

## 의사출력을 사용한 전력계통의 비선형제어

이도관 윤태웅

고려대학교 전기전자전파공학부 제어시스템 연구실

### Nonlinear control of a power system using a pseudo output

Do-Kwan Lee, Tae-Woong Yoon

Control Systems Lab., School of Electrical Engineering, Korea Univ.

**Abstract** - 본 논문에서는 비선형특성을 갖는 전력계통의 안정화를 위해 궤환선형화 제어기법을 도입한다. 전압제어와 동시에 발전기의 동기각을 안정적으로 유지하기 위해 의사출력의 사용을 제안하고, 제어계통의 내부안정도를 보인다. 또한 모의실험을 통해 제안된 제어기의 개선된 성능을 확인한다.

### 1. 서 론

전력계통의 동특성은 강한 비선형성을 갖는다. 따라서 이러한 비선형특성을 직접적으로 고려하지 않은 기존 선형제어기의 성능에는 명백한 제약이 따른다. 본 논문에서는 전력계통의 1기 무한모선을 대상으로 하여 비선형궤환선형화 제어기를 설계한다. 제안된 제어시스템에서는 원래의 출력인 단자전압대신 이를 수정하여 구성한 의사출력을 사용하며, 이를 통해 계통의 내부동특성이 향상됨을 보인다.

### 2. 전력 계통 모델

본 논문에서는 그림 1과 같이 간략화된 계통 모델을 고려한다. 이 모델은 한 대의 발전기가 변압기와 송전선로를 통해 무한모선(Infinite bus)으로 근사화된 매우 큰 시스템에 연결된 계통이다.

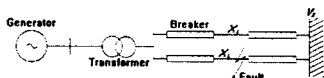


그림 1. 1기 무한모선모델.

Fig. 1. Single machine-infinite bus model.

위와 같은 1기 무한모선은 비선형특성을 갖는 상

태방정식으로 표현되며 전력계통에 사고가 발생할 경우 전송선로 리액턴스에 영향을 주게 된다. 발전기의 기계적, 전기적 특성은 다음과 같은 상태방정식으로 표현될 수 있다[1],[3],[4].

$$\dot{\delta} = \omega \quad (1)$$

$$\dot{\omega}(t) = -\frac{D}{H}\omega(t) + \frac{\omega_0 P_m}{H} - \frac{\omega_0 V_s E_q(t)}{Hx_{ds}} \sin \delta(t) \quad (2)$$

$$\dot{E}_q(t) = \frac{1}{T_{do}'}(k_c u_f(t) - E_q(t)) + \frac{x_d - x_d'}{x_{ds}'} V_s \omega(t) \sin \delta(t) \quad (3)$$

- 여기서  $\delta(t)$  : 발전기의 동기각  
 $\omega(t)$  : 발전기의 동기각속도  
 $E_q(t)$  : 횡축의 기전력  
 $D$  : 계동상수의 PU값  
 $H$  : 관성상수의 PU값  
 $P_m$  : 기계적 입력  
 $V_s$  : 무한모선전압  
 $\omega_0$  : 동기각속도  
 $k_c$  : 여자기의 이득  
 $u_f(t)$  : 발전기의 SCR증폭기의 제어입력  
 $x_d$  : 발전기 직축의 리액턴스  
 $x_d'$  : 발전기 직축의 과도리액턴스

이며 단자전압  $V_s$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$V_s = \frac{1}{x_{ds}} (x_s^2 E_q^2 + V_s^2 x_d'^2 + 2x_s x_d' V_s E_q \cos \delta)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

(1)-(4)에서  $x_{ds}, x_{ds}', T_{do}', x_s$ 는

$$x_{ds} = x_T + \frac{1}{2} x_L + x_d, \quad x_{ds}' = x_T + \frac{1}{2} x_L + x_d,$$

$$T_{do}' = \frac{x_{ds}'}{x_{ds}} T_{do}, \quad x_s = x_T + \frac{1}{2} x_L$$

의 관계를 만족하며, 여기서  $T_{do}$ 와  $x_T$ 는 각각 직축의 과도 단락회로 시정수와 변압기의 리액턴스를 의미한다. 모의실험에서 사용되는 상수들은 표 1에 주어져 있다.

표 1. 시스템 상수  
Table 1. System constants

$\omega_0$	314.159	$D$	5.0	$H$	8.0
$T_d$	6.9	$k_c$	1	$x_d$	1.863
$x_d$	0.257	$x_T$	0.127	$x_{L_s}$	0.4853

한편 이상과 같이 설정된 전력계통모델은  $\delta = 70^\circ$ ,  $P_m = 0.9$ ,  $V_t = 1.0$ ,  $V_s = 0.98$ 의 공칭동작점을 갖는다고 가정한다.

### 3. 궤환선형화 제어

여기서는 비선형 시스템을 위한 비선형 제어방식으로서 궤환선형화 기법을 고려한다. 선형모델을 이용한 제어방법이 시스템의 비선형성을 간과하는 데 반하여 궤환선형화는 비선형궤환을 통해 시스템의 비선형성을 상쇄하는 제어방법이다[2],[5].

#### 3.2.1 입출력 궤환선형화

전압제어를 위해 다음과 같이  $V_t$ 를 출력  $y$ 로 정의한다.

$$y = \frac{1}{x_{ds}} (x_s^2 E_o^2 + V_s^2 x_d^2 + 2x_s x_d V_s E_o \cos \delta)^{\frac{1}{2}} \triangleq h(\delta, \omega, E_o) \quad (5)$$

입출력궤환선형화를 적용하기 위해 출력식을 미분하면

$$\begin{aligned} \dot{y} &= L_1 h(\delta, \omega, E_o) + L_2 h(\delta, \omega, E_o) u_f \\ &= \frac{1}{x_{ds} f_1^{1/2}} (f_2 u_f + f_3) \\ &= v \end{aligned} \quad (6)$$

이고 여기서

$$\begin{aligned} f_1 &= x_s^2 E_o^2 + V_s^2 x_d^2 + 2x_s x_d V_s E_o \cos \delta \\ f_2 &= x_s^2 E_o \frac{1}{T_d} k_c + x_s x_d V_s \cos \delta \frac{1}{T_d} k_c \\ f_3 &= -x_s^2 E_o \frac{1}{T_d} + x_s^2 E_o \frac{x_d - x_d'}{x_{ds}} V_s \omega \sin \delta \\ &\quad - x_s x_d V_s \cos \delta \frac{1}{T_d} E_o \\ &\quad + x_s x_d V_s \cos \delta \frac{x_d - x_d'}{x_{ds}} V_s \omega \sin \delta - x_s x_d V_s E_o \omega \sin \delta \end{aligned}$$

으로 정리된다. 기준전압을  $y_d$ , 오차  $e$ 를  $e = y - y_d$ 라 하고

$$e + ke = 0 \quad (k > 0) \quad (7)$$

가 되도록 궤환선형화 제어입력을 설계하면 다음과 같다.

$$u_f = \frac{1}{f_2} (x_{ds} f_1^{\frac{1}{2}} [-k(y - y_d) + \dot{y}_d] - f_3) \quad (8)$$

이러한 제어입력을 가진 시스템에 대해 모의실험한 결과는 그림 2와 같다. 모의실험에서 식(7)의  $k$ 는 10으로 설정하였다.

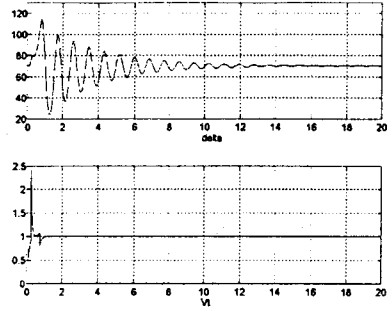


그림 2.  $y = V_t$ 를 사용한 모의실험

Fig. 2. Simulation for  $y = V_t$

모의실험 환경은  $t = 0.1$ 에서 지락사고가 발생하고, 사고발생 이후  $t = 0.25$ ,  $t = 0.75$ 에서 각각 차단 및 복구가 된다고 가정하였다. 그림에서 볼 수 있듯이  $V_t$ 를 출력으로 사용한 제어에서는 동기각  $\delta$ 가 진동(Oscillation)하는 문제를 볼 수 있다.

#### 3.2.2 의사출력을 사용한 궤환선형화

앞절에서 제기되었던  $\delta$ 의 진동문제에 대처하고 내부동특성을 개선하기 위해서 다음과 같은 새로운 출력방정식을 고려한다.

$$y = V_t + g(\delta, \omega, \dot{\omega}) \triangleq h(\delta, \omega, E_o, \omega_F) \quad (9)$$

여기에서  $g(\delta, \omega, \dot{\omega})$ 는 내부동특성을 개선하기 위해 도입되는 비선형함수이고, 이러한 비선형함수  $g(\delta, \omega, \dot{\omega})$ 를 출력식에 첨가하는 것은 출력식을 재조정함으로써 시스템의 내부동특성이 수정될 수 있기 때문이다. 여기서는 정상상태에서  $y = V_t$ 가 성립하도록  $y$ 를 다음과 같이 결정한다.

$$y = V_t + a\omega_F \quad (10)$$

여기서  $\omega_F$ 는

$$\omega_F = -b\omega_F + b\omega \quad (11)$$

의 방정식을 만족하며 따라서

$$y = V_t + a\omega_F = V_t + a(-b\omega_F + b\omega) \quad (12)$$

가 된다. 이러한  $\omega_F$ 를 추가하여 다음과 같은 상태 방정식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{E}_o \\ \dot{\omega}_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{H}\omega + \frac{\omega_0 P_m}{H} - \frac{\omega_0 V_s E_d}{H x_{ds}} \sin \delta \\ -\frac{1}{T_d} E_o + \frac{x_d - x_d'}{x_{ds}} V_s \omega \sin \delta \\ -b\omega_F + b\omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_c}{T_d} \\ 0 \end{bmatrix} u_f$$

$$\triangleq f(\delta, \omega, E_o, \omega_F) + g(\delta, \omega, E_o, \omega_F) u_f$$

3.2.1에서와 마찬가지로 입출력궤환선형화를 적용하

기 위해 출력식을 미분하면

$$\begin{aligned} \dot{y} &= L_f h(\delta, \omega, E_q, \omega_F) + L_g h(\delta, \omega, E_q, \omega_F) u_f \\ &= \frac{1}{x_{ds} f_1^{1/2}} (f_2 u_f + f_3) + f_4 \\ &= v \end{aligned} \quad (14)$$

로 정리되고 여기서  $f_1, f_2$  와  $f_3$  는 위에서와 같은 함수이며  $f_4$  는

$$f_4 = ab \left\{ -\frac{D}{H} \omega + \frac{\omega_0}{H} \left( P_m - V_s \frac{E_q}{x_{ds}} \sin \delta \right) + b \omega_F - b \omega \right\}.$$

을 만족한다. 입출력관계식 (13)으로부터 제어입력  $u_f$  는

$$u_f = \frac{1}{f_2} \{ x_{df} f_1^{1/2} [-k(y - y_d) + \dot{y}_d - f_4] - f_3 \} \quad (15)$$

으로 결정되어진다.

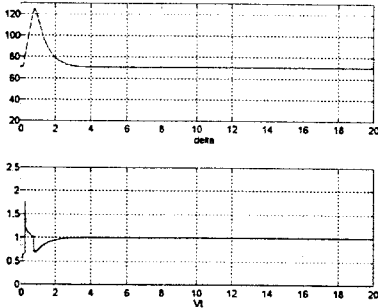


그림 3. 의사출력식을 사용한 모의실험  
Fig. 3. Simulation for pseudo output

3.2.1절에서와 동일한 환경에서의 모의실험 결과를 그림 3에 제시하였으며,  $\alpha = -5, b = 0.04$  로 선정하였다. 그림에 나타난 바와 같이 의사출력의 사용결과 동기각  $\delta$  의 진동이 제거된 것을 알 수 있다.

#### 4. 내부안정도 해석

전체시스템의 차수는 4차인데 반해 제어입력과 출력사이의 관계가 1차 미분방정식으로 표현되므로, 이 시스템은 3차의 내부동특성을 갖는다. 케환선형화를 사용한 제어가 안정하기 위해서는 이 내부동특성이 안정해야 하는데, 그 해석을 위해 먼저 다음과 같은 상태변수변환(Diffeomorphism)을 통해 정규화된 형태(Normal form)로 변환한다.[5]

$$\phi = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{x_{ds}} \{ x_s^2 E_d^2 + V_s^2 x_d^2 + 2x_s x_d V_s E_q \cos \delta \}^{1/2} - 1 \\ \delta - \delta_0 \\ \omega \\ \omega_F \end{bmatrix} \quad (16)$$

위의 변환이 성립하기 위해서는 자코비안(Jacobian)

인  $\frac{\partial \phi}{\partial x} (x = [\delta, \omega, E_q, \omega_F]^T)$  가 동작점에서 특이점을 갖지 않아야 한다. 즉 다음의 식이 만족되어야 한다.

$$\frac{1}{x_{ds}} f_1^{-1/2} (x_s^2 E_q + x_s x_d V_s \cos \delta) \neq 0 \quad (17)$$

식 (17)은  $V_s x_{ds}^2 - V_s^2 x_d^2 > 0$  이 만족되면 성립되고, 단자전압이 0에 아주 가까워지지 않는 일반적인 동작점에서는 이 조건이 만족됨을 확인할 수 있다. 변환된 상태변수  $z_1, z_2, z_3, z_4$  에 관한 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f h + L_g h u_f \\ z_3 \\ -\frac{D}{H} z_3 + \frac{\omega_0 P_m}{H} - \frac{\omega_0 V_s \sin(z_2 + \delta_0)}{H x_{ds}} f_6 \\ -b z_4 + b z_3 \end{bmatrix} \quad (18)$$

여기서

$$f_6 = \frac{1}{x_s} [-x_d V_s \cos(z_2 + \delta_0) + \sqrt{x_d^2 V_s^2 \cos^2(z_2 + \delta_0) - V_s^2 x_d^2 + (z_1 + 1 + ab(z_4 - z_3)) x_{ds}^2}]$$

이다. 따라서 내부동특성은 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} q \triangleq \eta &= \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} z_3 \\ -\frac{D}{H} z_3 + \frac{\omega_0 P_m}{H} - \frac{\omega_0 V_s \sin(z_2 + \delta_0)}{H x_{ds}} f_6 \\ -b z_4 + b z_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (19)$$

이 계통이 안정하기 위해서는 다음의 자코비안  $Q$  의 고유치가 안정한 영역에 있어야 한다.

$$Q = \frac{\partial q}{\partial \eta} \Big|_{\text{equilibrium point}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ f_A & f_B & f_C \\ 0 & b & -b \end{bmatrix} \quad (20)$$

여기서

$$\begin{aligned} f_A &= -\frac{\omega_0 V_s \cos(z_2 + \delta_0)}{H x_{ds}} f_6 - \frac{\omega_0 V_s \sin(z_2 + \delta_0)}{H x_{ds} x_s} \\ &\quad \cdot \{ x_d V_s \sin(z_2 + \delta_0) - f_7^{-1/2} (x_d^2 V_s^2 \cos^2(z_2 + \delta_0) \sin(z_2 + \delta_0)) \} \\ f_B &= -\frac{D}{H} + \frac{\omega_0 V_s \sin(z_2 + \delta_0)}{H x_{ds}} \frac{1}{x_s} f_7^{-1/2} x_{ds}^2 \\ &\quad \cdot ab(z_1 + 1 + ab(z_4 - z_3)) \\ f_C &= -\frac{\omega_0 V_s \sin(z_2 + \delta_0)}{H x_{ds}} \frac{1}{x_s} f_7^{-1/2} x_{ds}^2 \\ &\quad \cdot ab(z_1 + 1 + ab(z_4 - z_3)) \end{aligned}$$

$f_7 = x_d^2 V_s^2 \cos^2(z_2 + \delta_0) - V_s^2 x_d^2 + (z_1 + 1 + ab(z_4 - z_3))^2 x_{ds}^2$  이다. 위 행렬  $Q$  의 고유치가 안정할 조건을 Routh's criteria를 사용하여 구하면 다음과 같으며

$$\begin{aligned}
 & b - f_B > 0 \\
 & f_A b - (b - f_B)(b_{f_A} + b_{f_C} + f_A) > 0 \\
 & -f_A b > 0
 \end{aligned} \tag{21}$$

이로부터 계통의 안정도가  $\alpha$ 에 의존함을 알 수 있다. 정상상태의 평형점은  $[z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_4]^T = 0$ 이므로, 이 경우  $\alpha < 0$ 이면,  $0^\circ < \delta < 90^\circ$ 의 조건하에 위의 세 안정도 조건의 만족이 보장됨을 알 수 있다. 그리고 이 때의 특성방정식은 다음과 같이 구해진다.

$$s^3 + (b - f_B)s^2 - (b_{f_A} + b_{f_C} + f_A)s - f_A b = 0 \tag{22}$$

이 특성방정식의 근궤적을  $|\alpha|$ 에 대해 그리면 그림 4와 같다.

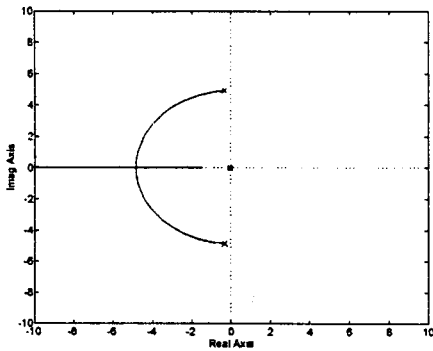


그림 4.  $|\alpha|$ 의 값에 의한 Root Locus

Fig. 4. Root locus on  $|\alpha|$

그림 4로부터  $|\alpha|$ 가 증가함에 따라 내부동특성의 감쇄(Damping)특성이 증가함을 볼 수 있다. 즉 모의실험에 나타난 바와 같이 음수의  $\alpha$ 를 사용함에 의해 내부동특성의 진동특성이 감소됨을 알 수 있다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 전력계통안정과 자동전압조정을 위한 비선형제어방식을 제안하였다. 입출력궤환선형화를 사용한 제어방식에서 내부동특성의 개선을 위해 의사출력(Pseudo-output)을 도입하였으며, 이를 통해 계통의 내부동특성이 개선됨을 보였다.

## 참 고 문 헌

- [1] P. Kundur, "Power System Stability and Control", McGraw-Hill, Inc. (1994)
- [2] J. E. Slotine and W. Li, "Applied Nonlinear Control", PRENTICE HALL (1992)

- [3] Y. Wang, D. J. Hill and R. H. Middleton, "Transient Stability Enhancement and Voltage Regulation of Power Systems", IEEE Transaction on Power Systems, Vol. 8, pp. 620-627 (1993)
- [4] Y. Wang, D. J. Hill, R. H. Middleton and L. Gao, "Transient Stabilization of Power Systems with an Adaptive Control Law", Automatica, Vol. 30, No. 9, pp. 1409-1413 (1994)
- [5] Alberto Isidori, "Nonlinear Control Systems", Springer (1995)

본 연구는 기초전력공학공동연구소 연구 지원금에 의해 수행되었습니다.