

수치해석을 이용한 전자렌지 내의 전자계 해석

박광수, 손종철, 김상권, 박운서
삼성전자 생활시스템연구소

Electromagnetic field analysis in MWO using computational method

Kwang-Soo Park, Jong-Chull Shon, Sang-Gweon Kim, Yoon-Ser Park
Living System R&D Center, Samsung Electronics Co., Ltd.

Abstract - This paper presents an analysis of the electromagnetic field in the 3D microwave oven using computational method. The model is accounted the real shape, including the formings, input waveguide with the magnetron, tray, and so on. For quantisation of this problem, Galerkin method with the Nedelec's edge basic functions is used. The system of linear algebraic equations is solved by the iteration method. The simulation results were compared with the experimental results.

1. 서 론

전자렌지를 설계하는데 있어서 캐비티 내에서의 전자계 분포는 전자렌지의 성능을 결정하는 중요한 요소이다. 본 논문에서는 수치해석을 이용하여 캐비티내에서의 전자계분포를 예측하였다. 수치적인 모델은 캐비티의 실제 모델과 같이 트레이, 포밍, 마그네트론이 있는 도파관등 모든 사항을 고려하여 해의 정확도를 향상시키고자 하였다. 또한 선형 방정식의 해를 구하기 위한 반복법을 제시하고 모의실험 및 실제 실험을 비교하여 해의 정확도를 검증하였다.

2. 본 론

캐비티 내의 전기의 세기는 벡터 Helmholtz 방정식을 만족시켜야 하고 또한 캐비티 및 도파관의 벽면이 완전 도체로 이루어졌다는 가정하에 벽면의 접선성분의 전기의 세기가 0이 된다는 경계조건을 만족하여야 한다.

지배방정식과 경계조건으로부터 Galerkin 법을 이용하여 방정식을 정식화한 후, 선형 행렬방정식을 도출하여 이 방정식의 해를 구함으로써 캐비티 내부의 전기분포를 구할 수 있다. 전자렌지에서 전자파를 발생시키는 소스원으로 마그네트론이 사용되고 있으며 해석을 위하여 마그네트론의 소스 모델링이 필요하다. 마그네트론 모델링은 선전류

소스로 가정하였다[1].

2.1. 수학적 모델

본 논문에서는 캐비티 P 내에 부하물 Q(유전물질)가 존재하고, 마그네트론에서 시간에 대한 조화함수($\exp(-i\omega t)$)의 형태로 전자파가 발생하는 경우에 캐비티 P 내의 전자계 분포에 대해서 고려한다. 부하물 Q의 특성은 유전율 ϵ 의 값에 의해서 결정되며, 투자율 μ_0 가 일정한 경우에 캐비티 P 내의 전기분포를 표현하는 수학적 모델인 Maxwell 방정식(1) 및 경계조건(2)은 다음과 같이된다.

$$\text{curl curl } \vec{E} - k_0^2 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \vec{E} = i\omega\mu_0 \vec{J}_0 - \text{curl } \vec{J}_m^0 \quad (1)$$

여기서, $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$.

$$\vec{n} \times \vec{E} \Big|_S = 0 \quad (2)$$

식(1)은 파수 $k_0 = 2\pi/\lambda$ (여기서 λ 는 파장)가 오퍼레이터의 고유해(eigenvalue)가 되는 경우에는 유일해를 갖지 않는다. 그러나, 본 논문에서 다루는 경우에는 부하물 Q가 손실을 가지고 있으므로 고유해는 복소수값을 갖게된다. 따라서 식(1)은 항상 고유해를 가지게 된다.

2.2. 수학적 모델의 이산화

식(1)-(2)를 이산화하기 위해서 본 논문에서는 Galerkin 법을 사용하였다. $\vec{V}_l, l=1, \dots, N$ 을 캐비티 내에서의 기조함수라 하고, 식(1)-(2)를 식(3)의 형태로 나타내면,

$$\hat{A} \vec{E} = \vec{F}_0 \quad (3)$$

식(1)의 근사해는 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\bar{E} = \sum_{i=1}^N a_i \bar{V}_i \quad (4)$$

여기에서 a_i 는 선형방정식 식(5)-(6)으로부터 결정되는 미지수이다.

$$\sum_{i=1}^N a_i A_{i,n} = \langle \bar{F}_0, \bar{V}_n \rangle, \quad n=1, \dots, N \quad (5)$$

$$A_{i,n} = \langle \hat{A} \bar{V}_i, \bar{V}_n \rangle \quad (6)$$

여기에서 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 은 힐버트 공간에서의 스칼라곱이다.

본 논문에서는 식(7)과 같은 스칼라곱을 가지는 공간함수 $\bar{L}_2(P)$ 를 사용한다.

$$\langle \bar{f}, \bar{g} \rangle = \int_P (\bar{f}, \bar{g}) dx; \quad \bar{f}, \bar{g} \in L_2(P), \quad (7)$$

여기서 (\bar{f}, \bar{g}) 은 벡터 스칼라곱이다.

본 논문에서는 이산화를 위한 메쉬로써 캐비티 내에 균등한 직교좌표 메쉬를 구성한다.

$$x_j^i = h j, \quad j=0, \dots, n_i, \quad i=1, 2, 3 \quad (8)$$

여기에서 기초함수로써 Nedelec 에지(edge) 기초함수 $\bar{\Psi}^h$ 를 사용하여 유한요소근사를 수행한다[3]. 각 메쉬의 에지와 관련된 기초함수 $\bar{\Psi}_l^h, l=1, \dots, N$ 를 선택하면, 벡터함수 $\bar{\Psi}^h$ 는 l 번째 에지에 평행하다. 에지의 좌표를 $[(j_1, j_2, j_3), (j_1+1, j_2, j_3)]$ 라 정의하면 직교요소 $(\bar{\Psi}_l^h)_1$ 은 다음과 같다.

$$(\bar{\Psi}_l^h)_1 = \psi_{j_1+1/2}(x_1) \varphi_{j_2}(x_2) \varphi_{j_3}(x_3), \quad (9)$$

여기서

$$\varphi_{j_2}(x_2) = \begin{cases} \frac{x_2 - x_2^{j_2-1}}{x_2^{j_2} - x_2^{j_2-1}} & \text{if } x_2 \in (x_2^{j_2-1}, x_2^{j_2}), \\ \frac{x_2 - x_2^{j_2+1}}{x_2^{j_2} - x_2^{j_2+1}} & \text{if } x_2 \in (x_2^{j_2}, x_2^{j_2+1}), \\ \text{만약 그렇지 않으면 } 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$\psi_{j_1+1/2}(x_1) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_1 \in (x_1^{j_1}, x_1^{j_1+1}) \\ \text{만약 그렇지 않으면 } 0 \end{cases}$$

이상을 이용하여 정리하면 식(1)은 다음과 같은 선형방정식의 형태로 정리된다.

$$Au = f \quad (11)$$

여기서 A 는 요소가 $A_k, k, l=1, \dots, N$ 인 시스템 행렬이며, u 는 요소가 $u_k, k=1, \dots, N$ 인 미지벡터, f 는 요소가 $f_k, k=1, \dots, N$ 인 기지벡터, 그리고 N 은 선형방정식의 차수이다.

2.3. 수치해석 알고리즘

식(11)의 해를 구하는 알고리즘으로 본 논문에서는 반복법을 이용하고자 한다. 이 경우에 요구되는 해의 정확도는 식(12)와 같은 상대오차를 이용한다.

$$\delta = \frac{\|A\bar{u} - f\|}{\|f\|} \quad (12)$$

여기서 \bar{u} 은 식(1)에서의 근사해이다.

또한 식(11)의 해를 구하는 방법으로써 다음과 같은 반복 알고리즘을 이용한다[2].

$$u_{n+1} = u_n - \tau_n r_n, \quad r_n = Au_n - f, \quad (13)$$

여기서 τ_n 은 반복 매개변수로써 식(14)와 같이 정의된다.

$$\tau_n = \frac{(r_n, Ar_n)}{(Ar_n, Ar_n)}. \quad (14)$$

식(13)과 같은 반복 알고리즘은 다음과 같이 확장될 수 있다.

식(13)과 식(14)에서 알 수 있듯이 반복 매개변수 τ_n 은 벡터 Ar_n 에 대한 $(n+1)$ 번째 r_{n+1} 벡터의 수직조건으로 결정되므로 식(15)와 같은 반복 과정 $u_n, n=0, 1, \dots$, 을 도입할 수 있다.

$$u_{n+1} = u_n - \sum_{l=1}^m \tau_{nl} A^{l-1} r_n, \quad (15)$$

$$m = \text{const}, m \geq 1$$

여기서 $\{\tau_{nl}\}$ 은 $(n+1)$ 번째 레이어(layer)에 대하여 n 번째 레이어로 전이하는데 사용되는 반복매개변수이다. 오차는 식(16)과 같은 관계가 있으므로

$$r_{n+1} = r_n - \sum_{l=1}^m \tau_{nl} A^l r_n \quad (16)$$

벡터 $Ar_n, \dots, A^m r_n$ 에 대한 r_{n+1} 의 수직조건으로부터 반복 매개변수를 결정할 수 있다.

따라서 최종적으로 본 논문에서 사용된 반복 알고리즘은 다음과 같다.

$$r_n^{(0)} \equiv r_n = Au_n - f, \quad u_n^{(0)} \equiv u_n$$

$$v_l = \begin{cases} r_n^{(0)}, & l=1 \\ r_n^{(l-1)} - \sum_{k=1}^{l-1} \beta_{lk} v_k, & l>1 \end{cases}$$

$$\beta_{lk} = \frac{\langle Ar_n^{(l-1)}, Av_k \rangle}{\|Av_k\|^2}, \quad \tau_l = \frac{\langle r_n^{(l-1)}, Ar_n^{(l-1)} \rangle}{\|Av_l\|^2}$$

$$u_n^{(l)} = u_n^{(l-1)} - \tau_l v_l, \quad r_n^{(l)} = r_n^{(l-1)} - \tau_l Av_l$$

$$u_{n+1} = u_n^{(m)}, \quad n=0,1,\dots; \quad l=1,\dots,m$$

여기서 $(*,*)$ and $\|*\|$ 은 각각 N차원 공간에서의 벡터 스칼라 곱과 놈(Norm)이다.

2.4. 모의실험

본 논문에서는 당사에서 생산중인 전자렌지 모델 RE-442에 대해서 모의실험을 수행하였으며, 그 결과를 실험결과와 비교하였다. 캐비티의 크기는 330×320×270(mm)이며, 모의실험은 트레이만 존재하는 빈캐비티에서 수행이 되었다.

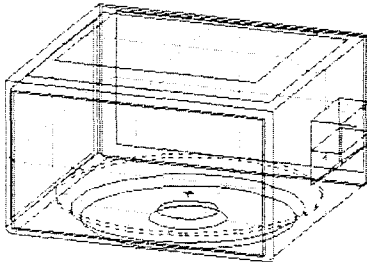


그림 1. 캐비티 모델

또한 유한요소의 크기는 과장당 12개의 노드를 사용하였다. 실험방법은 트레이를 회전시키지 않고 빈캐비티 상태에서 전자렌지를 구동시켜 일정

시간이 경과한 후 트레이의 온도분포를 적외선 카메라를 이용하여 온도분포를 측정하였다. 그림 1.은 모의실험에 사용된 실제 캐비티 모델이며, 그림 2.와 그림 3.은 각각 모의실험 및 실험결과를 보여주고 있다. 결과를 비교해보면, 그 결과가 매우 정확하게 일치함을 알 수 있다.

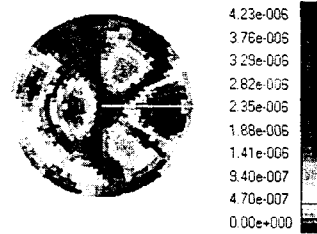


그림 2. 모의실험 결과

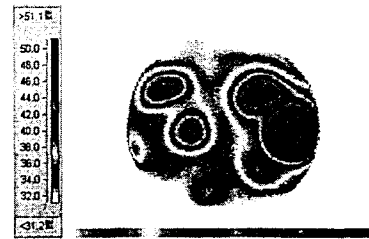


그림 3. 실험결과

3. 결 론

본 논문에서는 캐비티 내의 전자파 수치해석을 위한 방법을 제시하였다. 사용된 방법은 Nedelec 에지 함수를 기초함수로 하는 Galerkin 법을 이용하여 수치적모델을 이산화하였으며, 본 논문에서 제시된 반복법에 의하여 캐비티 내의 전자파 분포를 예측할 수 있었다. 또한 모의실험 결과와 실험 결과를 비교함으로써, 본 논문에서 제시된 방법이 매우 효과적임을 보여주었다. 이와같은 방법은 실제 제품을 설계하는 데 있어서 비용 및 시간을 단축할 수 있다.

[참고문헌]

- [1] 박광수 외 4명, "전자렌지 캐비티의 전자파 해석", 대한전기학회 하계학술대회 논문집, PP.1753-1755, 1996. 7
- [2] A.Samokhin, Differential Equations. V.30, No. 12, PP.1987-1997, 1994
- [3] J-C.Nedelec, "Mixed finite elements", Numerische Mathematik, 35, PP.315-341