HDPE필름 절연파괴강도의 Weibull분포에 의한 통계적 해석

강 무 성. 강 대 용. 박 대 희
원광대학교 전기공학부

Statistical Analysis using Weibull Distribution on the Dielectric Breakdown Strength of High Density Polyethylene Films

Moo-sung Kang. Dae-yong Kang. Dae-hee Park
School of Electrical Engineering . Wonkwang University

Abstract - 본 논문은 HDPE 필름의 절연성능을 평가하기 위하여 절연파괴강도의 결과를 Weibull분포에 적용하였다. 각 절연파괴강도의 Weibull분포로부터 형의 모수를 구하였다. 또한 Weibull분포의 활용은 2개 및 3개의 모수법을 각각 적용시켜 절연파괴강도의 평가를 하였다. HDPE 필름을 열화시켜, 형의 모수변화를 비교하였다. 이와같은 Weibull분포의 활용은 절연성능과 수명의 평가를 통계적으로 평가코져 한다.

1. 서 론

절연파괴강도는 절연재료의 성능을 평가하는 하나의 수단으로서 많은 data가 얻어진다. 절연재료에 전기적 혹은 열적으로 스트레스가 가해지면 시간의 진행과 함께 열화한다. 절연재료에 가해지는 스트레스가 높아지면 높아질수록, 급속하게 열화되는 것을 경험 혹은 실험을 통하여 알려져 있고, 이 성질은 이용하여 높은 스트레스가 가해지 절연재료의 수명으로부터 상용스트레스하에서의 절연재료의 수명을 추정하는 방법이 있으며, 또한 이 결과로부터 절연설계에 이용된다. 특히 전기스트레스의 경우에 가해지는 스트레스와 수명간에 양대수의 ploting 하면 직선관계가 되며, 이것을 n승측 이라 한다 1).

이와같이 절연재료의 성능 및 수명을 추정하고 신뢰성을 높이기 위하여 절연파괴강도의 많은 data를 통계적으로 처리하고 있다.

절연파괴강도를 해석하기 위한 절연파괴강도를 해석하기 위한 방정식은 2-parameter Weibull[2PW]함수와 3-parameter Weibull[3PW]함수가 있다 2).

2PW함수는 형의 모수와 척도의 모수를 가지며, 3PW함수는 위치모수 γ가 도입되는 것을 나타낸다. 3PW함수는 Weibull확률지 상에서 data의 직선화가 2PW함수보다 더 나은 것으로 보고 있다.3) 이와 같은 연구로서 Mario Cacciari는 XLPE케이블의 시편의 절연파괴강도를 2PW함수와 3PW함수를 이용하였다. 그 결과, 적절하게 열화를 시킨 시편은, virgin시편보다, 양호한 fitting방정식을 얻었다. 그러한 이유로서 적절한 열화는 시편의 특성을 더 균일하게 만든다는 것이다 4).

본 논문에서의 3PW함수 이용은 적합한 직선방정식이 얻기 위함이다. 본 실험에서 얻어진 결과를 2PW함수와 3PW함수를 각각 이용하여 형의 모수 β를 구하였다. Weibull확률지 상에서 나타나는 직선의 적합화도를 객관적으로 평가하기 위하여, IEC에서 규정하는 M값을 도출하였다. M의 값이 적을수록, fitting방정식이 얻어진 data와 밀접하게 관련한다는 것이다. 절연재료의 특성을 나타내는 모수를 추정하기 위해서, Linear square(LS)방법과 Maximum likelihood(ML)방법을 이용하였다 5).

본 연구은 Weibull분포를 활용하여 절연성능 평가와 수명을 예측하기 위한 목적으로 절연파괴강도를 통계적으로 적용하는 방법을 검토하였다. 또한 HDPE 필름의 절연파괴강도를 통계적으로 적용시키고 형의 모수를 각각 평가하고져 한다

2. 본 론

2.1 Weibull분포함수와 모수의 추정

실험을 통하여 얻어진 data를 다음과 같은 2PW분포함수로 나타낸다 3), 4).

$$F(E) = 1-\exp[-(\frac{E}{\alpha})^{\beta}] \qquad (1)$$

여기서, F는 누적파괴확률이며, α,β는 각각 척도, 형의 모수가 된다. 방정식 (1)은 직각좌표계에서 아래의 식 (2)와 같은 1차 방정식에 대응하게 된다.

$$X = \log E$$
$$Y = \log[\ln \frac{1}{1-P}] \qquad (2)$$

그 다음으로, 얻어진 data간의 더 나은 fitting방정식을 알아보기 위하여 식.(3)과 같은 3-parameter Weibull함수를 이용하였다.

$$P(E) = 1 - \exp[-(\frac{E-\gamma}{\alpha})^{\beta}] \qquad (3)$$

여기서, γ값은 위치모수가 된다.

직각좌표계에서는 다음 식.(4)와 같이 적합화가 가능하다.

$$X = \log(E-\gamma)$$

$$Y = \log[\ln\frac{1}{1-P}] \quad (4)$$

3PW함수 계산은 data와 직선간의 최적의 fitting 방정식을 찾는 것이다. 그리고, 누적확률치는 식.(5)와 같은 Median rank방법을 이용하였다.

$$F(E) = \frac{i-0.3}{n+0.4} \quad (5)$$

여기서, n은 실험된 개수를 나타내며, i 는 파괴된 순서를 나타낸다. Weibull함수의 모수 α, β값을 객관적으로 추정하기 위하여 Least square(LS) 방법과 Maximum likelihood[ML] 방법을 이용하였다 3), 4).

ML방법은 다음과 같다. $X_1, X_2, \ldots, X_n$를 실험을 통하여 얻어진 data라고 하면, ML함수는 다음과 같이 정의하게 된다.

$$\ln L(\alpha,\beta;X_n) = \sum_{i=1}^{n} \ln f(X_i,\alpha,\beta) \quad (6)$$

$$= n\ln\beta - n\ln\alpha + (\beta-1)\sum_{i=1}^{n}\ln\frac{X_i}{\alpha} - \sum_{i=1}^{n}[\frac{X_i}{\alpha}]^{\beta}$$

여기서, f는 확률밀도함수가 되며, X_i는 각각의 절연파괴강도에 대응하게된다. 구하고자 하는 방정식의 α와 β는 Newton-Raphson반복법을 이용하여 각각 구하였다 3).

Weibull확률지 상에서의 직선의 fitting적합도를 알아 보기 위한 하나의 방법으로 IEC Standards에서 추천하는 Goodness-of-fit의 방법으로 M값을 구하였다 5). 이 M값은 0에 가까울수록 매우 양호한 값이라 볼 수 있다.

M값은 다음과 같은 방법으로 구할 수 있다.

$$M = \frac{\sum_{\lfloor n/2\rfloor+1}^{n-1} l_i}{\sum_{1}^{\lfloor n/2\rfloor} l_i} \quad (7)$$

여기서 ⌊n⌋은 n과 같거나 작은 최대정수를 나타낸다.

$$l_i = \frac{x_{(i+1)}-x_i}{\ln[\frac{\ln[4(n-i-1)+3)/(4n+1)]}{\ln[4(n-i)+3/(4n+1)]}]} \quad (8)$$

여기서 , $x_i = \ln E_i$이 된다.

2.2 실험방법

실험에 이용된 시편은 HDPE 필름이며, 두께가 60μm이다. 절연파괴시 필름의 크기는 3×3[cm]로 하였다. 시료는 Virgin과 열화된 것 2가지로 하였다. 시료의 전처리는 90℃ 가열오븐에서 190시간 동안 가열시켰다. 절연파괴전극은 직경이 20mm인 구 대 구 전극을 이용하였으며, 인가전압은 60Hz, 1kV/sec 로 가하였다. 필름상의 절연파괴강도는 파괴가 발생한 지점의 주위 8점을 측정하여 두께를 측정한후에 계산하였다. 각 조건에서의 절연파괴를 위한 시료의 개수는 10개로 하였다.

2.3 실 험 결 과

그림.1은 virgin HDPE 필름의 절연파괴강도를 Weibull확률지상에 나타낸 결과이며, 90%의 신뢰구간내에서 fitting하였다. 이 결과는 2PW분포를 나타낸 결과이며, 그림.1의 최적의 linear fittting방정식은 다음의 (9)식과 같다.

$$Y = 4.34X - 24.26 \quad (9)$$

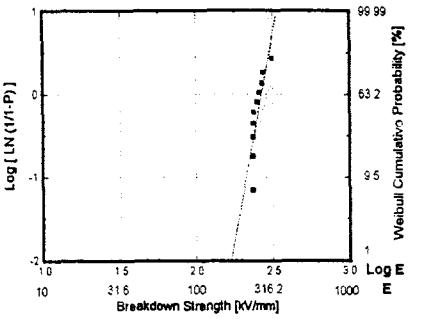

그림 1 HDPE필름에 대한 2PW분포

얻어진 data들은 신뢰구간내에서 약간 굽은 형태를 나타내고 있으며, 최저확률치는 신뢰구간을 벗어나 있다. Goodness-of-fit을 나타내는 척도인 M의 값이 2.58로서 실측치와 fitting방정식의 관계에서 상당한 편차를 보이고 있다는 것을 알 수 있다. 이러한 편차를 수정하기 위하여 3PW함수를 이용하여 다시 plotting을 하였다.

그림.2의 결과에서는 최고치확률에서는 fitting선과 실험치 사이의 관계가 매우 양호하나, 63.2%아래 부분에서는 그 관계가 매우 밀접하지가 못하다. 이 그림의 linear fitting방정식은 다음과 같다.

$$Y = 1.27X - 1.95 \quad (10)$$

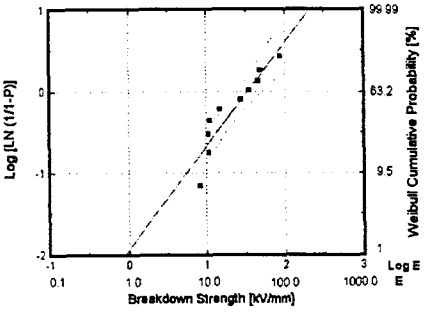

그림 2 HDPE필름에 대한 3PW분포

열화를 하지 않은 상태에서의 절연파괴분포는 2PW와 3PW분포 둘 다의 경우, 모든 실험data들은 신뢰구간내에 들어 있으나 저확률치 영역에서는 data들이 신뢰구간을 벗어나는 경향을 보이고 있다. 이와 같은 이유로서, virgin HDPE 시편의 경우에서는 63.2%까지의 추정은 어느 정도까지는 이루어질 수 있으나, 그 이하에서의 절연파괴강도의 추론은 다소 정확도가 떨어진다고 할 수 있다.

다음 그림.3은 90℃에서 190시간 가열오븐에서 열화를 시킨 후 절연파괴를 한 결과이다. 그림.3에서 보듯이 90℃에서 열화된 결과의 절연파괴분포는 열화를 시키지 않은 것과 비교였을 경우, 모든 실험치가 신뢰구간내에 들어가 있으며, 최적의 fitting

이 이루어졌다. 63.2%이하의 영역에서도 virgin시편과 비교하였을 경우 더 일정함을 보이고 있다.

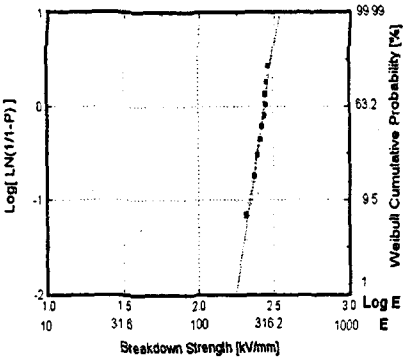

그림 3. 열화된 HDPE필름에 대한 2PW분포

위의 경우의 M값은 0.04로 매우 양호한 결과를 얻을 수 있었다. 적절한 aging은 2PW분포만으로도 최적의 fitting을 만들 수 있음을 보이고 있다. 이러한 β값의 증가는 HDPE의 균일성을 더욱 더 높였다고 볼 수 있다. 그림.3의 최적의 방정식은 다음 식(11)와 같다.

$$Y = 10.51X - 25.67 \qquad (11)$$

그림.4의 결과는 그림.3에서 얻어진 data들을 3PW로 다시 plotting한 결과이다. 이 결과의 M값은 0.02로 전처리를 하지 않은 결과에서는 2PW와 3PW의 값의 차가 1.53인 반면, 열화를 한 경우에 있어서는 그 차가 0.02로 매우 작았다.

M값의 결과로부터 열화된 시편에 대해서는 단지 2PW만으로도 충분한 설명이 이루어진다고 볼 수 있다.

그림.4의 최적의 fitting 방정식은 다음과 같다.

$$Y = 7.54X - 17.55 \qquad (12)$$

표.1에서는 Least-square방법과 Maximum likelihood방법, 그리고 직선의 최적화를 알아보기 위한 M의 값을 표기하였다. ML방법의 이용은, 좀 더 정확한 모수들을 추정하기 위한 것이다.

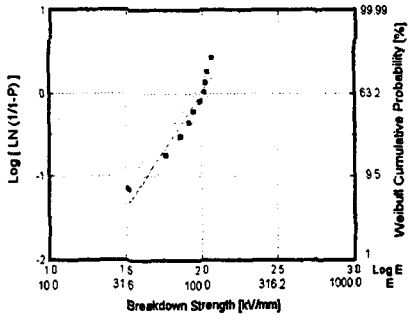

그림 4. 열화된 HDPE시편의 3PW 분포

열화를 한 경우에 있어서는 형의 모수가 가장 컸다. 이러한 이유는, 적절한 열화는 절연 재료 제조과정중, 발생된 부산물을 제거 절연체의특성을 더 균일하게 하였다고 볼 수 있다. 실험치와 fitting방정식과의 관계를 알아보기 위하여 M의 값을 서로 비교하여 보았다. 그 결과 virgin HDPE film 시편의 경우는, 2PW의 경우 실험치와 fitting 방정식과의 차가 매우 컸으나, 3PW함수를 이용하여 다시 fitting하여 얻어진 결과, 양호한 결과를 얻을 수 있었다.

표.1 2PW,3PW함수를 이용하여 얻은 모수와 M값

시편상태	n	α		β		γ	M	
		LS	ML	LS	ML	ML	2	3
열화를 하지않은 시편	10	268.0	248.4	4.34	9.61	232.7	2.58	0.58
열화된 시편	10	277.0	262.4	4.56	14.33	177.63	0.04	0.02

3. 결 론

본 논문에서는 실험조건의 변화에 따른 모수값, 특히 형의 모수변화를 조사하기 위하여 Weibull 함수를 이용, 평가하였다. 실험결과로서, 첫째, 적절한 열화를 통해서 절연체의 균일성과 획일성에서 개선되었다. 그래서, 단지 2-parameter Weibull함수만을 이용하여도 양호한 fitting방정식을 얻을 수 있었다. 둘째로, 열화되지 않은 virgin시편의 경우에 있어서는, 2-parameter Weibull함수를 가지고는 fitting방정식을 적절히 구현하기는 어려웠다. 3-parameter Weibull함수를 사용한 결과, fitting방정식이 적절히 구현 가능하였다.

[참 고 문 헌]

[1] Hideo Hirose, et.al, "Residual Lifetime Estimation by the Mixture Weibull-Power-Law Model", T.IEE Japan, Vol.116.B, No.12, 1996.

[2] C.Chauvet, C.Laurent, "Weibull Statistics in Short-term Dielectric Breakdown of Thin Polyethylene Films", IEEE Trans. EI, Vol.1, No.1, pp.18-29, 1993.

[3] J.F.Lawless, "Statistical Models and Methods for Lifetime Data", John Wiley & Sons, pp.169-194, 1976.

[4] Nancy R. Mann, "Method for Statistical Analysis of Reliability and Life Data", John Wiley & Sons, pp.160-282, 1974.

[5] Mario Cacciari, et.al, "Weibull Statistics in Short-term Dielectric Breakdown of Thin Polyethylene Films", IEEE Trans. EI, Vol.1 No.1, pp.153-159, 1994.