

TVD기법을 이용한 가스 분무 공정의 유동장 해석

Numerical analysis of a flow field in gas atomization process using a TVD scheme

심 은보¹⁾

Shim Eun Bo

The numerical method for the flow field of a gas atomization process is presented. For the analysis of the compressible supersonic jet flow of a gas, an axisymmetric Navier-Stokes equations are solved using a LU-factored upwind method. The MUSCL type TVD scheme is used for the discretization of inviscid flux, whereas Steger-Warming splitting and LU factorization is applied to the implicit operator. For the validation of the present method, we computed the flow field around the simple gas atomizer proposed by Issac. The numerical results has shown excellent agreement with the experimental data.

1. 서 론

금속 응고에 의해 성형 된 금속은 다른 방법에 의해 생성된 금속에 비해 재료 강도, 부식성, 피로도 등 여러 가지 측면에서 훨씬 뛰어난 재질을 지니게 된다. 용융 금속의 금속 응고를 위해서 흔히 쓰이고 있는 가스 분무 공정(Gas Atomization Process)은 노즐로부터 분사되는 고속의 제트 유동이 저속의 용융 금속 흐름을 미세한 액적(Droplet)으로 분해시킨다. 여기에서 접촉 면적이 증가함으로써 인해 금속 입자는 급속히 냉각된다. 이때 노즐에서 분사되는 가스는 대개 천음속, 또는 초음속의 범위에 까지 이른다. 따라서, 충격파, 팽창파 그리고 혼합(Mixing) 등과 같은 복잡한 압축성 제트의 유동 현상이 발생하며 이에 대한 해석은 가스 분무기의 설계를 위한 기본적인 요소가 된다.

지금까지 많은 연구자들에 의해 다양한 형태의 분무기가 제안된 바 있고 분무기의 설계에 대한 많은 연구가 이루어 졌으나, 정작 그 주위의 유동 특성에 대한 연구는 매우 부족한 실정이다. 현재까지의 연구는 대개 실험적인 방법을 통해 이루어졌는데, Ünal[1], Anderson[2], 그리고 Issac[3]등에 의한 연구가 그 대표적인 것들이다. Ünal은 가스 분무 공정에서 노즐목의 면적, 용탕출구의 돌출길이(Protrusion Length, PTL)에 따른 입자 크기의 변화에 관한 실험결과를 제시한 바 있다. Anderson등은 가스 분무기의 용탕출구의 형상에 따른 흡인압력(Aspiration Pressure)의 변화를 조사하여 최적화된 출구형상을 제시하였다. Issac등은 Schliien 기법에 의한 가시화과정을 통하여 액상류(Liquid Flow)가 초음속으로 분출되는 가스제트와 이루는 경계면이 압축성 제트유동에서 흔히 보여지는 것과 같이 충격파와 팽창파의 상호작용에 의해 형성된다는 사실을 밝힌 바 있다.

이상의 연구들은 가스분무기 내에서 유동의 구조를 파악하기 위한 실험 결과로서 가스분무기의 설계시 참조할 수 있는 유용한 데이터이다. 그러나 이들이 사용한 노즐형상, 용탕형상 그리고 작업조건등은 매우 제한적인 것으로서 형태가 다르거나 혹은 다양한 조건을 가진 분무기를 설계할 때는 이용되기 힘들다. 따라서 실험적인 방법과 병행하여, 좀더 일반적이고 다양한 조건을 수용할 수 있는 수치적 해석 방법이 절실히 요구되고 있다. 따라서 본 연구에

1) 금오공과대학교 기계공학과 (730-701, 경북 구미시 신평동 188, Tel: 0546-467-4207)

서는 가스 분무기 주위의 유동장에 대한 수치적 해석 방법을 제시하고, 이를 적용한 계산결과를 제시하고자 한다.

2. 수치해석

2.1 유동의 지배 방정식

본 연구에서 사용한 지배 방정식은 보존형태(Conservative Form)의 축대칭 Navier-Stokes 방정식이다. 여기에서는 무차원화를 위해 대기압 상태의 값인 음속 a_∞ , 밀도 ρ_∞ , 점성계수 μ_∞ 를 사용하고, x, y 는 단위길이 L 로 무차원화 한다.

$$\rho^* = \frac{\rho}{\rho_\infty} \quad u^* = \frac{u}{a_\infty} \quad v^* = \frac{v}{a_\infty} \quad e_t^* = \frac{e_t}{a_\infty^2} \quad x^* = \frac{x}{L} \quad y^* = \frac{y}{L} \quad (1)$$

그리고 도입된 무차원 계수들은 다음과 같다.

$$\text{Reynolds number ; } Re = \frac{\rho_\infty a_\infty L}{\mu_\infty}$$

$$\text{Mach number ; } M_\infty = \frac{u_\infty}{a_\infty} \quad (2)$$

$$\text{Prandtl number ; } Pr = \frac{\mu C_p}{\kappa}$$

이와같은 무차원 변수를 이용해서 원래의 방정식을 무차원화하고 표기의 편의상 상첨자 *를 생략하면 최종적으로 다음과 같은 무차원화된 Navier-Stokes 방정식이 나온다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + H = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} + H_v \right) \quad (3)$$

위의 식에서 표시된 Flux항은 아래와 같다.

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e_t \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ (\rho e_t + P)u \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + P \\ (\rho e_t + P)v \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$E_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} - q_x \end{bmatrix} \quad F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} - q_y \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} \rho v/y \\ \rho uv/y \\ \rho v^2/y \\ \rho e_t v/y \end{bmatrix}$$

위의 식에서 e_t 는 총에너지, τ 는 전단응력항, q 는 열전달량이며, γ 는 비열비이다. 한편, 점성계수 μ 는 Sutherland의 법칙으로 부터 산정한다. 위의 지배방정식을 임의의 형상에 대해서도 적용이 가능하도록 일반좌표계(Generalized Coordinate System)로 변환하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \hat{H} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial \hat{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}_v}{\partial \eta} + \hat{H}_v \right) \quad (5)$$

여기에서

$$\begin{aligned} \bar{Q} &= \frac{Q}{J} & \bar{E} &= \frac{(\xi_x E - \xi_y F)}{J} & \bar{F} &= \frac{(\eta_x E + \eta_y F)}{J} \\ \bar{E}_v &= \frac{(\xi_x E_v - \xi_y F_v)}{J} & \bar{F}_v &= \frac{(\eta_x E_v + \eta_y F_v)}{J} & \bar{H} &= \frac{H}{J} & \bar{H}_v &= \frac{H_v}{J} \end{aligned} \quad (6)$$

2.2 해석 기법

먼저 가스 유동에 대해 생각하자. 지배방정식인 식 (3)의 Navier-Stokes 방정식을 시간에 대해서 Euler 내재기법(Implicit scheme)으로 차분하면 다음과 같다.

$$\frac{\Delta \bar{Q}}{\Delta t} + \frac{\partial \bar{E}^{n+1}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{F}^{n+1}}{\partial \eta} + \bar{H}^{n+1} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial \bar{E}_v^{n+1}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{F}_v^{n+1}}{\partial \eta} + \bar{H}_v^{n+1} \right) \quad (7)$$

(n+1) 시간에서의 유량벡터 및 촉대칭벡터는 다음과 같이 선형화 시킨다.

$$\begin{aligned} \bar{E}^{n+1} &= \bar{E}^n + \left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial \bar{Q}} \right) \Delta \bar{Q} = \bar{E}^n + \bar{A} \Delta \bar{Q} \\ \bar{H}^{n+1} &= \bar{H}^n + \left(\frac{\partial \bar{H}}{\partial \bar{Q}} \right) \Delta \bar{Q} = \bar{H}^n + \bar{M} \Delta \bar{Q} \end{aligned} \quad (8)$$

\bar{F}^{n+1} , \bar{E}_v^{n+1} , \bar{F}_v^{n+1} , \bar{H}_v^{n+1} 등도 이와같이 선형화 시키기 위해 다음의 변환행렬을 도입한다.

$$\left(\frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{Q}} \right) = \bar{B}, \quad \left(\frac{\partial \bar{E}_v}{\partial \bar{Q}} \right) = \bar{A}_v, \quad \left(\frac{\partial \bar{F}_v}{\partial \bar{Q}} \right) = \bar{B}_v, \quad \left(\frac{\partial \bar{H}_v}{\partial \bar{Q}} \right) = \bar{M}_v \quad (9)$$

여기서 \bar{A} , \bar{B} , \bar{M} , \bar{A}_v , \bar{B}_v , \bar{H}_v 의 자세한 형태는 Hoffman이 보인 것과 같다. 위의 식들을 식 (5)에 대입한 후 공간 차분항을 유한차분 연산자 D로 표현하고 정리하면

$$\left[I + \Delta t (D_\xi \bar{A} + D_\eta \bar{B} + \bar{M} - \frac{1}{Re} (D_\xi \bar{A}_v + D_\eta \bar{B}_v + \bar{M}_v)) \right] = -\Delta t \cdot RHS \quad (10)$$

이고, 여기서

$$RHS = D_\xi \bar{E}^n + D_\eta \bar{F}^n + \bar{H}^n - \frac{1}{Re} (D_\xi \bar{E}_v^n + D_\eta \bar{F}_v^n + \bar{M}_v^n) \quad (11)$$

이다. 식 (10)은 5개의 대각요소로 구성되는 블록행렬이 된다. 블록행렬의 역변환을 용이하게 하려면 근사인자화(Approximate factorization)방법이 도입되어야 한다. 본 연구에서는 블록행렬을 하단 삼각행렬과 상단 삼각행렬로 분해하여 계산하는 LU근사인자화 기법을 사용하였다. 이를 위해 우선 식 (10)의 좌변에 포함된 비점성 유량행렬을 특성값(Eigenvalue)의 부호에 따라 다음과 같이 분리한다.

$$\begin{aligned} \bar{A} &= A^+ + A^-, \quad A^\pm = S_\xi \Lambda_\xi^\pm S_\xi^{-1} \\ \bar{B} &= B^+ + B^-, \quad B^\pm = S_\eta \Lambda_\eta^\pm S_\eta^{-1} \end{aligned} \quad (12)$$

위의 식에서 Λ_ξ , Λ_η 는 특성벡터(Eigenvector)로서, '+'는 특성값이 양, '-'는 특성값이 음임을 나타내며 각행렬의 자세한 표현식은 Shuen[4]이 사용한 것과 같다. LU인자근사화를 위한 내재부분(식 (10)의 좌변)의 행렬 분리는 Steger-Warming[5] 형태를 사용하였다. RHS의 비점성 유속 벡터 및 유량 벡터에 대해서는 Van Leer 분리법과 MUSCL(Monotone Upstream Scheme for Conservation Laws) TVD 방법[6]을 적용하였다. 그리고 RHS의 점성 유속벡터

의 공간 차분은 중앙차분으로 처리한다. 최종적으로 ΔQ^n 을 구하고 $Q^{n+1} = Q^n + \Delta Q^n$ 의 관계식으로 부터 (n+1) 시간에서의 유동변수의 값을 구한다. 이같은 과정을 반복하여 변화량 ΔQ 의 값이 충분히 작아져 정상상태의 값에 도달하였을 때 계산을 종료한다.

3. 계산결과 및 검토

3.1 계산 모델

본 연구에서는 Issac[3]의 실험에서 사용된 모델을 취하여 계산에 사용하였다. 이 가스 분무기의 노즐은 면적의 변화가 작아 1차원 근사가 가능하며 출구 조건은 실험에 의해 주어진다. 이때 그 기하학적 형상 및 경계조건은 Fig. 1에 나타나 있다. 여기에서 용탕의 출구 안지름 $D_i = 1.4\text{mm}$, 용탕 출구 바깥 지름 $D_o = 1.8\text{mm}$, 가스 노즐 출구 바깥 지름 $D_j = 11\text{mm}$ 이고, 용탕 돌출 길이 $PTL = 0\text{mm}$ 이다. 축의 중심선에서는 대칭 조건, 벽면에서는 점착 조건, 원방경계에서는 CVBC(Characteristic variable boundary condition)[7]를 사용하였다(Fig. 1). 입구에서는 Issac의 실험에서 구해진 값을 사용하였는데, $Ma = 1.5$, $T_o = 300\text{K}$, 분무실 내부 온도 $T_\infty = 273\text{K}$ 이다. Fig. 2에 나타나 있듯이 계산을 위해 분무기 축 방향으로 35mm 영역을, 반경 방향으로는 12mm 영역에 대해 99x75개의 격자를 사용하였다.

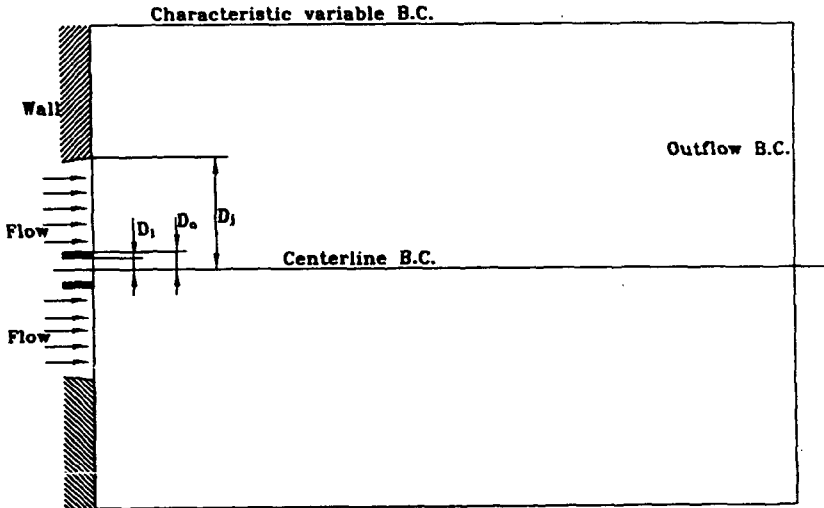


Fig. 1 Geometry and boundary conditions of Issac's gas atomizer

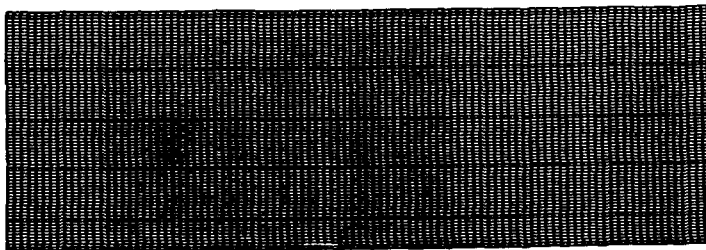


Fig. 2 Computational grid

3.2 계산결과 및 검토

먼저 본 연구에서 사용한 수치 방법의 타당성을 검토하기 위해 노즐 정체압 $P_0 = 0.448$ MPa인 경우에 대해 계산을 수행하고, 이를 Issac의 실험 결과와 비교하였다. 이 경우 압력비 $P_j / P_\infty = 1.2$, 즉 과소 팽창제트에 해당된다. 이때 1차원 등엔트로피 관계식에 의해 $T_j / T_\infty = 0.758$ 이며, $\rho_j / \rho_\infty = 1.583$ 이 된다. Fig. 3은 Issac의 Schlieren 사진과 본 연구의 등밀도선을 비교한 것으로서 충격파의 구조가 잘 일치하고 있다. 그리고 Fig. 4는 등압력 선도를 그린것으로서 과소팽창제트의 유동에서 흔히 보여지는 구조이다. Fig. 5는 분무기 중심축을 따른 압력 분포를 도시한 것으로, 축을 따라서 팽창과 압축이 반복되고 있음을 알 수 있다.

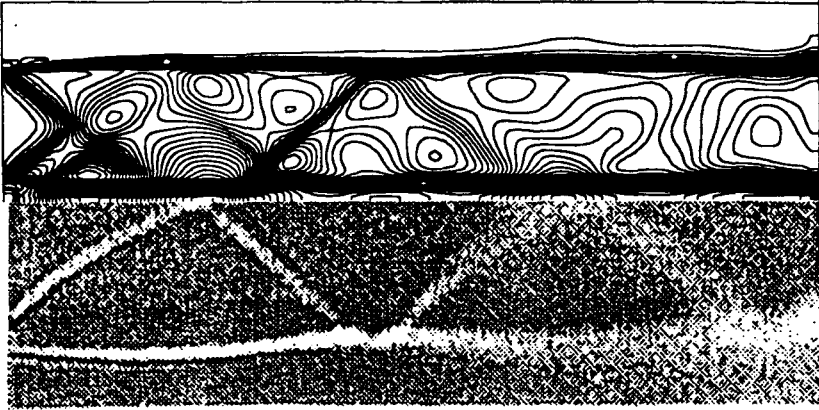


Fig. 3 Comparison between Schlieren photograph(Lower) and Computed isopycnic contours(Upper).

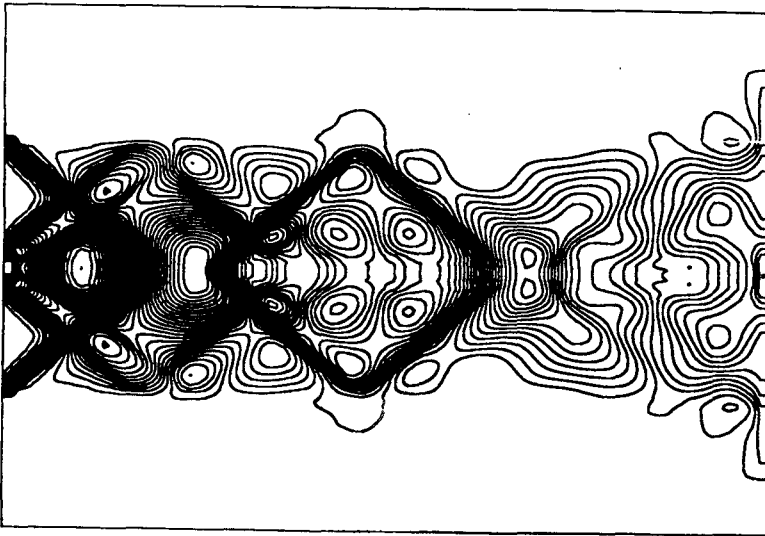


Fig. 4 Pressure contours

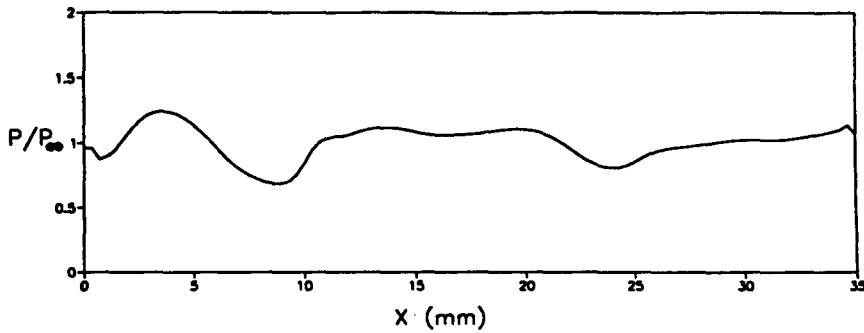


Fig. 5 Pressure distribution along centerline

4. 결 론

본 연구에서는 급속 응고과정을 통해 양질의 금속을 성형하기 위한 가스 분무기 주위의 압축성 유동장을 해석하기 위한 수치적 해석 방법을 제시하였다. 이 방법은 LU 근사 인자화를 위해서 Steger-Warming 형태를 사용하였으며, 비점성 유속벡터는 MUSCL type의 TVD 방법을 사용하였다. 수치적 방법의 정확성을 검증하기 위해 Issac의 실험 결과와 비교한 결과, 물리적 특성이나 경향이 매우 잘 일치하고 있음을 알 수 있었다.

후 기

이 논문은 1996년도 한국과학재단의 핵심전문연구(과제번호 : 961-1006-046-1) 결과의 일부이다.

참고문헌

- [1] A. Ünal, 'Effect of processing variables on particle size in gas atomization of rapidly solidified aluminium powders,' *Material Science and Technology*, Vol. 4, pp. 102 (1987)
- [2] I.E. Anderson and R.S. Fagliola, 'Observations of gas atomization process dynamics,' *Proc. of Int'l Powder Metallurgy Conference*, pp. 205 (1989)
- [3] K. Issac, A. Missom, J. Drallmeier and A. Johnston, 'Atomization experiments in a coaxial coflowing Mach 1.5 flow,' *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 8, pp.1640 (1994)
- [4] J.S. Shuen, 'Upwind differencing and LU factorization for chemical nonequilibrium Navier-Stokes equations,' *J. of Computational Physics*, Vol. 99, No. 10, pp. 233-250 (1992)
- [5] J.L. Steger and R.F. Warming, 'Flux vector splitting of the inviscid gasdynamics equations with application to finite difference methods,' *NASA TM-78605* (1979).
- [6] B. Van Leer, 'Towards the ultimate conservative difference scheme. II. Monotonicity and conservation combined in a second order scheme,' *J. of Computational Physics*. Vol. 14, pp. 361-370 (1974)
- [7] D.L. Whitelaw and J.M. Janus, 'Three-dimensional unsteady Euler equations solution using flux vector splitting,' *AIAA Paper 84-1552* (1984)