 결합하여 서로의 단점을 극복한 것이 퍼지 신경망(fuzzy neural network, FNN)이다.

Horikawa[2]나 Jang[6]은 퍼지 추론을 행하는 퍼지 신경망을 결론부의 형태에 따라 세가지, 즉 결론부가 실수치, 소속 함수 또는 입력 변수의 선형 방정식 등으로 구분하였다. 본 논문에서는 퍼지 입력 공간을 동적으로 분할함으로써 보다 효과적인 퍼지 신경망을 구현한다. 그림 1은 본 논문에서 사용하는 퍼지 신경망의 구조를 도시한 그림이다.

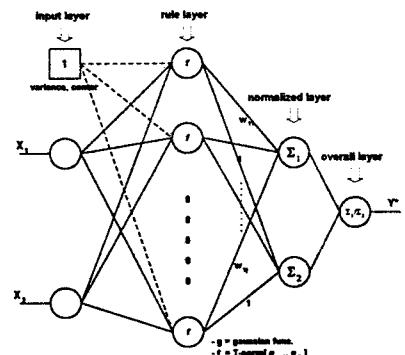


그림 1 퍼지 신경망의 구조

Fig. 1 The structure of the proposed FNN

그림 1의 퍼지 신경망은 크게 4개의 층으로 구성된다.

**제 1층** : 1층은 입력층으로 입력 데이터와 소속함수의 파라미터를 다음 층으로 보낸다. 소속함수의 파라미터는 바이어스 노드와 다음 층의 노드를 연결하는 결선강도가 된다.

**제 2층** : 제 2층은 규칙 층으로 크게 두 가지 연산을 행한다. 제 1층에서 받은 입력 값을 이용하여 소속 정도를 계산한다. 사용된 소속 함수는 식 (1)과 같은 초타원 가우시안 함수를 사용한다. 그리고, 각 소속정도의 계산은 식 (2)와 같이 T-norm으로 구한다.

$$g(x, \sigma, c) = \exp\left(-\frac{x-c}{\sigma^2}\right) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} f(\bar{x}, \bar{\sigma}, \bar{c}) &= g_1(x_1, \sigma_1^2, c_1) \cdot g_2(x_2, \sigma_2^2, c_2) \\ &= \exp(-(\bar{x}-\bar{c})^T \Sigma^{-1} (\bar{x}-\bar{c})) \end{aligned} \quad (2)$$

**제 3층** : 이 층은 규칙층을 비퍼지화하기 위해 정규화시키는 층이다.

**제 4층** : 최종 출력을 계산하는 층으로 제 3층에서 정규화된 값을 사용하여 비퍼지화(defuzzification)를 수행한다. 이때, 사용되는 비퍼지화 방법은 무게중심법(center of gravity method)으로 식 (3)과 같다.

$$y^* = \frac{\sum_i f_i w_{ij}}{\sum_i f_i} \quad (3)$$

식 (3)에서  $y^*$ 은 추론 값이며  $f_i$ 는 제 2층의 출력 값이며,  $w_{ij}$ 는 각 규칙과 출력간의 결선 강도로 퍼지 규칙의 결론부 파라미터이다.

### 3. 유전 알고리듬을 이용한 퍼지 신경망의 부호화

유전 알고리듬은 생물학 원리인 교차, 돌연변이, 선택 등에 기반한 통계적인 최적화 방법이다. 유전 알고리듬을 이용하여 최적화 문제를 푸는 경우, 각 개체가 가지는 일련된 정보를 비트(bit), 정수, 혹은 실수 형태의 스트링으로 표현한다. 이러한 스트링을 염색체(chromosome)라고 부른다. 각 개체가 풀고자 하는 문제 얼마나 적합한지는 적합도(fitness)에 의해 평가되며 이 적합도에 따라 집단 내에서 그 개체의 생존 여부가 결정된다. 이러한 개체들의 모임인 개체군을 세대(generation)라고 한다. 유전 알고리듬은 다음의 재생(reproduction), 교차

(crossover), 돌연변이 연산자를 사용하여 최적해를 탐색해 간다[7].

**재생 연산자** : 적합도 함수 값에 의해서 개별적인 스트링이 복제되는 과정으로 높은 적합도를 갖는 스트링이 이후의 세대에서 더 많은 수의 자손을 갖게 된다.

**교차 연산자** : 교배 풀에서 두 스트링은 임의적으로 자신의 짝을 결정하여 쌍을 이룬 스트링 내의 한 지점이 교차점으로서 임의로 결정된다.

**돌연변이 연산자** : 본질적으로 돌연변이는 스트링 공간을 통한 랜덤 작업으로, 재생 및 교배와 함께 사용될 때 중요한 개체의 조기 손실을 막아준다.

#### 3.1 유전 암호화(genetic coding)

잠재적인 해들이 어떻게 암호화 되는지는 유전 알고리듬의 성능에 중요한 역할을 한다. 모델링 할 때 고려해야 할 것은 최적의 규칙 수와 동시에 각 규칙의 소속 함수의 매개 변수들을 최적화하는 것이다. 제안된 FNN에 사용한 염색체는 그림 2와 같은 구조를 지니며 전반부의 매개 변수와 후반부의 매개 변수는 노드 사이의 결선 강도로 암호화되어 있다.

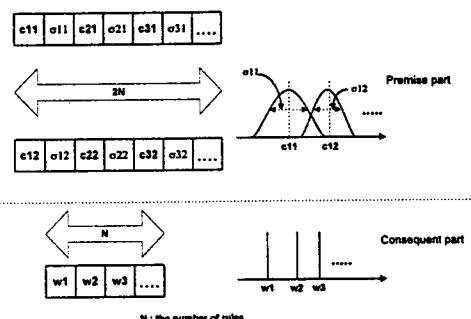


그림 2 제안된 염색체의 구조  
Fig. 2 The structure of the proposed chromosomes

퍼지신경망의 최적화는 식 (4)로 정의되는 평가 함수인  $J$ 를 최소화시키는 규칙과 퍼지 변수의 파라미터를 찾아내는 것이다. 반면 유전알고리듬에서는 적합도 함수를 최대화시키는 방향으로 최적화를 시키기 때문에 평가 함수  $J$ 를 최소화시키기 위해서는 유전 알고리듬의 적합도 함수에서 역수나 음의 지수 함수로 표현해야 한다. 본 논문에서는 지수 함수를 사용하여 최대값인 1에 수렴하도록 설정하였다. 유전 알고리듬의 적합도 함수는 식 (5)와 같다.

$$J = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - y_i^*)^2 \quad (4)$$

$$f = e^{-0.1 \times J} \quad (5)$$

여기서  $f$ 는 적합도 함수이며  $J$ 는 페지신경망의 평가함수인 평균제곱오차이다.

### 3.2 미세조정과정

GA에 의해 최적화한 매개 변수들은 근사최적해이기 때문에 미세조정단계를 거친다. 이 단계에서는 신경망의 학습방법인 오차역전파알고리듬을 사용한다. 식 (6)은 신경망의 BP의 전형적인 형태로 파라미터를 정신해 준다.

$$\Delta w = -\frac{\partial E}{\partial w} = -\frac{\partial E}{\partial y_i^*} \frac{\partial y_i^*}{\partial w} = (y_{id} - y_i^*) \frac{\partial y_i^*}{\partial w} \quad (6)$$

$$w[n+1] = w[n] + \eta \cdot \Delta w$$

식 (6)에서  $y_i^*$ 는 FNN 모델의 출력값이며  $y_{id}$ 는 목표값이며,  $\eta$ 는 학습률이다. 본 논문에서 제안한 GA와 BP를 사용한 FNN 모델의 동정 과정은 그림 3과 같다.

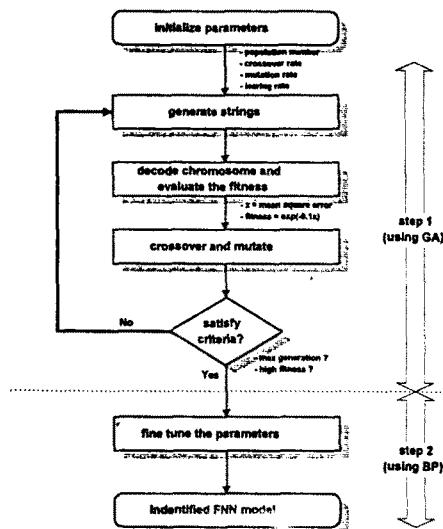


그림 3 제안한 페지 신경망 모델링의 흐름도  
Fig. 3 The flowchart of the proposed FNN modeling

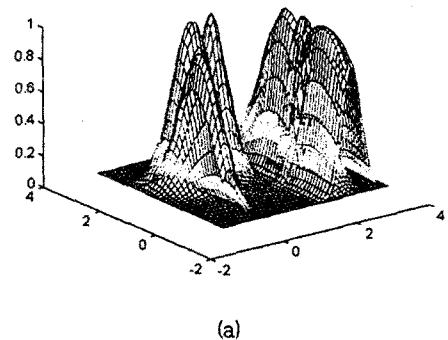
### 4. 모의 실험

본 논문에서는 유전 알고리듬을 사용하여 페지 신경망의 모델링하는 방법을 증명하기 하기 위하여

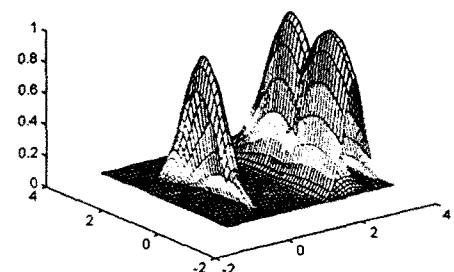
입력이 2개이고 출력이 1개인 비선형 데이터쌍을 가지고 모의 실험을 한다. 동정할 비선형 시스템은 식 (7)로 표현된다.

$$y = (1 + x_1^{-1} + x_2^{-1.5})^2 \quad (7)$$

$$a \leq x_1, x_2 \leq 5$$



(a)



(b)

그림 4 동정된 전반부의 소속 함수  
(a) 5 규칙 (b) 3 규칙

Fig. 4 Identified antecedent membership functions  
(a) 5 rules (b) 3 rules

모의실험의 기본 설정값을 표 1과 같다. 주의할 것은 학습률이 대단히 작다는 것이다. GA를 사용하여 근사최적해를 갖기 때문에 최적해에 매우 근접해 있다. 그런데 학습률이 클 경우 오히려 발산하는 결과를 초래한다. 그림 4의 (a)는 5개의 규칙일 때의 동조된 소속함수를 표현한 것이고 (b)는 3개 일 때이다. 규칙이 5개일 MSE는 0.02880이고, 3개 일 때는 0.049375의 결과가 나왔다. 이들의 수치를 기존의 방법과 다른 모델과 비교하면 표 2와 같다. 표 2에서와 같이 본 논문에서 제안한 방법에 의한 결과가 제일 적은 규칙 수를 이용하여 제일 정확함

을 알 수 있다.

표 1. 퍼지신경망 모델링을 위한 초기 매개변수  
Table 1. Initial parameters for the FNN modeling

GA	max generation	3000
	individual	50
	crossover rate	0.9
	mutation rate	0.05
FNN	iteration	1000
	learning rate	0.000001

표 2. 다른 방법과의 비교

Table 2. Comparison our method with other methods

	Number of rules	Mean Square Err.
Sugeno's[8]	6	0.079
Son's[9]	5	0.052
ours	5	0.029
ours	3	0.049

## 5. 결 론

본 논문에서는 초타원 가우시안 소속 함수를 갖는 퍼지신경망의 자동 퍼지 조정 기법을 제안하였다. 분산을 각 소속함수마다 다르게 할당함으로써 퍼지 입력은 타원 모양의 분할을 갖게된다. 첫 번째 단계에서는 유전 알고리듬에 의해 퍼지 신경망의 구조 및 매개변수를 최적화하였고, 두 번째로 BP를 사용하여 GA에 의해 동정된 매개변수들을 미세 조정하였다. 미세 조정시 학습률이 매우 작은데 이는 유전 알고리듬에 의해 최적해에 매우 근사하였기 때문이다. 비선형 데이터 쌍의 모의 실험으로부터

제안된 FNN은 기존의 신경회로망이나 퍼지 모델링 보다 최적해 수렴면이나 정확도, 적용면에서 우수하였다.

## [참 고 문 헌]

- [1] H. Ishigami, T. Fukuda et al., "Structure Optimization of Fuzzy Neural Network by Genetic Algorithm", *Fuzzy sets and systems*, vol. 71, pp. 257-264, 1995.
- [2] S. Horikawa, T. Furuhashi et al., "A Study on Fuzzy Modelig Using Fuzzy Neural Networks", Proc. IFES, 1991.
- [3] S. Horikawa, T. Furuhashi and Y. Uchikawa, "On Fuzzy Modeling Using Fuzzy Neural Networks with the Back-Propagation Algorithm", *IEEE Trans. Neural Networks* vol. 3(5), pp. 801-806, 1992.
- [4] H. Inoue, K. Kamei and K. Inoue, "Auto-Generation of Fuzzy Production Rules Using Hyper Elliptic Cone Membership Function by Genetic Algorithm", proc. of IIZUKA, pp. 82-85, 1996.
- [5] C. T. Lin and C.S.G. Lee, *Neural Fuzzy Systems*, Prentice Hall, Upper Saddle River, 1996.
- [6] J. S. Jang, "ANFIS: Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference Systems", *IEEE Trans. Systems Man Cybernet.*, vol. 23(3), pp. 665-684, 1993.
- [7] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithm in Search Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1989.
- [8] M. Sugeno and T. Yasukawa, "A Fuzzy-Logic- Based Approach to Qualitative Modeling", *IEEE Trans. Fuzzy sys.*, vol. 1, pp. 7-31, 1993.
- [9] 손유석, "유전알고리듬을 이용한 수치 데이터 기반 퍼지 모델링", 연세대학교 대학원, 1996.