

# 가변구조 시스템을 위한 신경회로망 학습 알고리즘

조정호\*, 이동욱, 김영태  
 동국대학교 전기공학과

## Neural Network Learning Algorithm for Variable Structure System

Jeong-Ho Cho\*, Dong-Wook Lee, and Young T. Kim  
 Department of Electrical Engineering, Dongguk University

### Abstract

In this paper, a new control strategy is presented that combines sliding mode control theory with a neural network. Sliding mode control theory requires the complete knowledge of the dynamics of the controlled system. However, in practice, one often has only a small number of state measurements. This could be a serious limitation on the practical usefulness of sliding mode control theory. A multilayer neural network is employed to solve this kind of problem. The neural network serves as a compensator without a prior knowledge about the system. The proposed control algorithm is applied to a class of uncertain nonlinear system. The robustness against parameter uncertainty, nonlinearity and external disturbances, and the effectiveness is verified by the simulation results.

### 1. 서 론

가변 구조 제어(Variable Structure Control : VSC)는 기존의 전통적인 제어이론들과는 달리 과도 기간 중에 제어 시스템의 구조를 상태변수의 값에 따라 스위칭 논리에 의해 의도적으로 가변시켜 줌으로써 일반 자동제어 분야에서는 서로 상충관계에 있는 응답의 정밀성과 속응성을 동시에 개선할 수 있는 방법이다.<sup>[1][2]</sup> 이 방법은 상태벡터가 상태공간에서 정의되는 스위칭 초평면(Switching Hyperplane)을 따라 슬라이딩 모드라는 특이한 동태가 발생하며 이 슬라이딩 모드에 있는 제어대상은 파라미터의 변동이나 외란에 영향을 받지 않는다. 그러나 가변구조제어는 몇 가지 중요한 단점으로 인하여 실질적인 응용범위가 제한되고 있으며 그 중 하나가 제어 입력의 결정을 위해서 정확한 수학적 모델을 알아야 하기 때문이다. 이에 반해 신경회로망은 입력층의 비선형 함수 관계를 학습에 의해 표현할 수 있고 본질적으로 병렬처리가 가능한 구조와 일반화 특성을 가지므로 비선형 시스템을 제어하는데 사용할 경우 기존의 제어방법에서의 한계를 극복할 수 있다. 또한, 신경회로망은 학습을 통하여 비선형 시스템의 동특성을 근사화 할 수 있다.<sup>[3][4]</sup> 따라서, 본 논문에서는 미지 시스템의 가변구조제어 문제에 대한 해결 방안으로써 신경회로망이 지니는 기본적인 특성, 예를 들면 모델링이 불가능하거나 시변성 또는 비선형성 등으로 해석적인 접근이 어려운 시스템에 대하여 제어를 설계할 수 있는 특성 및 외란, 파라미터 변화에 대한 건실성과 가변 구조 제어기의 속응성 등의 특성을 동시에 얻을 수 있는 제어 알고리즘을 제안한다. 그리고, 이를 불확실 계통에 적용하여 파라미터 변화 및 외란에 대한 건실성과 안정된 제어특성을 갖는지를 모의실험을 통해 검증한다.

### II. 가변 구조 제어

가변 구조 제어기는 일반적으로 다음의 두 단계에 의하여 설계된다.<sup>[1][2]</sup>

- 슬라이딩 평면의 설계
- 시스템의 상태 벡터가 슬라이딩 평면상에 위치하도록 하는 제어 입력 결정

### 1. 슬라이딩 평면의 설계

상태벡터의 불확실성과 외란이 존재하지 않을 경우 식(1)로 표현되는 선형시스템을 고려한다.<sup>[1]</sup>

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

여기서  $x \in R^n$ ,  $u \in R^m$ ,  $A \in R^{n \times n}$ ,  $B \in R^{n \times m}$  이다. 그리고, 슬라이딩 평면을 식(2)와 같이 정의한다.

$$s(x) = Cx$$

$$s(x) = [s_1(x) \ s_2(x) \ \dots \ s_m(x)] \quad (2)$$

$$C = [c_1^T \ c_2^T \ \dots \ c_m^T]$$

계통이 슬라이딩 모드 상태에 있다는 것은 상태벡터  $x_0$ 가  $s(x)$ 상에 위치하고,  $t_0$ 이 모든 시간에 대해서도  $x(t)$ 가  $s(x)$ 위에 존재하는 것을 의미한다. 식(1)의 계통이 식(2)로 표현되는 슬라이딩 평면상에서 슬라이딩 모드를 일으키기 위한 조건은 다음 식(3)과 같다.

$$s(x) = 0, \dot{s}(x) = 0 \quad \forall t \geq t_0 \quad (3)$$

식(1), (2), (3)으로부터  $\dot{s}(x)$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\dot{s}(x) = C\dot{x} = C(Ax + Bu) = 0 \quad (4)$$

식(4)에서 구해지는 제어입력  $u$ 를 등가제어입력  $u_{eq}$ 라고 정의한다.

$$u_{eq} = -(CB)^{-1}CAx, \det(CB) \neq 0 \quad (5)$$

### 2. 제어 입력 구성

제어입력을 구성하는 방법으로는 여러 가지 방식이 제안되고 있으나 본 논문에서는 Lyapunov 함수를 이용한 방식을 기술한다. 식(2)로 표시되는 슬라이딩 평면의 방정식을 이용하여 슬라이딩 모드의 존재조건을 구하기 위해 식(6)과 같은 Lyapunov 함수  $V(s)$ 를 정의한다.

$$V(s) \triangleq \frac{1}{2} s^T s \quad (6)$$

식(1)의 계통에 초기치에 상관없이 슬라이딩 모드 발생을 보장하기 위해서는, Lyapunov 함수의 일차 도함수 값이 음이 됨을 요구하면 된다. 위 조건이 만족하도록 하기 위한 제어 입력을 결정하기 위해 다음 식(7)과 같은 제어 입력  $u$ 를 정의한다.

$$u = u_{eq} + u_D \quad (7)$$

여기서  $u_{eq}$ 는 등가 제어 입력이고  $u_D$ 는 불연속적인 가변 제어 입력이다. 상태 궤적의 진행 방향이 슬라이딩 평면을 향하게 하는 불연속식 가변 제어 입력은 식(8)과 같으며, 가변구조 제어

기의 블록선도는 그림1과 같다.

$$u_D = \begin{cases} u_D^+ & \text{if } s(x) > 0 \\ u_D^- & \text{if } s(x) < 0 \end{cases} \quad (8)$$

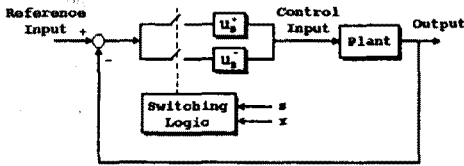


그림1. 가변 구조 제어기의 블록선도

### III. 신경회로망을 이용한 슬라이딩 모드 제어

가변구조 시스템을 기반으로 한 신경망 제어 알고리즘을 제안한다. 신경회로망을 이용한 가변구조 제어기의 실제과정은 다음과 같다.

위상 평면에서 설계자가 원하는 제어 규격을 나타내는 슬라이딩 평면을 설계한 뒤 시스템의 위상평면 궤적을 설정된 슬라이딩 평면에 도달시키고 슬라이딩 평면을 따라 슬라이딩 운동을 하며 원하는 최종 상태에 이르도록 하는 제어입력을 결정하게 된다. 먼저 식(1)과 같은 2차 시스템에 대하여 슬라이딩 평면식  $c_1 > 0, c_2 > 0$  조건을 만족하도록 식(9)와 같이 두변수의 선형 결합으로 정의한다.

$$s(x) = c_1 x_1 + c_2 x_2 \quad (9)$$

그리고, 식(10)과 같이 제어입력을 연속 등가 제어입력( $u_c$ )과 불연속 가변 제어입력( $u_d$ )의 합으로 정의하며 제터링을 억제할 목적으로 식(11)의 포화함수를 사용하여 구성한다.

$$u_p = u_c - u_d - \nu \cdot \text{sat}(s(x)) \quad (10)$$

$$\text{sat}(s(x)) = \frac{s(x)}{|s(x)| + \delta} \quad (11)$$

불연속 가변 제어입력( $u_d$ )은 식(12)로 구성하였고 식(12)에서  $\text{sgn}(s(x))$ 는 식(13)과 같이 정의되는 함수이다.

$$u_d = \nu \cdot |e_p| \cdot \text{sgn}(s(x)) \quad (12)$$

$$\text{sgn}(s(x)) = \begin{cases} 1 & s(x) > 0 \\ -1 & s(x) < 0 \end{cases} \quad (13)$$

여기서,  $\nu$ 는 시스템 입력에 적합하도록 한 scaling factor 이다. 실제로 연속 등가 제어입력( $u_c$ )을 구하기 위해서는 플랜트의 수학적 모델이 필요하다. 수학적 모델이 주어진 경우에도 실제의 시스템과 수학적 모델 사이에 오차가 크다면 정확한 등가 제어입력을 구할 수 없게 된다. 따라서, BP학습 알고리즘을 적용하는 다층 신경회로망을 이용하여 연속 등가 제어입력을 구성하였으며 신경회로망을 이용한 슬라이딩 모드 제어 시스템의 블록 선도는 그림2와 같다.

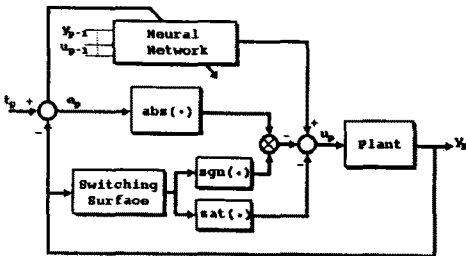


그림2. 신경회로망을 이용한 슬라이딩 모드 제어 시스템의 블록선도.

신경회로망 학습 알고리즘은 다음과 같다. 신경회로망 입력으로는 시스템 입력값과 주어진 입력값에 대

하여 얻게되는 시스템 출력값 그리고, 이 값들의 지연값으로 이루어지는 고차항을 이용하였다. 그러므로, 신경회로망내의 자유도를 늘려주어 보다 효과적인 학습결과를 얻을 수 있다. 먼저 신경회로망의 연결강도를 초기화 시켜 주는데 일반적으로 임의의 작은 값으로 -1에서 1사이의 랜덤한 값으로 설정한다. 다음으로 입력값을 신경회로망에 인가하여 실제의 출력값을 계산하게 된다. 이때 출력층 뉴런의 총 입력값은 식(14)와 같고 이 입력값에 대한 출력값의 계산은 식(15)와 같으며 식(15)는 연속 등가 제어 입력( $u_c$ )의 역할을 수행한다.

$$\text{net}_{\mu k} = \sum_j w_{kj} \cdot o_{\mu j} \quad (14)$$

$$u_c = o_{\mu k} = f(\text{net}_{\mu k}) = \frac{1 - \exp(-\text{net}_{\mu k})}{1 + \exp(-\text{net}_{\mu k})} \quad (15)$$

식(15)에서 활성화함수  $f(\cdot)$ 는 미분 가능한 준선형함수인 Bipolar Sigmoid Function이다. 일단 출력값이 결정되면 바뀐 출력값과 실제의 출력값 사이의 오차를 구하여 그 오차를 감소시키는 방향으로 연결강도를 조절하는데, 이때 연결강도의 변화를 유발하는 오차함수는 신경회로망의 출력( $o_{\mu k}$ )이 아닌 플랜트의 출력으로부터 유도되며, 연결강도의 조절 학습은 출력층에서 시작하여 입력층으로 역전파 하면서 시행된다. 바람직한 출력값( $t_{\mu k}$ )과 플랜트 출력값( $y_p$ ) 사이의 오차함수를 식(16)과 같이 정의하면

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_k e_p^2 = \frac{1}{2} \sum_k (t_{\mu k} - y_p)^2 \quad (16)$$

학습의 목표는 모든 입력패턴으로부터 얻어지는 플랜트 출력과 목표출력과의 오차의 제곱의 총합을 최소로 하도록 연결강도를 조정하는 것이다. 따라서 연결강도의 변화량은 식(17)과 같이 계산된다.

$$\Delta w_{kj} = - \frac{\partial E_p}{\partial w_{kj}} = - \frac{\partial E_p}{\partial \text{net}_{\mu k}} \cdot o_{\mu j} \quad (17)$$

다음에서  $\delta_{\mu k}$ 를 식(18)로 정의한다.

$$\delta_{\mu k} = - \frac{\partial E_p}{\partial \text{net}_{\mu k}} = - \frac{\partial y_p}{\partial u_p} \cdot \frac{\partial E_p}{\partial y_p} \cdot f'(\text{net}_{\mu k}) \quad (18)$$

식(18)에서  $\partial y_p / \partial u_p$ 는 플랜트의 동특성을 알 수 없기 때문에 정확한 계산을 수행하기가 어렵다. 이러한 문제점을 극복하기 위해서 Psaltis et al. 은 식(19)와 같은 미분 근사화 식을 제시하였다.

$$\frac{\partial y_{\mu k}}{\partial u_{\mu k}} \approx \frac{y_{\mu k}(t) - y_{\mu k}(t-1)}{u_{\mu k}(t) - u_{\mu k}(t-1)} \quad (19)$$

하지만, 식(19)와 같은 근사화 식의 사용은 플랜트의 관성이 클 때나 외란이 인가될 때 회로망을 훈련시킬때 있어서 모호성을 유발시킬 수 있다. 따라서,  $\partial y_p / \partial u_p$ : Saerens et al. 이 제안한 바와 같이 식(19)의 부호 값만을 이용하여 식(18)은 식(20)과 같이 근사화 되고 식(17)은 식(21)과 같이 표시된다.

$$\delta_{\mu k} \approx \text{sgn}\left(\frac{\partial y_p}{\partial u_p}\right) \cdot e_p \cdot f'(\text{net}_{\mu k}) \quad (20)$$

$$\Delta w_{kj} = \delta_{\mu k} \cdot o_{\mu j} \quad (21)$$

그러므로,  $E_p$ 가 감소되기 위해서는 연결강도의 조절은 식(22)와 같이 이루어져야 한다.

$$w_{kj}(\text{new}) = w_{kj}(\text{old}) + \eta \cdot \Delta w_{kj}(\text{new}) \quad (22)$$

### IV. 모의실험 및 결과

본 연구에서 제안한 제어 알고리즘의 효율성을 입증하고자 다음의 단진자에 대하여 컴퓨터 모의실험을 수행하였다. 연속등가 제어 입력을 구성한 신경회로망의 구조는 다음과 같다.

입력층의 뉴런수 : 5개, 첫 번째 은닉층의 뉴런수 : 30개, 두 번째 은닉층의 뉴런수 : 30개, 출력층의 뉴런수 : 1개  
그림3과 같이 지지점의 수평 가속의 형태에서 질량  $m$ , 제어 모멘트  $mlu(t)$ , 외란  $v(t)$ ,  $|v| \leq 1$ , 상수인 길이  $l$ 의 단진자를 고려한다. 수직선으로부터 단진자의 각 변위를  $\theta$ 라 하면 유

동방정식은 식(23)과 같다.

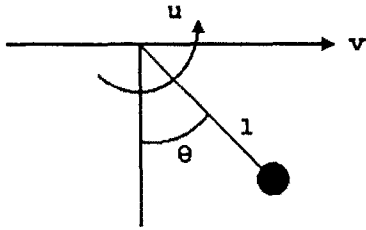


그림3. 단진자.

$$m\ddot{\theta} = -mg\sin\theta + ml\ddot{u}(t) - mv(t)\cos\theta(t) \quad (23)$$

단,  $a = g/l = \text{상수} > 0$  이다.

모의실험에 사용된 단진자의 파라미터는 다음과 같다.

$$a = 1, \quad l = 1, \quad v(t) = \cos(t)$$

단진자의 초기위치는  $\pi/2[\text{rad}]$ 이며 슬라이딩 라인을 따라 원하는 위치인 평형점에 도달하도록 하였다. 제안된 제어기는 파라미터의 변화 및 그림8과 같은 외란이 존재하는 경우에도 강한 특성을 가지고 있음을 그림4-8의 결과를 통해 알 수 있다.

### V. 결론

본 연구에서는 가변구조 시스템을 기반으로 하여 전형적인 가변구조 제어의 특성인 슬라이딩 모드에서의 파라미터의 변화 및 외란에 대한 견실성, 그리고 속응성과 신경회로망이 갖는 불확실한 모델에 대한 제어 가능성의 특성을 동시에 얻을 수 있는 제어 알고리즘을 제시하였다. 가변구조 제어에 의한 제어를 구성하는데 있어서 수반되는 플랜트의 정확한 수학적 모델화 문제에 대한 해결 방안으로 역전과 학습 알고리즘을 적용하는 다중 신경회로망이 사용되었다. 모의실험을 통해 얻은 결과로부터 제안된 알고리즘은 파라미터의 변화 및 외란에 대한 견실성과 안정된 제어특성을 가지고 있음을 알 수 있었다. 기존의 비선형 제어를 수행하기 위해 노력하였던 수학적 모델링 및 선형화에서 오는 불확실성들은 해결되어 질 것으로 기대되며 이 라인해 제어를 용이하게 수행할 수 있을 것이며 또한, 미지의 시스템을 견실하고 안정되게 제어할 수 있을 것으로 판단된다. 따라서, 본 연구에서 얻어진 기초자료들은 해석적 접근이 어려운 비선형 시스템을 제어하는데 매우 유용하게 쓰여질 것으로 사료된다.

본 연구는 한국전력공사의 지원에 의하여 기초전력공학공동연구소 주관으로 수행되었음

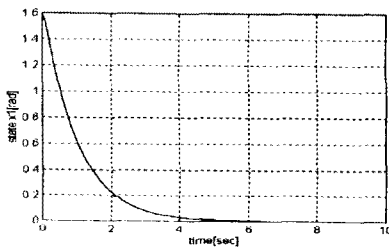


그림4. 상태궤적  $x_1$ .

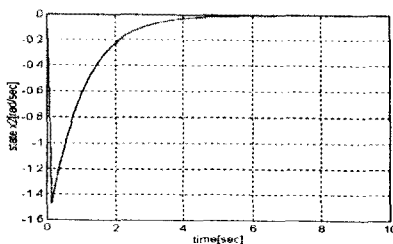


그림5. 상태궤적  $x_2$ .

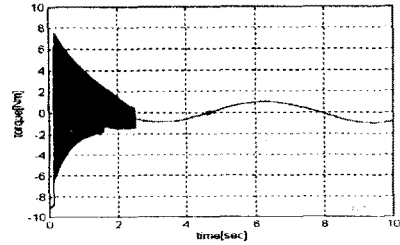


그림6. 제어입력  $u_p$ .

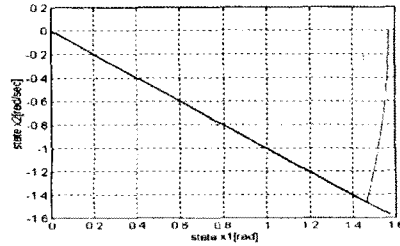


그림7. 위상 궤적  $x_1$  vs.  $x_2$ .

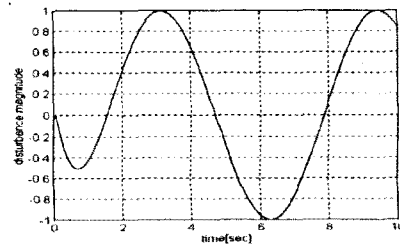


그림8. 시스템에 인가된 외란.

### Reference

- [1] J. Y. Hung, W. Gao, and J. C. Hung, "Variable Structure Control : A Survey," *IEEE Trans. on Indust. Electr.*, vol.40, no.1, pp.2-22, 1993.
- [2] Vadim I. Utkin, "Variable Structure System with Sliding Modes," *IEEE Trans. on Auto. Contr.*, vol.AC-22, no.2, pp.212-222, 1977.
- [3] R. A. DeCarlo, S. H. Zak, and G. P. Matthews, "Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable Systems : A Tutorial," *Proc. of IEEE*, vol.76, no.3, pp.212-232, 1988.
- [4] W. Gao and J. C. Hung, "Variable Structure Control of Nonlinear Systems : A New Approach," *IEEE Trans. on Indust. Electr.*, vol.40, no.1, pp.45-55, 1993.
- [5] T. Fukuda and T. Shibata, "Theory and Application of Neural Networks for Industrial Control Systems," *IEEE Trans. on Indust. Electr.*, vol.39, no.6, pp.472-489, 1992.
- [6] K. J. Hunt, D. Sbarbaro, R. Zbikowski, and P. F. Gawthrop, "Neural Networks for Control Systems - A Survey," *Automatica*, vol.28, no.6, pp.1083-1112, 1992.
- [7] Y. Zhang, P. Sen, and G. E. Hearn, "An On-Line Trained Adaptive Neural Controller," *IEEE Control Systems Magazine*, pp.67-75, Oct.1995.
- [8] A. M. N. Lima, J. H. F. Cavalcanti, and G. S. Deep, "On-Line Training of Adaptive Neural Network Controllers," *Proc. of IECON*, pp.1392-1395, 1994.
- [9] D. Psaltis, A. Sideris, and A. A. Yamamura, "A Multilayered Neural Network Controller," *IEEE Control Systems Magazine*, pp.17-21, Apr.1988.
- [10] M. Saerens and A. Soquet, "A Neural Controller," *Proc. of First IEE Int. Conf. on Neural Networks*, London, pp.211-215, Oct.1989.