최단 전압붕괴 임계점을 계산하는 알고리즘의 특성 비교

송 충기 , 남 해곤
전남대학교 전기공학과

Comparative Performance Study of Various Algorithms Computing the Closest Voltage Collapse Point

Chung-Gi Song, Hae-Kon Nam
Dept. of Electrical Engineering, Chonnam National University

Abstract - The distance in load parameter space to the closest voltage collapse point provides the worst case power margin and the left eigenvector identifies the most effective direction to steer the system to maximize voltage stability under contingency.

This paper presents the results of the comparative performance study of the algorithms, which are applicable to a large scale power system, for computing the closest saddle node bifurcation (CSNB) point. Dobson's iterative method converges with robustness. However the slow process of updating the load increasing direction makes the algorithm less efficient. The direct method converges very quickly. But it diverges if the initial guess is not very close to CSNB. Zeng's method of estimating the approximate critical point in the pre-determined direction is attractive in the sense that it uses only using load flow equations. However, the method is found to be less efficient than Dobson's iterative method.

It may be concluded from the above observation that the direct method with the initial values obtained by carrying out the iterative method twice is most efficient at this time and more efficient algorithms are needed for on-line application.

1. 서 론

현재의 안정 운전점으로부터 전압붕괴 임계점까지의 최단거리는 가장 가혹한 시나리오에 대한 전압안정도 마진에 관한 정보를 제공하고, 이 임계점에서의 좌고유벡터는 전압안정도를 향상시키는데 가장 효과적인 유효/무효전력 재배분과 변압기 탭 등 제어기의 제어방향을 설정하는데 사용될 수 있다. 이러한 중요성 때문에 지난 수년간 최단 전압붕괴 임계점을 계산하기 위한 많은 노력이 있었다[2-5].

무효전력 제약과 송전계통의 중부하운전으로 인하여 느리게 진행하는 saddle node bifurcation (SNB)은 조류계산식과 bifurcation이론으로 해석될 수 있다[2-4]. Dobson은 SNB와 전력계통의 전압붕괴에 대한 기하학적 성질을 고찰하고, Alvarado등에 의한 PoC법을[1] 사용하여 최단 전압붕괴점을 계산하는 반복법과 직접법을 제안하였다.[2,4] 반복법에서는 미리 정해진 방향으로 부하를 증가시키면서 임계점을 계산하고, 이 임계점에서 좌고유벡터의 방향을 부하증가 방향으로 취하여 임계점을 구하는 과정을 반복한다. 그러나 이 방법에서는 새로운 부하증가 방향설정을 일차미분에 의하여 산정하므로 계통의 크기가 크면 수렴속도가 느릴 수 있다.[5] Dobson의 직접법에서는 PoC법의 조건식에 부하증가방향은 좌고유벡터에 평행하다는 조건을 추가하고, 이 식을 Newton법으로 푼다. 이 방법은 이차 수렴특성으로 빠르게 수렴하는 특성이 있으나 조류계산식 크기의 약 3배의 크기를 가지는 비선형 연립방정식을 풀어야하고, 초기치가 해로부터 근접하지 않으면 발산하는 단점이 있다.

Lu등은[5] Dobson의 반복법에서 방향벡터의 수렴속도를 증가시키기 위해 방향설정 문제를 최적화 문제로 형성하고 quasi-Newton법으로 방향을 설정하였다. 그러나 quasi-Newton법에서 매회 반복 계산되는 Hessian 행렬은 스파시티 특성을 상실하므로 대규모 계통에 적용하는데 한계가 있다.

Zeng등은 임계점 부근에서 Jacobian 행렬의 감도를 이용하여 주어진 부하증가 방향에 대해서 조류계산만으로 임계점을 계산하는 방법을 제안하였다[6,7].

전압붕괴를 예방하기 위해서는 제어방향을 실시간으로 설정하여야 하고, 최단 전압붕괴 임계점에서 계산된 좌고유벡터는 이 목적에 가장 부합되는 정보를 제공한다. 따라서 최단 전압붕괴 임계점의 실시간 계산은 전압붕괴 예방을 위한 전압제어의 온라인화를 가능하게 하는 가장 중요한 관건이라 할 수 있다. 본 논문에서는 대규모 전력계통에 적용이 가능할 것으로 판단되는 Dobson의 직접법과 반복법, 그리고 Zeng등에 의한 근사 최대부하 계산법의 수렴특성을 검토하여 전압붕괴 예방을 위한 전압제어의 온라인화의 가능성을 검토하고자 한다.

2. 임계점에서의 기하학적 특성

느리게 진행하는 SNB는 다음과 같은 정적 조류계산식으로 해석이 가능하다[2-4].

$$f(x, \lambda) = 0 \tag{1}$$

단, $x = \begin{bmatrix} V \\ \theta \end{bmatrix}$ $\lambda = \begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix}$

λ_0는 현재 부하전력의 안정된 평형점이고, 부하전력이 현재의 운전점 λ_0로부터 일정한 방향으로 선형적으로 증가한다고 가정한다. 임계부하점 λc에서 바이퍼케이션이 일어나고, 이러한 λc의 집합인 bifurcation 曲面(surface)을 Σ로 표기한다. 부하전력이 Σ와 교차할 때 SNB가 일어나고 이는 전압감소와 더불어 전압붕괴 현상을 초래한다[2].

이러한 λc중 현재의 운전점 λ_0와 가장 근접한 임계점 λ^*가 최단전압붕괴임계점(closest saddle node bifurcation, CSNB)이다. $|\lambda^* - \lambda_0|$의 거리는 허용가능한 최저 부하증가량을 나타내고 전압붕괴에 대한 가장 보수적인 근접도 지표로 사용될 수 있다.

만약 시스템 변수가 어떤 bifurcation 곡면을 따라 전압이 감소한다고 하면, 우고유벡터는 이 곡면에 접선방향이고 전압붕괴의 초기방향을 나타낸다. 또한 매개변수 공간에서 Jacobian의 고유치가 0인 좌고유벡터는 Σ에 수직인 방향을 갖는다.

Jacobian 행렬 J_x의 우고유벡터를 v로, 좌고유벡터를 w로 표기하면, 매개변수 공간에서 bifurcation set에 대한 수직벡터 N^*는

$$N^* = w^* J_\lambda, \quad \| N^* \|_2 = 1 \tag{2}$$

와 같이 좌고유벡터의 간단한 함수로 표현되고, 바이퍼케이션이 일어나는 최단거리와 상정 사고시 최적 제어방향에 대한 정보를 제공한다[2-4].

3. Dobson의 반복법

그림 1의 2차원 부하전력 파라메터 공간에서, 부하전력이 현재의 운전점 λ_0로부터 특정방향 N_0로 선형적으로 증가하고, λ_1에서 SNB가 발생한다고 하자.

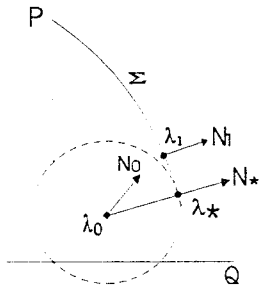

Fig.1 Load power parameter space

특정 방향으로 부하를 증가할 때의 임계점은 연속법등 여러 방법으로 구할 수 있으나, Dobson은 직접법을 사용하였다. 즉

$$\lambda_1 = \lambda_0 + kN_0 \tag{3}$$

$$k = \lambda_1 - \lambda_0 \tag{4}$$

을 정의하면 임계점에서 다음 식들이 성립되므로, 이들 2n+1개의 비선형 연립방정식을 Newton법 등을 사용하여 푼다.

$$f(x_1, \lambda_0 + kN_0) = 0 \tag{5}$$

$$w_1 f_x(x_1, \lambda_0 + kN_0) = 0 \tag{6}$$

$$w_1 c - 1 = 0 \tag{7}$$

위에서 k는 loading factor이고, (x_0, λ_0)에 대해서 k의 크기는 λ의 증가방향 N에 의존한다.

다음 반복과정에서는 w_1의 방향으로 부하를 증가시켜 앞의 임계점을 구하는 과정을 k나 w_1이 수렴할 때까지 반복한다.

이 방법은 CSNB에 강인하게 수렴하는 특성이 있다. 그러나 수렴속도가 느리고[5] 일반적인 조류계산의 약 2배의 방정식을 풀어야 하고 매회 Hessian을 계산해야 하는 번거로움이 있다.

4. 직접법

Dobson의 반복법은 N_1이 CSNB에서의 N^*에 수렴하기까지 많은 계산횟수를 요하므로, Dobson은 CSNB에서 N^*는 w^*에 평행하다는 조건을 식(5)-(7)에 추가하여 직접 (3n+1)개의 비선형 연립방정식을 푸는 방법을 제안하였다. 즉 CSNB에서

$$f(x^*, \lambda^*) = 0 \tag{8}$$

$$w^* f_x|(x^*\cdot\lambda^*) = 0 \tag{9}$$

$$k^*(\lambda^* - \lambda_0)^T - w^* f_\lambda = 0 \tag{10}$$

$$w^* f_\lambda (w^*, f_\lambda)^T - 1 = 0 \tag{11}$$

를 만족하므로 이들 비선형 연립방정식을 풀면 된다. 이 방법은 이차 수렴특성을 가지므로 일단 수렴이 시작되면 매우 빠른 수렴속도로 CSNB에 수렴한다. 그러나 반복법보다 큰 차원의 방정식을 사용하므로 계산량이 많아지고, 다른 Newton법처럼 비교적 정확한 초기치를 필요로 하고, 만일 초기치가 부정확하면 발산할 가능성이 높다.

5. Zeng의 근사 최대부하 계산법

Dobson의 반복법과 직접법 모두 임계점을 계산하는데 직접법을 사용하여 비선형방정식의 수가 조류계산식의 2배 이상이고, 비선형 연립방정식의 해를 구하는데 N-R법을 사용하므로 비교적 정확한 초기치를 필요로 한다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 Zeng등은 임계점 부근에서의 Jacobian 행렬의 근사 감도식과 조류계산식만을 사용하여 근사 최대부하점을 계산하는 알고리즘을 제안하였다[7].

임계점에서 상태변수와 매개변수를 X_S, λ_S라 하고, 매개변수가 $\Delta\lambda$ 만큼 변할 때 상태변수의 변화 ΔX는 다음 식으로 표현된다[9,10].

$$\Delta X = V\Delta\sigma + W\Delta\mu \tag{12}$$

여기서 V는 Jacobian 행렬의 우고유벡터이고 W는 V에 수직인 (n-1)개의 서로 독립된 벡터이다. ΔZ가 정해진 방향으로의 부하증가량이고, 이 증가방향에 대해서

$$\lambda_k = \lambda_0 + k\Delta Z, \quad k = 1,2,3,4 \tag{13}$$

의 4점에서 조류계산을 수행하였고 임계점이

$$\lambda_s = \lambda_0 + s\Delta Z, \tag{14}$$

로 주어지면, Zeng등은 다음 식이 성립함을 보였다[10].

$$X_k \approx X_S + V\sqrt{(s-k)} + W(s-k) \tag{15}$$

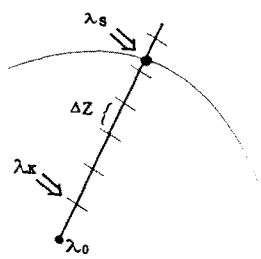

Fig.2 Direction of change of load flow injection

이 식에 기초한 Zeng의 임계점을 구하기 위한 알고리즘은 다음과 같다.

〔단계 1〕 각 k의 값에 따라 조류계산을 통해 각각의 x_k 값을 계산한다. (k=1,2,3,4)

〔단계 2〕 다음 식의 좌변의 값은 계산가능한 값이고, 우변은 V, W, s만의 함수이다.

$$\Delta x_k = x_k - x_{k-1} \tag{16}$$
$$= V[\sqrt{s-k} - 2\sqrt{s-(k-1)} - W$$

$$\Delta_2 x_k = \Delta x_k - \Delta x_{k-1} \tag{17}$$
$$= V[\sqrt{s-k} - 2\sqrt{s-(k-1)} + \sqrt{s-(k-2)}]$$

$$\Delta_3 x_k = \Delta_2 x_k - \Delta_2 x_{k-1}$$
$$= V[\sqrt{s-k} - 3\sqrt{s-(k-1)} + 3\sqrt{s-(k-2)} - \sqrt{s-(k-3)}]$$

〔단계 3〕 $\beta_K = \|\Delta_3 X_K\| / \|\Delta_3 X_{K-1}\| =$

$$\frac{\sqrt{s-K} - 3\sqrt{s-K+1} + 3\sqrt{s-K+2} - \sqrt{s-K+3}}{\sqrt{s-K+1} - 3\sqrt{s-K+2} + 3\sqrt{s-K+3} - \sqrt{s-K+4}}$$

〔단계 4〕 단계(3)에서 Newton법 이용, s를 계산.

〔단계 5〕 기지의 K와 s 값으로 식(17)에서 V를 계산

〔단계 6〕 식(16)에서 V, s 값으로 W를 계산

〔단계 7〕 식(15)로 근사 최대부하점 또는 임계상태 X_S를 계산한다.

6. 사례연구

6.1 5모선계통

Dobson과 Alvarado 등에 의해 사용된 5모선 계통에[1,4] 반복법, 근사 최대부하 계산법 그리고 제안된 직접법을 적용하여 특성을 비교하였다.

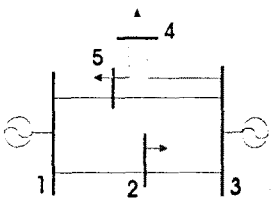

Fig.3 5 bus system

from	to	G(p.u.)	B(p.u.)
1	2	1.40056	-5.60224
1	5	1.84118	-7.48352
2	3	1.84118	-7.48352
3	4	0.70028	-2.80112
3	5	1.12985	-4.47675
4	5	0.93372	-3.43483

표1. 선로 DATA

1번 모선은 slack 모선이고 3번 모선은 발전기 모선이다. 발전기의 정수들은 $V_1=1.04$, $\alpha_1=0$, $V_3=1.02$, $P_3=-1.1$이다. 부하에서 소비되는 유효/무효전력을 매개변수벡터

$$\lambda = (P_3, P_2, P_4, P_5, Q_2, Q_4, Q_5)$$

의 순서로, 상태변수 벡터는

$$x = (\alpha_3, \alpha_2, \alpha_4, \alpha_5, V_2, V_4, V_5)$$

순서로 취하였다.

6.2 반복법

Dobson의 반복법을 7회 적용한 후에 CSNB에 수렴하였으며, 각 반복회수에서의 좌고유벡터 값을 표 2에, 매개변수와 상태변수의 값들을 표 3에 보였다. 식 (5)-(7)을 풀기위한 x_1과 w_1의 초기치는 (x_0, λ_0)에서 조류계산을 수행하여 x_1의 초기치로 x_0, w_1의 초기치로 (x_0, λ_0)에서 수렴된 Jacobian 행렬의 좌고유벡터를 취하였다.

표 2. 반복법 사용한 좌고유벡터

	P_3	P_2	P_4	P_5	Q_2	Q_4	Q_5
N_0	0.4851	0.3513	0.7160	0.3570	0.0055	-.0326	0.0074
N_1	0.0581	0.0379	0.7595	0.0983	0.0083	0.6143	0.1770
N_2	0.0215	0.0130	0.5957	0.0607	0.0015	0.7857	0.1536
N_3	0.0171	0.0103	0.5425	0.0563	0.0011	0.8246	0.1490
N_4	0.0161	0.0097	0.5272	0.0553	0.0010	0.8347	0.1480
N_5	0.0158	0.0095	0.5229	0.0551	0.0010	0.8375	0.1478
N_6	0.0157	0.0095	0.5217	0.0550	0.0009	0.8382	0.1477
N^*	0.0157	0.0094	0.5214	0.0550	0.0009	0.8384	0.1477

표 3. 반복법 사용 후 상태/매개변수

	P_2	P_4	P_5	Q_2	Q_4	Q_5
λ_0	1.15000	0.70000	0.70000	0.60000	0.30000	0.40000
λ_1	1.17918	2.00797	1.35216	0.61006	0.24040	0.41357
λ^*	1.15845	1.16635	0.74917	0.60084	1.04926	0.53202

	α_3	α_2	α_4	α_5	V_2	V_4	V_5
χ_0	-0.0545	-0.1043	-0.1759	-0.0916	0.9603	0.9153	0.9681
χ_1	-0.3667	-0.4188	-0.9350	-0.3743	0.9161	0.6038	0.8214
χ^*	-0.1665	-0.1623	-0.4330	-0.1594	0.9567	0.5253	0.8524

초기값이 부정확함에도 불구하고 CSNB에 강인하게 수렴하였으나, 부하증가방향을 7회 수정하는 것이 필요하여 Lu등이[5] 지적한대로 부하증가 방향을 수정하는 속도가 느리므로 이의 수렴속도를 개선할 필요가 있음을 알 수 있다. 최단 전압붕괴 임계점까지 거리는

$$k = |\lambda^* - \lambda_0| = 0.89376$$

이고 Jacobian을 계산하고 선형방정식을 푸는 총 반복횟수는 45회이다.

6.3. 직접법

반복법을 수행하지않고 식 (8)-(11)을 직접 푸는 경우 발산하였다. 표 4는 반복법을 1-4번 수행한 후 임계값을 직접법의 초기치로 놓고, 직접법을 수행한 좌고유벡터이다.

표4. 반복법의 사용 회수에 대한 CSNB에서의 좌고유벡터 (부하증가 방향)

반복법 사용회수	P_3	P_2	P_4	P_5	Q_2	Q_4	Q_5
1회	-0.5196	0.0285	0.2017	0.0569	0.0192	0.1854	-0.8066
2회	0.0157	0.0094	0.5212	0.0550	0.0009	0.8386	0.1477
3회	0.0157	0.0095	0.5213	0.0550	0.0009	0.8385	0.1477
4회	0.0157	0.0094	0.5212	0.0550	0.0009	0.8385	0.1477

표 5. CSNB에서의 임계부하(λ) 및 전압(χ)

반복법 사용횟수	P_2	P_4	P_5	Q_2	Q_4	Q_5
2회 λ^*	1.15848	1.16602	0.74920	0.60084	1.04948	0.53198
3회 λ^*	1.15839	1.16585	0.74909	0.60083	1.04958	0.53201
4회 λ^*	1.15845	1.16601	0.74920	0.60084	1.04948	0.53198

	α_3	α_3	α_4	α_5	V_2	V_4	V_5
χ^*	-0.1665	-0.1622	-0.4328	-0.1593	0.9567	0.5253	0.85235

표 4에서 반복법을 1회 수행하고 얻어진 임계점에서의 (x_1, λ_1)과 좌고유벡터를 직접법의 초기치로 취하고 직접법을 수행하면, 초기치가 부정확하여 N-R법이 발산함을 알 수 있다. 반복법을 2회 이상 수행한 결과를 직접법의 초기치로 이용하면 최단 임계점의 좌고유벡터 모든 요소가 2^*10^{-4}의 오차 내에서 수렴함을 알 수 있다. 표 5는 CSNB에서의 임계부하와 전압 값을 보여주고 있다.

반복법을 2번 수행한 결과를 초기치로 잡고 직접법을 수행한 결과, Jacobian을 계산하고 선형방정식을 푸는 회수가 22회(반복법:15회, 직접법:7회)로 반복법의 약 절반의 시간만이 소요됐다. 초기치를 얻기 위해 소모된 시간이 직접법에 소요된 시간보다 약 2배 정도이고 따라서 신뢰성 있는 초기치를 신속하게 구할 수 있는 알고리즘 개발이 직접법의 수렴속도를 개선하는데 가장 중요한 요소임을 알 수 있다.

6.4. 근사 최대부하 계산법

Zeng의 알고리즘은 주어진 부하증가 방향에 대하여 근사 임계점을 계산하고, CSNB를 계산하고자 고안된 알고리즘은 아니다. 그러나 이 알고리즘의 효율성을 Dobson의 반복법과 비교하기 위하여 이 알고리즘을 7회 반복 적용하여 CSNB를 계산하여 보았다.

표 6과 7은 7회 반복 후에 얻어진 좌고유벡터, 전압, 최단 임계부하 값을 각각 보여주고 있는데, 반복법의 결과와 약간 다름을 알 수있다. 이는 Zeng의 방법이 근사식이라는 점에서 이미 예상된 결과이다. 7회 반복하는데 걸리는 시간이 Dobson의 반복법에 의한 시간보다 1.1배 정도 걸리므로 계산시간면에서 큰 장점을 찾을 수 없었다. 그러나 이 결과는 규모가 작은 5모선계통에 한정된 것이므

로, 더 정확한 결과를 알기 위해선 대형계통에 적용해야 할 필요가 있다고 생각된다.

표 6. Zeng의 방법을 반복법에 적용한 좌고유벡터

	P_2	P_4	P_5	Q_2	Q_4	Q_5
N_0	0.3513	0.7160	0.3570	0.0055	-0.0326	0.0074
N*	0.0099	0.5213	0.0558	0.0010	0.8384	0.1480

표 7. 상태변수, 매개변수

	P_3	P_2	P_4	P_5	Q_2	Q_4	Q_5
λ^*	-1.0957	1.1590	1.1602	0.7553	0.6015	1.0521	0.5346

	α_3	α_2	α_4	α_5	V_2	V_4	V_5
x^*	-0.1667	-0.1626	-0.4307	-0.1597	0.9566	0.5261	0.8523

7. 결 론

본 논문은 최단 전압붕괴 임계점을 구하기 위한 알고리즘 중에서 대규모 계통에 적용이 가능한 것으로 판단되는 Dobson의 반복법과 직접법, Zeng의 근사 최대부하법을 5모선 시험계통에 적용하여 성능을 비교하였다.

Dobson의 반복법은 강인하게 최단 임계점에 수렴하였으나, 부하증가방향의 수렴속도가 느려 수렴하는데 많은 반복회수가 필요하고 따라서 직접법에에 비하여 비효율적이었다. 그 반면에 직접법은 부하증가 방향도 임계부하조건과 동시에 Newton법으로 계산되므로 수렴속도가 매우 빠른 장점이 있으나, 초기치가 부정확하면 발산하고, 조류계산식 크기의 약 3배에 해당하는 비선형방정식을 풀어야 하는 계산부담이 있다. 반복법을 2회 수행한 후 얻은 결과를 직접법의 초기치로 사용한 결과가 가장 효율적으로 판단된다.

Zeng등의 근사 최대부하법은 조류계산식만을 사용하여 임계점의 근사치를 구하는 장점이 있으나 Donson의 반복법보다 계산시간면에서 빠르지 않고, 반복법이 강인하게 수렴하므로 특별한 장점을 발견할 수 없었다.

따라서 현재로서는 반복법을 2회정도 수행한 결과를 직접법의 초기치로 사용하는 것이 가장 효과적인 것으로 판단된다. 또한 직접법의 초기치를 계산하는 시간이 직접법을 수행하는 시간보다 2배정도 소요되므로 효율적인 초기치 계산법이 직접법의 효율성을 결정하는 가장 중요한 요소이다.

위 결과는 5모선 계통에 적용하여 얻은 결과이므로 보다 큰 규모의 계통에 시험할 필요가 있고, 직접법에 조류계산보다 약 3배 크기의 비선형방정식을 풀어야 하는 부담이 있으므로 이를 줄이기 위한 연구가 필요한 것으로 생각된다.

[참 고 문 헌]

[1] F.L. Alvarado and T.H. Jung, "Direct detection of voltage collapse conditions" ,Proc Bulk power system voltage phenomena voltage stability and security, EPRI Rep., EL-6183, Jan. 1989

[2] I. Dobson, "Observations on the geometry of saddle node bifurcation and voltage collapse in electric power system", IEEE Trans. Circuits Syst., vol. 39, PP.240-243, Mar. 1992

[3] I. Dobson, "Computing an optimal direction in control space to avoid saddle node bifurcation and voltage collapse in electric power systems", IEEE Trans. on Automatic control, vol.37, PP.1616-1620, Oct.1992

[4] I. Dobson, "New methods for computing a closest saddle node bifurcation and worst case load power margin for voltage collapse, IEEE Trans. PWRS., vol. 8, PP.905-913, Aug. 1993

[5] J. Lu, C. Liu, J.S. Thorp, "New Method for Computing a Saddle-Node Bifurcation Point for Voltage Stability Analysis," IEEE PES Summer Meeting Proc.,94SM514-0PWRS,1994.7

[6] F.D. Galiana and Z.C. Zeng,"Analysis of the load flow behavior near a jacobian singularity", Proc. IEEE PICA, PP. 149-155, May.1991

[7] Z.C. Zeng, F.D. Galiana, B.T. Ooi and N. Yorino, "A simplified approach to estimate maximum loading conditions in the load flow problem", IEEE. Trans. PWRS., vol.8, No.2, PP.646-654, May. 1993