

## 수화력 협조 문제에서의 $\lambda$ - $\gamma$ 반복법의 개선

박시우\* 추진부 이경재 김성학  
한국전력공사 전력연구원

### Improving $\lambda$ - $\gamma$ Iteration Method for Hydrothermal Coordination Problem

Si-Woo Park\* Jin-Boo Choo Kyoung-Jae Lee Sung-Hak Kim  
Korea Electric Power Corporation

#### Abstract

In conventional hydrothermal coordination problem, the lambda-gamma iteration method is generally used for generation schedule. The procedure of classical lambda-gamma iteration method consists of 3 main loops and it is very complex. Therefore, it needs many iterative calculations. This paper proposes an advanced hydrothermal algorithm based on newly developed lambda-gamma iteration method. As lambda calculation loop is removed in the newly developed iteration method, iterative calculations are reduced and whole procedure is simplified. The proposed algorithm is verified on simple system.

#### 1. 서론

전력계통에서 수화력협조문제란 발전계획의 한 분야로서 화력기와 수력기의 발전량을 적절히 배분하여 화력기의 발전비용을 최소화하는 최적화 문제이다. 대표적인 수화력협조문제의 최적화 산법으로는  $\lambda$ - $\gamma$  반복법[1]이 있으나, 전체 루틴이 3개의 루프로 구성되어 최종 근사해를 구하기까지 많은 반복계산을 수행하여야 하는 단점이 있다. 본 논문에서는 기존의 수화력협조문제에서 새롭게  $\lambda$ 와  $\gamma$ 의 관계식을 유도하여 기존의  $\lambda$ - $\gamma$  반복법의  $\lambda$  반복 계산 루틴을 삭제함으로써 전체 계산 루프 수를 감소시켜, 수화력 협조 계획을 고속화할 수 있는 알고리즘을 제시하였다. 본 알고리즘의 실제용 적용 가능성을 검토하기 위하여 간단한 샘플 계통에 적용하여 검증하였다.

#### 2. $\lambda$ - $\gamma$ 반복법의 정식화

##### 2.1 등가화력기의 입출력 계수 선정

다수의 화력기를 한대의 화력기로 등가화하는 방법으로는 다수의 발전기 개개의 입출력 데이터로부터 최소자승법(least square method)에 의해 계수를 선정하는 방법[1]이 있으나, 최소자승법은 방법상 역행렬을 계산해야 하는 부담이 있고 또한, 고찰기간 동안의 화력기들은 예방정비계획에 따라 투입되는 것

수가 달라지기 때문에 매 시간 등가화력기의 입출력 계수를 계산해야 하는 단점이 있다. 본 연구에서는 최소자승법 대신 발전기 입출력 곡선이 2차식이라는 가정하에 미분한 입출력 특성식을 직선의 방정식을 이용하여 계수를 선정하고 매 시간 등가화력기의 입출력 곡선 계수를 구하는 것은 비효율적이므로 주간 단위의 예방정비계획에 따라 투입가능한 모든 발전기들을 대상으로 등가화력기의 입출력 곡선 계수를 선정한다. 다음, 그 기간 동안 전 시간대에 사용한다. 보통, 일반적으로 사용되는 발전기의 입출력 특성식은 식(1)과 같은 2차식으로 구성된다.

$$F(P) = aP^2 + bP + c \quad (1)$$

그러므로, 미분한 등가 화력발전기의 증분연료비는 식(2)와 같다.

$$F(P)' = 2aP + b = \lambda \quad (2)$$

각각의 화력기 발전력 제약조건으로 부터 두 점 ( $\lambda_{\min}, \sum P_{\min}$ )과 ( $\lambda_{\max}, \sum P_{\max}$ )를 대입하여 계수 a, b를 계산하면 다음과 같다.

$$a = \frac{1}{2} \frac{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}{\sum P_{\max} - \sum P_{\min}}$$

$$b = \lambda_{\min} - 2a \sum P_{\min} \quad (3)$$

$$= \lambda_{\min} - \frac{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}{\sum P_{\max} - \sum P_{\min}} \sum P_{\min}$$

##### 2.2 개선된 $\lambda$ - $\gamma$ 반복법

수화력협조문제에서 고찰구간에 각 발전기의 발전량과 수급조건, 사용수량 제약조건 관계는 다음 그림 1과 같이 표현할 수 있다.

	1	2	3	..	i	..	T
등가화력기	$P_{a,1}$	$P_{a,2}$	$P_{a,3}$	..	$P_{a,i}$	..	$P_{a,T}$
수력기#1	$P_{H1,1}$	$P_{H1,2}$	$P_{H1,3}$	..	$P_{H1,i}$	..	$P_{H1,T}$
수력기#2	$P_{H2,1}$	$P_{H2,2}$	$P_{H2,3}$	..	$P_{H2,i}$	..	$P_{H2,T}$
..	..	..	..	..	..	..	..
수력기#k	$P_{Hk,1}$	$P_{Hk,2}$	$P_{Hk,3}$	..	$P_{Hk,i}$	..	$P_{Hk,T}$
..	..	..	..	..	..	..	..
수력기#N	$P_{HN,1}$	$P_{HN,2}$	$P_{HN,3}$	..	$P_{HN,i}$	..	$P_{HN,T}$
부하	$D_1$	$D_2$	$D_3$	..	$D_i$	..	$D_T$

그림 1. 수급계획문제의 도해적 표현  
Fig 1. Diagrammatic expression of hydrothermal problem

여기서,  $P_{s,i}$  는  $i$ 번째 시간대의 화력발전기 출력,  $P_{hk,i}$  는  $i$ 번째 시간대의  $k$ 번째 수력기 출력,  $D_i$  는  $i$ 번째 시간대의 부하,  $W_{TOT}$  는 고찰기간대 전체 수력기 사용수량이다. 수화력협조문제의 제약조건에 따라 각각  $\lambda_i - \gamma$ ,  $W - \gamma$ 의 관계식을 유도할 수 있다.

i) 전력수급 제약조건 ( $D_i = P_{s,i} + \sum_{k=1}^N P_{hk,i}$ )

임의의  $i$ 번째 시간에서 등가 화력기의 입출력 특성식과,  $k$ 번째 수력기의 입출력 특성식을 식(4),(5)와 같이 가정하고 식(6)의 협조방정식(coordination equation)에 대입하여  $\lambda_i$ 를 계산하면,  $\lambda_i$ 는  $P_{s,i}$ 와  $P_{hk,i}$ 의 함수이다.

$$F_{s,i}(P_{s,i}) = AP_{s,i}^2 + BP_{s,i} + C \quad (4)$$

$$Q_{hk,i}(P_{hk,i}) = a_k P_{hk,i}^2 + b_k P_{hk,i} + c_k \quad (5)$$

$$\frac{\partial F_{s,i}}{\partial P_{s,i}} = \lambda_i \quad (6)$$

$$\gamma \frac{\partial Q_{hk,i}}{\partial P_{hk,i}} = \lambda_i$$

단,  $\lambda_i$  :  $i$ 번째 시간대 등증분 연료비

$\gamma$  : 증분수단가

식(6)으로부터 계산된  $P_{s,i}$ 와  $P_{hk,i}$ 를 시간대별 전력 수급조건식에 대입하여  $\lambda_i - \gamma$ 의 관계식을 식(7)과 같이 유도할 수 있다.

$$\lambda_i = \frac{2D_i + \frac{B}{A} + \sum_{k=1}^N \frac{b_k}{a_k}}{\frac{1}{A} + \frac{1}{\gamma} \sum_{k=1}^N \frac{1}{a_k}} \quad (7)$$

ii) 사용수량 제약조건 ( $W_{TOT} = \sum_{i=1}^T \sum_{k=1}^N Q_{hk,i}$ )

일반적으로 사용수량은 각각의 수력기 별로 주어지나, 본 알고리즘에서는 고찰기간대 모든 수력기의 사용수량을 합하여 제약조건으로 사용한다. 이에 따라 발전기 각각의 사용수량이 불일치 할 수도 있으나, 계산과정에서 각 수력기의 시간별 사용수량 제약조건이 고려되므로 큰 오차는 방지할 수 있다. 먼저,  $i$ 번째 시간대  $k$ 번째 수력기의 사용수량  $Q_{hk,i}$ 에  $P_{s,i}$ ,  $P_{hk,i}$ 와 식(7)을 대입하여 유도한 식(8)을 사용수량 제약조건에 대입하여  $W_{TOT} - \gamma$ 의 관계식(9)를 유도할 수 있다.

$$Q_{hk,i} = \frac{1}{4a_k} \left( \frac{2D_i + \frac{B}{A} + \sum_{k=1}^N \frac{b_k}{a_k}}{\frac{1}{A} + \frac{1}{\gamma} \sum_{k=1}^N \frac{1}{a_k}} \right)^2 - \frac{b_k^2}{4a_k} + c_k \quad (8)$$

$$W_{TOT} = \sum_{i=1}^T \left[ \frac{1}{4} \left( \frac{2D_i + \frac{B}{A} + \sum_{k=1}^N \frac{b_k}{a_k}}{\frac{1}{A} + \frac{1}{\gamma} \sum_{k=1}^N \frac{1}{a_k}} \right)^2 - \frac{b_k^2}{4a_k} + \sum_{k=1}^N c_k \right] \quad (9)$$

결과식(9)로부터 제약조건에 binding, non-binding[3] 여부에 따라  $\gamma$ 를 대수적 또는 해석적으로 계산할 수 있다. 즉, 시간별 각각의 수력기 사용수량 제약조건이 non-binding 되는 경우, 계산상제의 되는 수력기가 없으므로 전 고찰기간대 계수의 합이 일정

하게 되어 근의 공식으로  $\gamma$ 를 대수적으로 계산할 수 있지만, binding 되는 경우, 계산 과정상 제외되는 수력기가 존재하게 되어 대수적으로 식의 전개가 불가능해지므로 수치적인 방법을 사용하여 해를 구하게 된다. 본 연구에서는 이 점에 착안하여 최초 계산시에는 모든 제약조건이 만족한다는 가정하에 초기값을 대수적으로 구한 후, 매 사용수량 제약조건을 검사하여 앞서 구한 초기해를 시작으로 Newton-Raphson 수치해석법[2]을 이용하여 최적해를 계산하였다.

### 3. 수화력 협조 알고리즘

수화력 협조 문제는  $N$ 대의 수력기와  $M$ 대의 화력기를 1대로 등가화한 등가화력기를 대상으로 최적의 발전량을 산정하여 화력기의 발전비용을 최소화 시키는 문제로, 전체적인 수화력협조 알고리즘은  $M$ 대의 화력기를 1대로 등가화하는 알고리즘과 본 연구에서 제시한 수화력협조 알고리즘으로 구성된다. 본 논문에서 제안한 알고리즘의 간략한 순서도는 그림 2과 같다.

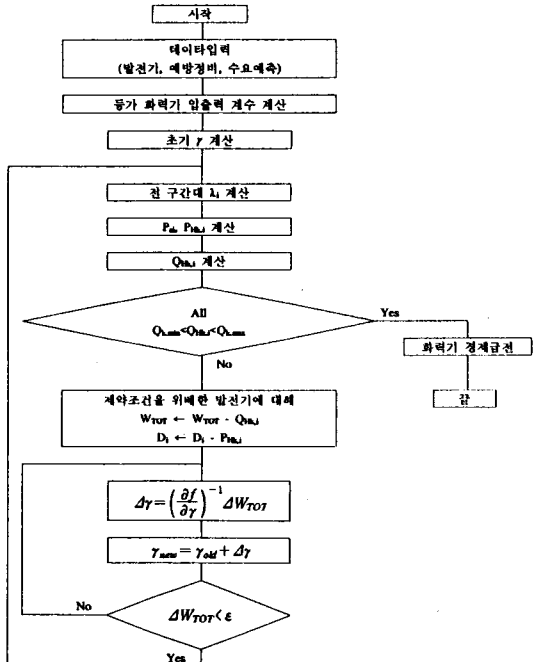


그림 2. 제안된 알고리즘의 순서도  
Fig 2. Flowchart of proposed algorithm

### 4. 사례연구

알고리즘의 검증은 위하여 다음과 같은 간단한 계통에 대하여 시뮬레이션을 수행하였다.

① 화력기 1대, 수력기 1대 주간단위(168H) 수화력협조

수력기가 1대인 경우, 임의의 시간대 수력기가 사용수량 제약조건을 위해하는 경우에 그 시간대 전체가 계산과정에서 제외되므로 Newton-Raphson 반복계산 무프가 불필요하게 되어 binding

되는 경우라도 근의 공식에 의해서  $\gamma$ 가 계산가능하다. 수렴후, 전체 계산 횟수는 3회이며 최종결과는 다음 그림 3과 같다.

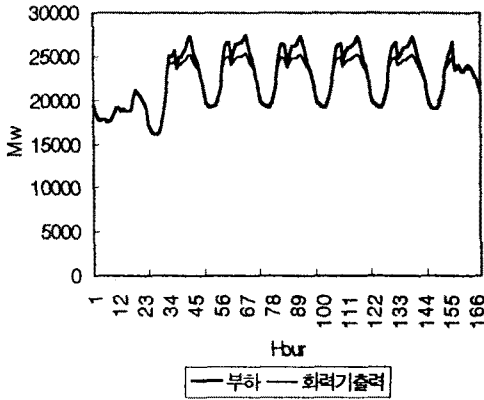


그림 3. 사례 1의 수화력 협조 결과  
Fig. 3. Result of hydrothermal coordination for Case 1

㉔ 화력이 10대, 수력이 3대 일단위(24H) 수화력협조

다음 사례는 화력이 10대를 한대의 화력기로 등가화한 후, 3대의 수력과 수화력협조를 수행하였다. 기존의  $\lambda-\gamma$  반복법의 경우, 계산과정 내부에  $\lambda$ 를 반복계산하는 과정이 포함되어 제안 방법의 경우보다 많은 반복계산을 수행하여야 하지만, 본 알고리즘의 경우는 오차를  $10^{-3}$ 으로 했을 때 반복계산 횟수는 4회이고 회당 Newton-Raphson 계산횟수는 2~3회 수행되었다. 결과로부터 일반적으로 침두부하부터 수력이 차감되리라 예상되나, 최저 사용수량 제약조건과 수력기 입출력 곡선의 2차계수의 영향에 따라 고찰기간 전체에서 수력기 출력이 발생함을 알 수 있다.

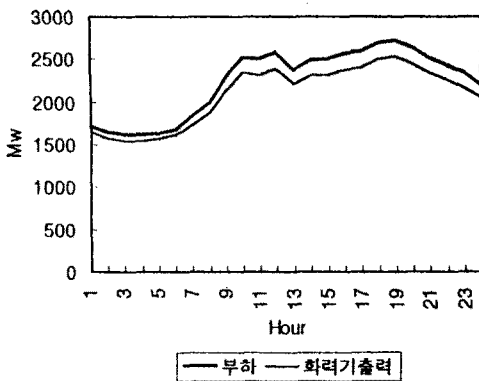


그림 4. 사례 2의 수화력 협조 결과  
Fig. 4. Result of hydrothermal coordination for Case 2

5. 결론

본 논문에서는 기존 수화력협조문제의  $\lambda-\gamma$  반복법을 개선하고자  $\lambda-\gamma$ 의 관계를 대수적인 수식으로 유도함으로써 수화력협조문제 해법의 새로운 시각을 제시하였으며 기존 방법의 전체 계산 루틴을 감소시켜 고속의 계산결과를 얻을 수 있는 방법을 제시하였다. 간단한 샘플 계통의 사례연구를 통하여 제안된 알고리즘을 검증 하였으며 그 효율성을 입증하였다.

6. 참고문헌

- [1] Allen J. Wood and Bruce F. Wollenberg, "Power Generation, Operation and Control", John Wiley & Sons, Inc, pp189-209, pp160-165, 1984
- [2] S. Nakamura, "Applied Numerical Methods in C", Prentice-Hall International Editions, pp76-80, 1993
- [3] Leons S. Lasdon, "Optimization Theory for Large Systems", The MacMillan Company, pp1-102, 1970
- [4] 安在承, 金成學, 黃甲珠, "다양한 발전원 계통에서의 발전기 협조에 관한 연구", 電氣學會論文誌 第43卷 第5號, pp739-746, 1994