

## 컴프턴 자유전자 레이저 증폭기의 증폭특성에 관한 시뮬레이션

조청래, 강형부  
한양대학교 전기공학과

### Simulation of the Amplification Characteristics of the Compton Free Electron Laser Amplifier

Choeng-Rae Cho, Hyung-Boo Kang  
Dept. of Electrical Eng., Hanyang Univ.

**Abstract** - The free electron laser(FEL) with the tapered wiggler in the Compton regime where the space charge effect is negligible was simulated on the basis of one dimensional model. Bunching process and the trajectories of 480 particles, which were loaded randomly in the phase space, were tracked as they traversed the wiggler, and the power and the efficiency of the FEL were estimated.

#### 1. 서 론

자유전자 레이저(FEL)는 1970년 Madey에 의해 처음 고안되었고, 1976년 Madey와 그의 동료들이 CO<sub>2</sub> 레이저의 증폭에 성공하였다. 그 후, 1977년 역시 Madey에 의해 3.417 $\mu$ m에서 레이저 발진이 이루어졌다 [1]. 이것으로 인해 입력이 필요없는 Self Amplified Spontaneous Emission(SASE)이 가능하다는 것을 알게됨으로써 기존의 레이저 파장영역이 아닌 곳에서의 동작이 가능해졌다.

FEL은 위글러라고 하는 자기장의 주기적 변화장치에 상대론적 속도를 가진 전자를 입사시켜 유도 방출 과정을 통해 전자빔으로부터 에너지를 얻음으로써 coherent radiation을 발생시키는 장치이다. FEL의 장점은 넓은 파장영역에 걸쳐 파장변이가 가능하다는 것과 높은 효율과 출력력을 들 수 있다.

FEL은 동작영역에 따라 크게 두 가지로 나누어지는데 [2], 전자의 에너지가 작고 전류가 커서 전자간의 상호작용이 중요한 역할을 하는 Raman FEL과, 전자의 에너지가 크고 전류가 작아 전자간의 상호작용을 무시할 수 있는 Compton FEL이 그것이다.

본 연구에서는 Compton FEL 증폭기에 대해 single particle 운동방정식을 세우고, 맥스웰 방정식을 풀어 기존의 논문에서 제시한 설계조건 [3]을 바탕으로 일차원 simulation을 하여 385 $\mu$ m 레이저 빔에 대한 증폭특성을 알아보았다.

#### 2. 본 론

#### 2.1 FEL의 이론

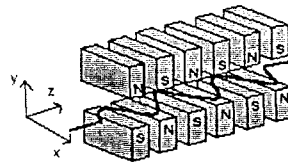


그림 1. 간략화한 위글러 모델

평판형 위글러와 plane-polarized wave를 가정하면 각각의 벡터 퍼텐셜은 다음과 같다.

$$A_w = A_w \sin(k_w z) \bar{a}_x \quad (1)$$

$$A_L = A_L \sin(k_L z - \omega_L t + \phi_L) \bar{a}_x \quad (2)$$

따라서 입자의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\beta_x = \frac{v_x}{c} = -\frac{eA}{\gamma mc} \approx -\frac{a_w}{\gamma} \sin(k_w z) \quad (3)$$

$$\beta_z = \frac{v_z}{c} \approx 1 - \frac{1}{2\gamma^2} \left[ 1 + \frac{a_w^2 - a_w^2 \cos(2k_w z)}{2} \right] \quad (4)$$

여기서  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$ ,  $a_w = \frac{eA_w}{mc} = \frac{eB_w \lambda_w}{2\pi mc}$

이고  $c$ 는 빛의 속도이다.

식(4)를 위글러 주기에 대해 평균하면 다음과 같다.

$$\beta_z = 1 - \frac{1}{2\gamma^2} \left( 1 + \frac{a_w^2}{2} \right) \quad (5)$$

전자와 빛의 에너지 교환을 알아보면 전자가 잃은 에너지가 빛의 증폭으로 나타나므로 식(6)을 이용해 식(7)로 나타낼 수 있다.

$$E_L = -\frac{\partial A_L}{\partial t} \equiv E_L \cos(k_L z - \omega_L t + \phi_L) \bar{a}_x \quad (6)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{e}{mc} E_L \cdot \beta = -\frac{ea_w E_L}{2\gamma mc} [\sin(k_w z + k_L z - \omega_L t + \phi_L) - \sin(k_L z - k_w z - \omega_L t + \phi_L)] \quad (7)$$

이 식은 Bessel함수 [4]를 이용해 나타낼 수 있다.

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\frac{ea_w E_L}{2\gamma mc} [J_0(\xi) - J_1(\xi)] \sin(\phi + \phi_L) \quad (8)$$

이 때  $\phi = k_w z + k_L z - \omega_L t$ ,  $\xi = \frac{k_L a_w^2}{8\gamma^2 k_w}$  이고  $J_0$ 와

$J_1$ 은 Bessel 함수이다.  $\zeta \equiv \phi + \phi_L$ 이라 하면  $\zeta$ 는 Laser field와 wiggler field가 결합된 field에서의 전자의 위상을 나타낸다. 따라서 전자의 위상변화는 다음 식으로 표현된다.

$$\frac{d\zeta}{dt} = k_w - k_L \frac{1 - \beta_z}{\beta_z} + \frac{d\phi_L}{dt} \quad (9)$$

Laser field의 성장을 알아보기 위해서는 Slowly Varying Envelope Approximation(SVEA)(5)을 이용해서 식(10)의 맥스웰 방정식(6)을 풀어 식(11), (12)를 구한다.

$$\nabla^2 A_L - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A_L}{\partial t^2} = -\mu_0 J_T \quad (10)$$

$$\frac{dE_L}{dt} = \frac{a_w J}{2\epsilon_0} \left\langle \frac{J_0(\zeta) - J_1(\zeta)}{\gamma} \sin(\psi + \phi_L) \right\rangle \quad (11)$$

$$E_L \frac{d\phi_L}{dt} = \frac{a_w J}{2\epsilon_0} \left\langle \frac{J_0(\zeta) - J_1(\zeta)}{\gamma} \cos(\psi + \phi_L) \right\rangle \quad (12)$$

여기서  $\langle \rangle$ 는 모든 전자에 대한 평균을 나타낸다.

## 2.2 Simulation

본 연구는 일차원 simulation이므로 위글러의 축방향인  $z$ 축방향의 변화만을 고려하였으며 표 1의 값들을 사용하였다. 그리고 FEL에서 resonance 에너지는 다음식으로 표현되는데,

$$\gamma_r^2 \approx \frac{\lambda_w}{\lambda_L} \left( 1 + \frac{a_w^2}{2} \right) \quad (13)$$

전자들이 wiggler를 진행함에 따라 계속해서 에너지를 잃도록 그림 2와 같은 특성을 갖는 tapered wiggler를 사용하였다.

표 1. 시뮬레이션 파라미터

$L_w$ (위글러의 길이)	13.05 [m]
$\lambda_w$	$8.7 \times 10^{-2}$ [m]
$\lambda_L$	$385 \times 10^{-6}$ [m]
입력 레이저의 intensity	$0.5 \times 10^{10}$ [W/m <sup>2</sup> ]
$J$	$1.0 \times 10^6$ [A/m <sup>2</sup> ]
입사 전자의 평균 에너지( $\gamma$ )	15

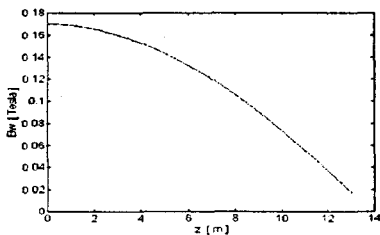


그림 2. 위글러의 자기장

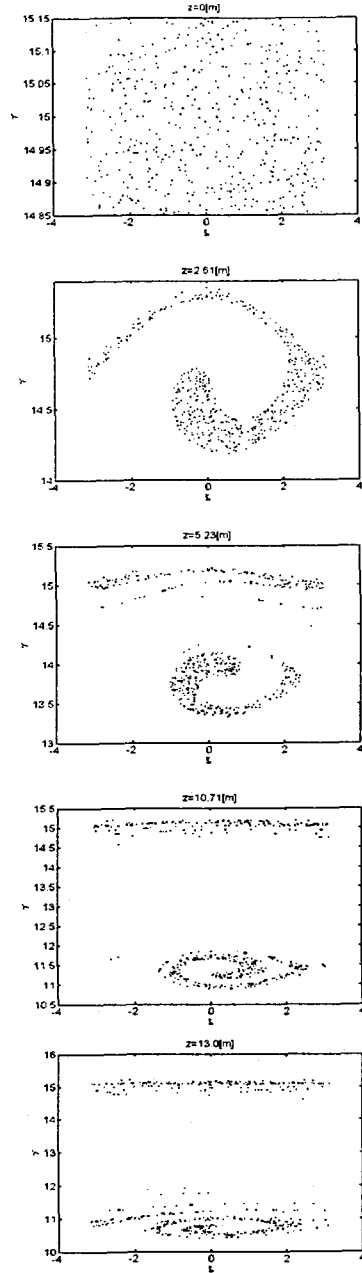


그림 3. 위상공간에서의 전자 분포

먼저 0.1%의 에너지 분포를 갖도록 480개의 입자를 위상공간에 random하게 분포시킨 후 식(8)과 식(9)를 수치적분하여 위글러를 진행함에 따른 전자들의 에너지와 위상을 구하였고, 식(11), (12)를 이용하여 laser field의 성장을 계산하였는데, 이들의 수치해석은 4차 Runge-Kutta-Gill 법을 이용하였다.

그림 3은 위글러를 진행함에 따른 위상공간에서 전자들의 분포를 나타낸 것으로, pondermotive potential well[7]에 갇혀 bunching을 일으키는 전자들과 그렇지 못한 전자들로 나누어짐을 알 수 있다. Potential well

에 갇힌 전자들(trapped electrons)은 계속해서 에너지를 잃지만 그렇지 않은 전자들(untrapped electrons)은 초기 에너지와 거의 같은 에너지를 가짐을 알 수 있다. 따라서 laser의 성장에 기여하는 것은 potential well에 갇힌 전자들이라는 것을 알 수 있다. 이러한 전자들의 위상공간에서의 bunching은 높은 출력과 coherent한 빛을 발생시키는 중요한 요인이 된다.

그런데  $Z=10.71m$ 에서 몇개의 전자들이 potential well에서 탈출(detraped electrons)한 것을 볼 수 있는데, 위글러 끝에서는 그러한 전자들이 더 많아진다.

이와 같이 위상공간에서 세 가지 형태의 운동을 가지는 전자들이 있는데, 그림 4는 각각을 대표하는 입자들에 대해서 위글러를 진행함에 따른 에너지의 변화를 나타낸 것으로 처음에 트랩된 전자는 에너지가 resonance 에너지를 따라 감소하면서 진동하고, 그렇지 않은 전자는 초기 에너지와 큰 차이가 없이 진동한다.

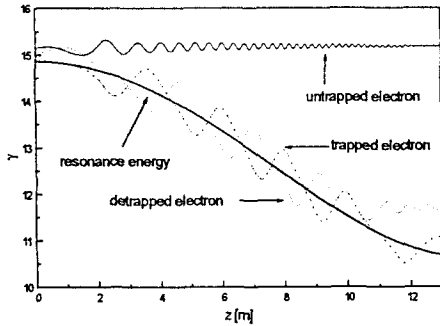


그림 4. 위글러를 진행함에 따른 대표적인 세가지 전자의 에너지

레이저 빔의 intensity  $P_L$ 과 효율  $\eta$ 는 다음식으로 주어지고 이것을 위글러의 각 지점에서 계산한 것이 그림 5와 그림 6이다.

$$P_L = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_L^2 \quad (14)$$

$$\eta = \frac{\gamma - \langle \gamma \rangle}{\gamma - 1} \quad (15)$$

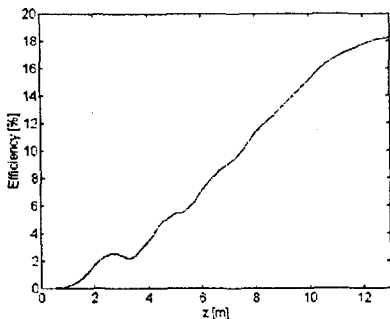


그림 5. FEL의 효율

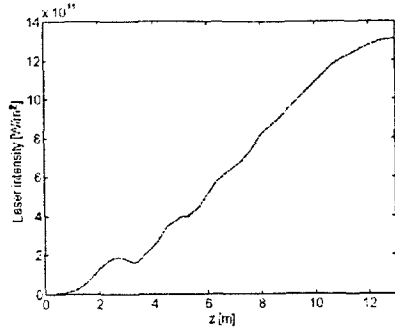


그림 6. FEL의 intensity

### 3. 결 론

Taperd wiggler를 가진  $385 \mu m$  Compton FEL 증폭기에 대한 일차원 simulation을 하여 위상공간에서의 전자의 궤적과 레이저 증폭의 중요한 요인인 bunching 과정을 알아보았다. 이것은 비록 횡방향을 무시하고 Z축만을 고려한 일차원 모델이지만 FEL 증폭기의 특성을 잘 나타내고 있다. 이 결과  $130 MW/cm^2$ 의 laser intensity를 얻을 수 있었고, 효율 18.2%, 이득은 260이었다.

### [참 고 문 헌]

- [1] D. A. G. Deacon, L. R. Elias, J. M. J. Madey, G. J. Ramian, H. A. Schwettman, and T. I. Smith, "Fist Operation of a Free-Electron Laser", 38, p892, 1977
- [2] T. C. Marshall, "FREE-ELECTRON LASERS", Macmillian Publishing Co., p14, 1985
- [3] D. Prosnitz, A. Szoke, and V. K. Neil, "High-gain, free-electron laser amplifiers: Design considerations and simulation", 24, p1436, 1981
- [4] Georgy Arfken, "Mathematical Methods for Physicist", United Publishing & Promotion Co., p578, 1985
- [5] R. J. Bakker, D. A. Jaroszynske, A. F. G. van der Meer, D. Oepts, and W. van Amersfoort, "Short-Pulse Effects in a Free-Electron Laser", 30, p1635, 1994
- [6] J. D. Jackson, "Classical Electrodynamics", John Wiley & Sons, inc., p220, 1975
- [7] N. M. Kroll, et al. "Free-Electon Lasers with Variable Parameter Wigglers", 17, p1436, 1981