

AESOPS 알고리즘의 고유치 계산과정 개선에 관한 연구

김 덕 영
노 규 민
권 세 혁
군산대학교 전기공학과
충청전문대 전기공학과
고려대학교 전기공학과

A study on the improvement of eigenvalue calculation in AESOPS algorithm

Deok-Young Kim
Kyu-Min Rho
Sae-Hyuk Kwon
Kunsan national univ.
Choong-cheong college
Korea univ.

Abstract - In this paper, new algorithm is proposed to transform the heuristically approximated eigenvalue calculation procedure of the AESOPS algorithm to the Newton Raphson method. The new algorithm is directly calculated from the original eigenvalue calculation of the AESOPS and thus a large number of the same data of the AESOPS algorithm can be used efficiently in this method.

1. 서 론

전력계통의 규모가 거대화되고 고품질의 전력수급에 대한 사회적 요구가 증가함에 따라, 계통의 계획과 운용면에서 안정도가 차지하는 비중이 증가하고 있다. 반도체 관련기술 등의 발전으로 오늘날에는 과도안정도 측면에서는 현격한 개선이 이루어졌으나, 반면에 미소신호 안정도 측면에서 전력계통에 저주파의 불안정 진동현상이 발생하는 경향이 생기게 되었다. 이러한 진동현상은 주로 제어기의 과동작이나 상대적으로 취약한 송전선을 통한 계통연계 등에 기인한 것으로 알려져 있으며, 해석방법으로는 고유치 해석법이 가장 일반적으로 사용되고 있다.

고유치 해석법 중에서 가장 고전적인 방법은 QR법이라 할 수 있으며, 이 방법은 계통의 상태방정식을 구성하여 전체 상태변수에 대한 고유치와 고유벡터를 구하게 된다. 그러나 QR법은 기본적으로 상태변수의 수가 500개 이하인 전력계통에만 적용이 가능하다는 제약을 갖고 있으며, 이를 극복하기 위해 계통 상태행렬을 변형 또는 축소하여 안정도 해석상 관심 대상이 되는 계통이 불량한 고유치 또는 특정값에 가까운 몇 개의 고유치를 선별계산하는 방법들이 개발되었다.

고유치 해석법의 또 다른 방법으로는 계통상태행렬을 구성하지 않고 회전자각의 진동과 관련있는 전기기계적 진동모드에 해당하는 고유치만을 선별적으로 계산하는 계산기법으로 미국 Westinghouse의 R. T. Byerly와 R. J. Bennon, 그리고 D. E. Sherman에 의

해 개발되었다. 이 방법은 AESOPS(Analysis of Essentially Spontaneous Oscillations in Power Systems)라는 이름으로 불리며, 고유치의 함수인 외부토크를 특정발전기의 회전자에 가하고, 계통의 대수방정식을 반복계산하여 한 번에 하나씩 전기기계적 진동과 관련있는 고유치와 각 발전기의 속도편차를 구하게 된다. 상태행렬을 구성하지 않고 반복 계산에 의해 고유치를 구하게 되어 고유치 계산에 많은 메모리를 필요로 하지 않으며, 250개의 발전기와 2000개의 모선 그리고 3600개의 선로로 구성된 대형 전력계통의 해석이 가능하다. 반면에 전체 고유치가 아닌 전기기계적 진동과 관련된 고유치만을 구할 수 있다는 것과 고유치의 초기값 선정에 민감하다는 단점을 갖고 있다. 이러한 AESOPS 방법의 중간계산단계에 소성을 충분히 이용할 수 있게 하고 사용할 수 있는 제어기의 모델을 보다 다양화 하는 등 보다 큰 규모의 계통에 적용할 수 있는 개선이 이루어졌으나, 원래의 기본적인 알고리즘은 그대로 유지되고 있다.

AESOPS 알고리즘에서 고유치의 반복계산과정은 직관적이고도 경험적인 방법에 의한 근사식을 사용하고 있으며, 따라서 본 연구에서는 이러한 고유치 반복계산과정을 비선형 연립방정식의 수치해법으로 일반적으로 사용되는 Newton Raphson법의 형태로 일반화하여 전체 알고리즘의 정확성을 향상시키고자 한다.

2. 본 론

2.1 AESOPS 알고리즘의 개요

전력계통의 선형동적모델에 하나의 발전기축에 외부토크가 가해져서 강제적으로 진동하고 있는 경우를 가정한다. 이때 외부토크는 다음과 같은 복소수의 정현파 형태를 갖는 것으로 한다.

$$T = T_x e^{(\sigma + j\Omega)t} \quad (1)$$

위의 식에서 T_x 는 복소수이고 $\sigma + j\Omega$ 는 고유치의 초

기추정값이다. 일반적으로 외부토크를 특정발전기에 적용한다는 것은 그 발전기가 중요하게 참여하는 진동모드의 고유치를 의미한다. AESOPS 알고리즘에서는 발전기 단자전압, 내부전압, 속도편차 그리고 외부토크 T_X 를 계산한다. 이들 값을 사용하여 고유치의 추정치를 계산하고, 연속적인 고유치 추정치의 변화가 지정된 오차한계보다 작은 경우 계산을 마치게 된다.

2.1.2 계통방정식과 발전기 고정자 방정식

발전기를 각 발전기모델에 해당하는 리액턴스를 통하여 발전기단자에 연결된 전압전원으로 취급하여 계통방정식을 구성한다.

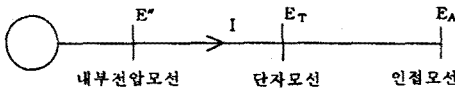


그림 1. 발전기단자, 내부전압단자 및 인접모선의 계통도

발전기의 어드미턴스를 고려하지 않은 상태에서 발전기단자의 자기어드미턴스 성분을 Y_{TT} 라 하고, 발전기단자와 인접 모선사이의 송전선의 상호 어드미턴스 성분을 Y_{TA} 라고 하면 다음 식이 성립된다.

$$\begin{bmatrix} I_R \\ I_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{TT} - B_{TT} & \\ B_{TT} & G_{TT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{TR} \\ E_{TI} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_{TA} - B_{TA} & \\ B_{TA} & G_{TA} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{AR} \\ E_{AI} \end{bmatrix} \quad (2)$$

또한 발전기의 d축, q축성분을 기준으로 나타낸 발전기단자전압, 내부기전력 및 단자전류와의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} E_{TD} \\ E_{TQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_D'' \\ E_Q'' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_A & -(QX) \\ (DX) & R_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_D \\ I_Q \end{bmatrix} \quad (3)$$

식(3)에서 (QX)와 (DX)는 각각 발전기횡축 및 직축에 해당되는 리액턴스로서 발전기 모델에 따라 다르며 R_A 는 발전기의 내부저항이다. 식(2)와 식(3)으로부터 계통기준으로 나타낸 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} G_{TT} + G_W - B_{TT} - B_W & \\ B_{TT} + B_X & G_{TT} + G_X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_{TA} - B_{TA} & \\ B_{TA} & G_{TA} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{AR} \\ e_{AI} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_W - B_W \\ B_X & G_X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_R'' \\ e_I'' \end{bmatrix} = 0 \quad (4)$$

식(4)는 각 미소전압을 지수함수의 형태로 감쇠 또는 증가하는 정현파의 시간함수로 간주하여 이를 폐어서 변환한 것이다. 식(4)를 다시 일반모선과 발전기모선으로 분리하여 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} R_{SS} & R_{ST} \\ R_{TS} & R_{TT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_s \\ e_T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ R_{TC} e'' \end{bmatrix} = 0 \quad (5)$$

식(5)에서 일반모선 e_s 를 제거하면 다음과 같다.

$$A_{TT} e_T + R_{TC} e'' = 0 \quad (6)$$

$$\text{단, } A_{TT} = R_{TT} - R_{TS} R_{SS}^{-1} R_{ST}$$

식(6)은 가우스 소거법을 사용하여 단자전압을 계산하게 된다. 계통의 발전기 단자수를 T 라 하고 발전기 수를 N 이라 하면 식(6)은 $(2T+2N)$ 개의 변수가 있고, 방정식의 수는 $2T$ 개 이므로 $2N$ 개의 방정식이 더 있어야 풀 수 있다. 이 $2N$ 개의 방정식은 발전기 내부의 동적방정식으로부터 구할 수 있다.

2.1.2 발전기 동적방정식

N 개 발전기에 대한 $2N$ 개의 추가적인 식은 회전자의 운동과 회전자 자속쇄고수를 결정하는 발전기 관련식에서 유도되며, 이들 방정식은 발전기 여자제어 계통과 터빈 속도제어 계통의 효과를 포함한다. 발전기 동요방정식, 직축 및 횡축 전압방정식, 조속기계통, 발전기 여자계통 및 전력계통안정기동을 연관시켜서 주파수 영역에서 방정식을 세우면 10개 변수로 이루어진 8개의 방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 1 & z_{35} & a_{37} & a_{38} & a_{39} & a_{310} \\ & 1 & z_{45} & a_{47} & a_{48} & a_{49} & a_{410} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & z_{55} & & \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & z_{65} & z_{66} & \\ a_{71} & a_{72} & a_{73} & a_{74} & z_{75} & z_{76} & z_{77} & z_{78} \\ a_{81} & a_{82} & a_{83} & a_{84} & z_{85} & & a_{87} & z_{88} \\ a_{91} & a_{92} & a_{93} & a_{94} & z_{95} & & & z_{99} & a_{910} \\ a_{101} & a_{102} & a_{103} & a_{104} & z_{105} & & & & a_{109} & z_{1010} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \\ e_R \\ e_I \\ \omega \\ V_E \\ \lambda_{FD} \\ \lambda_{SD} \\ \lambda_{FO} \\ \lambda_{SO} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_X \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

식(7)에서 a_{ij} 로 표시된것은 실수의 원소들이며, Z_{ij} 로 표시된 것은 복소수의 원소들이다. 복소수의 원소들은 진동주파수 S 의 함수이며, S 의 추정치가 다르면 그 값이 달라지게 된다. 식(7)을 밑에서 부터 축약하여 3개의 방정식으로 하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} z_{31}' & z_{32}' & z_{33}' & z_{34}' & z_{35}' \\ z_{41}' & z_{42}' & z_{43}' & z_{44}' & z_{45}' \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & z_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \\ e_R \\ e_I \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_X \end{bmatrix} \quad (8)$$

외부 인가토크 T_X 가 가해지지 않은 비구동 발전기는 외부토크가 0이 되며, (8)에서 세 번째 행은 다음과 같다.

$$\omega = -z_{55}^{-1} [a_{51} e_{TR} + a_{52} e_{TI} + a_{53} e_R + a_{54} e_I] \quad (9)$$

식(9)는 전압의 해를 구한 후에 비구동 발전기의 속도편차를 계산하는데 사용되며, 식(8)을 한단계 더 축약하여 내부전압에 대한 표현식을 구한다.

$$\begin{bmatrix} e_R \\ e_I \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_{31} & Y_{32} \\ Y_{41} & Y_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \end{bmatrix} \quad (10)$$

외부 인가토크 T_X 가 0이 아닌 구동발전기는 식(8)의 세 번째 행에서 다음과 같이 외부토크 T_X 를 구하게 되며, 내부전압에 대한 표현식은 다음과 같다.

$$T_X = a_{51}e_{TR} + a_{52}e_{TI} + a_{53}\ddot{e}_R + a_{54}\ddot{e}_I + z_{55}\omega_D \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} e_R \\ e_I \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} z_{33} & z_{34} \\ z_{43} & z_{44} \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \omega_D z_{35} \\ \omega_D z_{45} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{31} & z_{32} \\ z_{41} & z_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \end{bmatrix} \right\} \quad (12)$$

식(10)과 식(12)를 식(6)에 대입하여 전체 발전기의 단자전압을 구하고, 다시 이로부터 각 발전기의 내부 전압을 구할 수 있다.

2.2 고유치 계산과정의 개선

2.2.1 종래의 방법

종래의 AESOPS 알고리즘에서 사용하는 고유치의 반복계산식은 그림 2의 발전기 동요방정식을 기본으로 한다.

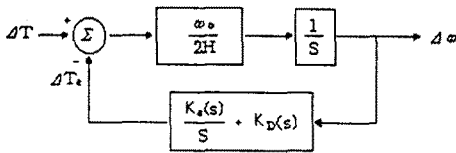


그림 2. 발전기 동요 방정식의 블록선도

그림 2에서 토크에 대한 표현식을 구하면 다음과 같다.

$$\Delta T = \left[\frac{2H}{\omega_0} S + K_D(S) + \frac{K_S(S)}{S} \right] \Delta \omega \quad (13)$$

식(13)에서 토크 T_X 의 고유치에 대한 편미분의 형태는 다음과 같다.

$$\frac{\partial(\Delta T)}{\partial S} = \left[\frac{2H}{\omega_0} + \frac{1}{S} \frac{\partial K_S(S)}{\partial S} - \frac{1}{S^2} K_S(S) + \frac{\partial K_D(S)}{\partial S} \right] \omega_0 \quad (14)$$

식(13)에서 고유치는 다음의 조건을 만족해야 한다.

$$\frac{2H}{\omega_0} + \frac{K_D(S)}{S} + \frac{K_S(S)}{S^2} = 0 \quad (15)$$

식(15)를 식(14)에 대입하고, 다시 식(14)에서 $K_D(S)$, $\partial K_D(S)/\partial S$, $\partial K_S(S)/\partial S$ 가 작다고 가정하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial \Delta T}{\partial S} \approx \frac{4H}{\omega_0} \Delta \omega \quad (16)$$

즉 AESOPS 알고리즘은 다음과 같은 근사식을 사용하여 고유치의 반복계산을 하게 된다.

$$S_{n+1} = S_n - \left[\frac{\Delta T(S)}{\frac{\partial \Delta T}{\partial S}} \right] \approx S_n - \left[\frac{\Delta T(S)}{4H \frac{\Delta \omega}{\omega_0}} \right] \quad (17)$$

식(17)의 근사식을 사용하는 경우 많은 발전기들이 참여하는 고유치의 계산시에는 $\partial K_D(S)/\partial S$, $\partial K_S(S)/\partial S$ 의 크기가 무시할 수 없는 정도가 되어 각 계산단계마다 고유치의 변화가 크게 되어 경험적으로 다음과 같은 등가관성정수를 사용하여 고유치 계산을 하고 있다.

$$H_e = \sum_{i=1}^N H_i \frac{|\Delta \omega_i|^2}{\omega_0^2} \quad (18)$$

2.2.2 개선된 고유치 계산과정

본 연구에서는 원래의 AESOPS 알고리즘에서 발전기의 동적방정식을 구하는데 사용하는 그림 3의 회전자 블록선도로부터 관계식을 구한다.

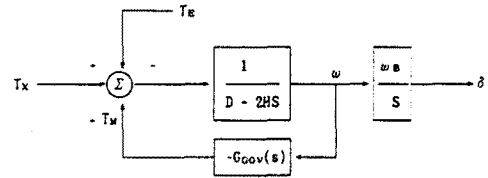


그림 3. 발전기 동요 방정식(AESOPS 알고리즘)

그림 3에서 다음과 같은 관계식을 구할 수 있다.

$$(D + 2HS)\omega = T_X + T_M - T_E \quad (19)$$

단, $T_M = -G_{Cov}(S)\omega$

식(19)에서 T_E 를 관련식으로 대체하면 식(7)과 식(8)의 세 번째 행의 식이 되며, 이를 다시 나타내면 다음과 같다.

$$a_{51}e_{TR} + a_{52}e_{TI} + a_{53}\ddot{e}_R + a_{54}\ddot{e}_I + [G_{Cov}(S) + D + 2HS]\omega = T_X \quad (20)$$

위의 식(20)에서 계수 a_{51} , a_{52} , a_{53} , a_{54} 는 고유치와는 관계없는 상수값이며, 따라서 외부토크 T_X 의 고유치에 대한 편미분은 다음과 같다.

$$\frac{\partial T_X}{\partial S} = a_{51} \frac{\partial e_{TR}}{\partial S} + a_{52} \frac{\partial e_{TI}}{\partial S} + a_{53} \frac{\partial e_R}{\partial S} + a_{54} \frac{\partial e_I}{\partial S} + \frac{\partial}{\partial S} [G_{cov}(S) + D + 2HS] \omega_D \quad (21)$$

식(21)에서 다섯 번째 항은 조속기의 전달함수로부터 직접적으로 수식을 구할 수 있으며, 나머지 네 개의 항도 다음과 같은 방법으로 구할 수 있다.

식(6)에서 발전기의 내부전압을 치환한 후의 발전기 단자전압에 대한 행렬식을 다음과 같이 나타낸다.

$$[A_1] \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \end{bmatrix} = [F] \quad (22)$$

위의 식에서 단자전압의 고유치에 대한 편미분을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial e_{TR}}{\partial S} \\ \frac{\partial e_{TI}}{\partial S} \end{bmatrix} = -A_1^{-1} \left\{ \frac{\partial(A_1)}{\partial S} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \end{bmatrix} - \frac{\partial F}{\partial S} \right\} \quad (23)$$

식(23)에서 A_1 행렬과 F 행렬의 고유치에 대한 편미분은 관계식에서 직접적으로 구할 수 있으며, 단자전압은 앞의 식(22)에서 구한 값이 사용된다.

내부전압에 대한 고유치의 편미분의 형태는 식(10)과 식(12)에서 다음과 같은 방법으로 구할 수 있다. 식(10)의 내부전압의 행렬식을 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} e_R \\ e_I \end{bmatrix} = A_2 \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \end{bmatrix} \quad (24)$$

비구동 발전기의 고유치에 대한 편미분 형태는 다음과 같게 된다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial e_R}{\partial S} \\ \frac{\partial e_I}{\partial S} \end{bmatrix} = \frac{\partial A_2}{\partial S} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \end{bmatrix} + A_2 \begin{bmatrix} \frac{\partial e_{TR}}{\partial S} \\ \frac{\partial e_{TI}}{\partial S} \end{bmatrix} \quad (25)$$

또한 식(12)의 구동발전기의 내부전압 행렬식이 다음과 같다고 하면

$$\begin{bmatrix} e_R \\ e_I \end{bmatrix} = A_3 + A_4 \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \end{bmatrix} \quad (26)$$

구동발전기의 편미분의 형태는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial e_R}{\partial S} \\ \frac{\partial e_I}{\partial S} \end{bmatrix} = \frac{\partial A_3}{\partial S} + \frac{\partial A_4}{\partial S} \begin{bmatrix} e_{TR} \\ e_{TI} \end{bmatrix} + A_4 \begin{bmatrix} \frac{\partial e_{TR}}{\partial S} \\ \frac{\partial e_{TI}}{\partial S} \end{bmatrix} \quad (27)$$

식(23)과 식(25) 그리고 식(27)을 식(21)에 대입하면 AESOPS 알고리즘의 고유치 반복계산과정을 다음과 같은 Newton Raphson법의 일반형으로 변형하는 것이 가능하게 된다.

$$S_{n+1} = S_n - \left[\frac{\partial T_X(S)}{\partial S} \right] \quad (28)$$

3. 결 론

본 연구에서는 AESOPS 알고리즘에서 경험적 근사식을 사용하는 고유치 반복계산 과정을 비선형 연립 방정식의 수치해석에 일반적으로 사용되는 Newton Raphson법의 형태로 변형할 수 있도록 관련식을 제시하였다. 또한 원래의 고유치 반복계산과정에서 사용하던 토크식으로부터 직접 관계식을 구할 수 있도록 하여 매우 효율적이라고 할 수 있으며, 이전의 계산과정에서 사용하던 계산식의 많은 부분을 그대로 사용하게 되어 추가적인 계산부담은 크지 않을 것으로 생각된다. 사례연구를 통해서 본 연구의 방법이 효율적이라는 것을 입증하는 것과 추가적인 알고리즘의 개선이 요구된다.

[참 고 문 헌]

- [1] R. T. Byerly, D. E. Sherman, and B. J. Bennon, "Phase II : frequency domain analysis of low frequency oscillations in large electric power systems", Vol. 1, 2, 3, 4, and 5, Research Project 744-1, Electric Power Research Institute, Palo Alto, California, April, 1982.
- [2] D. Y. Wong, G. J. Rogers, B. Porretta, P. Kundur, "Eigenvalue analysis of very large power systems", IEEE Transaction on Power System, Vol. 3, No. 2, pp.472-480, May, 1988.
- [3] P. Kundur, G. J. Rogers, D. Y. Wong, L. Wang, M. G. Lauby, "A comprehensive computer program package for small signal stability analysis of power system." IEEE PES Winter Meeting, Atlanta, Georgia, 1990.
- [4] G. J. Rogers, D. Y. Wong, S. Arabi, L. Wang, "Small signal stability analysis program packages : Version 3.0 Final report", Vol 1, EPRI TR-101850, February, 1993.
- [5] D. M. Lam, H. Yee, B. Campbell, "An efficient improvements of the AESOPS algorithm for power system eigenvalue calculation", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, No. 4, pp.1880-1885, November 1994.