

조속기의 CUT-OFF 특성을 반영한 에너지 함수 유도 및 응용

문영현, 김형준*, 류현수, 조병훈, 김세호*
연세대, 제주대*

The Derivation and Application of Energy Function Reflecting the Governor Cut-off Property

Young-Hyun Moon, Hyung-Jun Kim, Hun-Su Ryu, Byung-Hoon Cho, Se-Ho Kim*
Yonsei Univ., Cheju Univ. *

Abstract - This paper presents a energy function to reflect the control effect of speed governor which has a cut-off property which means position and rate limit. The proposed energy function satisfies the semi-negativeness of its time derivative and well reflects the parameters of speed governor to the energy function. The transient stability analysis by the direct method for the single machine infinite bus system has been conducted with the use of the proposed energy function, which shows that the results by the direct method well agree with that by the conventional time simulation method. This thesis shows a possibility of more accurate stability analysis by taking into account the cut-off property of speed governor's output.

1. 서론

산업 혁명이후로 오늘날까지 급속한 산업 기술의 발달이 이루어졌고 기계 문명의 혜택으로 사람들의 생활 수준이 향상되어왔다. 이에 전력의 수요가 급증하게 되었으며, 양질의 전력을 안정적으로 수용가에 공급할 수 있도록 하는 안정도에 관한 관심이 증가하고 있다. 전력계통의 안정도 해석에 있어서 Lyapunov 직접법은 시간 모의법에 비교해서 시간을 굉장히 단축시킬 수 있으며 비선형 계통에 대하여 명확한 안정도 판정을 내릴 수 있는 장점이 있다.[1] 그러나 아직까지 조속기의 제어 효과를 반영할 수 있는 Lyapunov 함수를 구하는 효과적인 방법이 없기에 이를 보완하려는 노력이 계속되어 왔다. [2][3] 조속기에는 물리적인 이유로 인하여 어느 이상 또는 어느 이하 출력을 내보낼 수 없는 position limit이나 steam flow를 조절하는 속도 즉, rate limit을 말한다. 실제로 시간 모의법에서는 이러한 조속기의 특성을 반영하여 시행되고 있다. 그러므로 정확한 Lyapunov 직접법을 위해서는 조속기의 제어효과 뿐 아니라 조속기의 cut-off 특성을 모두 고려하여야 할 것이다.

본 논문에서는 1계 조속기 모델에 대해서 조속기의 제어효과와 cut-off를 고려한 에너지 함수를 구성하여 이를 가지고 과도 안정도 해석을 수행하였다. 또한 조속기의 제어 효과만을 고려한 에너지 함수를 동일한 조건에서 적용한 결과 조속기의 cut-off 특성이 반영되면 이 함수는 Lyapunov 함수가 될 수 있음을 보임으로써 제시된 에너지 함수의 타당성을 보였다. 또한 유도한 에너지 함수로부터 시간 모의법에 의한 결과를 비교함으로써 유도한 에너지 함수에 의한 직접법이 신뢰할 수 있는 안정도 해석을 수행할 수 있음을 보이고자 한다.

2. 에너지 함수 유도 및 과도 안정도 해석

본 장에서는 EMM에 의해 구해진 계통 에너지[4]를 이용하여 조속기의 제어효과와 cut-off 특성을 반영한 에너지함수를 유도

하고자 한다. 조속기의 cut-off 특성을 반영시키기 위해서는 P_m 이 rate limit과 position limit에 걸릴 때와 그렇지 않을 때로 나누어서 적분항을 분석함으로써 가능하다. 또한 유도된 에너지 함수로부터 Lyapunov 직접법에 의한 과도 안정도 해석방법을 제시하고자 한다.

조속기 모델을 포함한 발전기 제어 모델은 다음 그림 2.1과 같다.

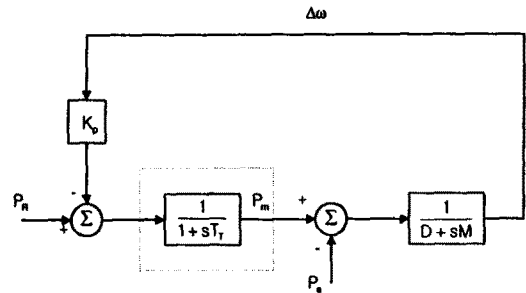


그림 2.1 조속기 제어 시스템 블록도
Fig. 2.1 Block diagram of speed governor control system

그런데, 실제의 조속기 출력인 P_m 은 그림 2.2와 같이 P_m 에 관련된 position limit과 P_m 에 관련된 rate limit의 특성이 있다.

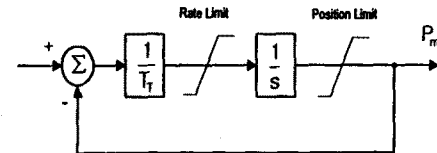


그림 2.2 조속기의 cut-off 특성
Fig. 2.2 cut-off property of speed governor

EMM에 의해 제시한 1기 무한대 시스템의 에너지는 다음과 같다.

$$W = \frac{1}{2} M \Delta\omega^2 - \frac{EV}{X_1} (\cos\delta - \cos\delta_0) - \int_{\alpha(t_0)}^{\alpha(t)} P_m d\delta + \int_{t_0}^t D \Delta\omega^2 dt$$

$$= 0 \tag{2.1}$$

이중에서 조속기와 관련된 항은 $\int_{\alpha(t_0)}^{\alpha(t)} P_m d\delta$ 이며 이러한 경로 의존 적분을 분석함으로써 조속기의 cut-off 특성을 반영하는 에너지 함수를 유도해 낼 수 있다.

조속기의 제어효과만을 반영하려면 기계출력 P_m 이 rate limit
이나 position limit에 걸리지 않으므로 그림 2.2에서의 1계 조속
기 모델에서 P_m 에 대한 상태 방정식을 구할 수 있다.

$$T_T \dot{P}_m = -P_m - K_P \Delta \omega + P_R \quad (2.2)$$

여기서 $\dot{P}_m = \Delta \dot{P}_m$ 이고 $\Delta P_m = P_m - P_R$ 이므로 식 (2.2)은
다음과 같이 쓸 수 있다.

$$T_T \Delta \dot{P}_m = -\Delta P_m - K_P \Delta \omega \quad (2.3)$$

$\int_{\delta(t_0)}^{\delta(t)} P_m d\delta$ 이며 이는 $\int_{t_0}^t \Delta P_m \Delta \omega dt$ 와 같이 표현이 가능하다.

여기에 식 (2.3)을 $\Delta \omega$ 에 대해 정리한 후 대입하면

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t \Delta P_m \Delta \omega dt &= \int_{t_0}^t \Delta P_m \left(-\frac{1}{K_P} \right) (\Delta \dot{P}_m + K_P \Delta \omega) dt \\ &= -\frac{T_T}{2 K_P} \Delta P_m^2 - \frac{1}{K_P} \int_{t_0}^t \Delta P_m^2 dt \quad (2.4) \end{aligned}$$

식 (2.4)를 식 (2.1)에 대입하여 에너지 함수를 끌어낼 수 있다.

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} M \Delta \omega^2 - \frac{EV}{X_t} (\cos \delta - \cos \delta_0) - P_R \Delta \delta + \frac{T_T}{2 K_P} \Delta P_m^2 \\ &= -\int_{t_0}^t D \Delta \omega^2 dt - \frac{1}{K_P} \int_{t_0}^t \Delta P_m^2 dt \quad (2.5) \end{aligned}$$

식 (2.5)의 에너지 함수는 항상 시간 미분이 음이되게 되어 있
으나 이 함수에는 cut-off 특성이 반영되지 않았기 때문에 P_m 이
rate limit이나 position limit에 걸리게 되면 식 (2.2)가 성립하지
않으므로 이 에너지 함수식 또한 성립하지 않게 된다.

조속기의 cut-off 특성을 반영하기 위해 다음과 같이 정의하기
로 한다.

$$\begin{aligned} \Delta \dot{P}_m &= \Delta \dot{P}_{m, \max} \quad , \Delta \dot{P}_m > \Delta \dot{P}_{m, \max} \\ &\Delta \dot{P}_{m, \min} \quad , \Delta \dot{P}_m < \Delta \dot{P}_{m, \min} \\ &-\frac{1}{T_T} (\Delta P_m + K_P \Delta \omega) \quad , \text{elsewhere} \quad (2.6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta P_m &= \Delta P_{m, \max} \quad , \Delta P_m > \Delta P_{m, \max} \\ &\Delta P_{m, \min} \quad , \Delta P_m < \Delta P_{m, \min} \\ &-K_P \Delta \omega - T_T \Delta \dot{P}_m \quad , \text{elsewhere} \quad (2.7) \end{aligned}$$

그러면 이제 몇 가지 단계별로 P_m 의 경로 의존 적분항을 분석
하여 에너지 함수를 유도하겠다.

< scenario 1 > 그림 2.3와 같이 minimum rate limit에 걸린 경우
구간 $t_0 \sim t_1$ 는 다음과 같이 나누어진다.

$$t_0 \sim t_1 : \Delta \dot{P}_m = -\frac{1}{T_T} (\Delta P_m + K_P \Delta \omega) \quad (2.8)$$

$$t_1 \sim t : \Delta \dot{P}_m = \Delta \dot{P}_{m, \min} \quad (2.9)$$

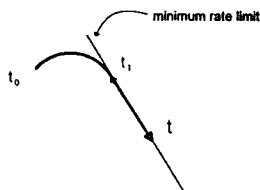


그림 2.3 scenario 1에 따른
 P_m 의 자취

Fig. 2.3 trace of P_m
according to scenario 1

$$\int_{\delta(t_0)}^{\delta(t)} \Delta P_m d\delta = \int_{t_0}^{t_1} \Delta P_m \Delta \omega dt + \int_{\delta(t_1)}^{\delta(t)} \Delta P_m d\delta \quad (2.10)$$

식 (2.10)의 우변의 첫 번째 항은 식 (2.8)을 대입하면 식 (2.5)에
서처럼 다음과 같이 표현된다.

$$\int_{t_0}^{t_1} \Delta P_m \Delta \omega dt = -\frac{T_T}{2 K_P} \Delta P_m(t_1)^2 - \frac{1}{K_P} \int_{t_0}^{t_1} \Delta P_m^2 dt \quad (2.11)$$

식(2.10)의 우변의 두 번째 항은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \int_{\delta(t_1)}^{\delta(t)} \Delta P_m d\delta &= \Delta P_m \delta \Big|_{t_1}^t - \int_{t_1}^t \Delta \dot{P}_m dt \\ &= \Delta P_m \delta \Big|_{t_1}^t - \Delta \dot{P}_{m, \min} \int_{t_1}^t dt \quad (2.12) \end{aligned}$$

1기 무한대 모션에서 swing equation에서 $|\delta| \ll 1$ 이므로
 $\sin \delta$ 를 δ 로 근사화시켜 정리하면

$$\delta \approx \frac{1}{P_{\max}} (P_m - M \dot{\delta} - D \delta)$$

윗 식을 t_1 에서 t 까지 시간 적분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^t \delta dt &\approx \frac{1}{P_{\max}} \int_{t_1}^t P_m dt - \left[\frac{1}{P_{\max}} (M \Delta \omega + D \delta) \right]_{t_1}^t \\ &= \frac{1}{P_{\max}} \left(\frac{P_m^2 - P_m(t_1)^2}{2 \dot{P}_{m, \min}} - (M \Delta \omega + D \delta) \Big|_{t_1}^t \right) \\ &= \frac{1}{P_{\max}} \left[\frac{P_m^2}{2 \dot{P}_{m, \min}} - M \Delta \omega - D \delta \right]_{t_1}^t \quad (2.13) \end{aligned}$$

식 (2.13)을 식 (2.12)에 대입하면

$$\begin{aligned} \int_{\delta(t_1)}^{\delta(t)} \Delta P_m d\delta &= \Delta P_m \delta \Big|_{t_1}^t - \Delta \dot{P}_{m, \min} \int_{t_1}^t dt \\ &= \left[\Delta P_m \delta - \frac{P_m^2}{2 P_{\max}} + \frac{\Delta \dot{P}_{m, \min}}{P_{\max}} (M \Delta \omega + D \delta) \right]_{t_1}^t \\ &\quad (\text{where, } \Delta \dot{P}_{m, \min} = \dot{P}_{m, \min}) \quad (2.14) \end{aligned}$$

식(2.11)와 식(2.14)을 식(2.10)에 대입하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \int_{\delta(t_0)}^{\delta(t)} \Delta P_m d\delta &= \int_{t_0}^{t_1} \Delta P_m \Delta \omega dt + \int_{\delta(t_1)}^{\delta(t)} \Delta P_m d\delta \\ &= -\frac{T_T}{2 K_P} \Delta P_m(t_1)^2 - \frac{1}{K_P} \int_{t_0}^{t_1} \Delta P_m^2 dt \\ &\quad + \left[\Delta P_m \delta - \frac{P_m^2}{2 P_{\max}} + \frac{\Delta \dot{P}_{m, \min}}{P_{\max}} (M \Delta \omega + D \delta) \right]_{t_1}^t \quad (2.15) \end{aligned}$$

식(2.15)를 계통 에너지 식(2.1)에 대입하면 다음과 같은 에너지
함수 E' 을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} E' &= \frac{1}{2} M \Delta \omega^2 - \frac{EV}{X_t} (\cos \delta - \cos \delta_0) - P_R \Delta \delta \\ &\quad + \frac{T_T}{2 K_P} \Delta P_m(t_1)^2 \\ &\quad - \left[\Delta P_m \delta - \frac{P_m^2}{2 P_{\max}} + \frac{\Delta \dot{P}_{m, \min}}{P_{\max}} (M \Delta \omega + D \delta) \right]_{t_1}^t \\ &= -\int_{t_0}^{t_1} D \Delta \omega^2 dt - \frac{1}{K_P} \int_{t_0}^{t_1} \Delta P_m^2 dt \quad (2.16) \end{aligned}$$

rate limit을 고려하지 않은 에너지 함수 식 (2.5)와의 비교를 위
해서 식 (2.16)에 다음의 식 (2.20)을 더하여 에너지 함수 E 를 유
도해낸다.

$$\begin{aligned} -\frac{1}{K_P} \int_{t_0}^{t_1} \Delta P_m^2 dt &= -\frac{1}{K_P \Delta \dot{P}_{m, \min}} \int_{t_0}^{t_1} \Delta P_m^2 d\Delta P_m \\ &= -\frac{\Delta P_m^3}{3 K_P \Delta \dot{P}_{m, \min}} \Big|_{t_0}^{t_1} \quad (2.20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} M \Delta \omega^2 - \frac{EV}{X_t} (\cos \delta - \cos \delta_0) - P_R \Delta \delta \\ &\quad + \frac{T_T}{2 K_P} \Delta P_m(t_1)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &- \left[\Delta P_m \delta - \frac{P_m^2}{2 P_{\max}} + \frac{\Delta \dot{P}_{m, \min}}{P_{\max}} (M \Delta \omega + D \delta) + \frac{\Delta P_m^3}{3 K_P \Delta \dot{P}_{m, \min}} \right]_{t_1}^t \\ &= -\int_{t_0}^{t_1} D \Delta \omega^2 dt - \frac{1}{K_P} \int_{t_0}^{t_1} \Delta P_m^2 dt - \frac{1}{K_P} \int_{t_1}^t \Delta P_m^2 dt \\ &= -\int_{t_0}^{t_1} D \Delta \omega^2 dt - \frac{1}{K_P} \int_{t_0}^t \Delta P_m^2 dt \quad (2.21) \end{aligned}$$

(scenario 2) 그림 2.4와 같이 maximum position limit에 걸린 경우 구간 $t_0 \sim t_1$ 는 다음과 같이 나누어진다.

$$t_0 \sim t_1 : \Delta \dot{P}_m = -\frac{1}{T_T}(\Delta P_m + K_P \Delta \omega) \quad (2.22)$$

$$t_1 \sim t : \Delta \dot{P}_m = 0, \Delta P_m = \Delta P_{m,max} \quad (2.23)$$

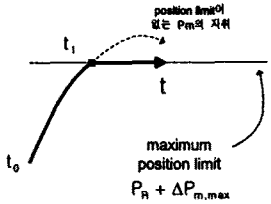


그림 2.4 scenario 4에 따른 P_m 의 자취

Fig. 2.4 trace of P_m according to scenario 4

$$\int_{\delta(t_0)}^{\delta(t)} \Delta P_m d\delta = \int_{t_0}^{t_1} \Delta P_m \Delta \omega dt + \int_{\delta(t_1)}^{\delta(t)} \Delta P_m d\delta \quad (2.24)$$

식(2.23)의 우변의 첫 번째 항은 식(2.2)으로부터 다음과 같다.

$$\int_{t_0}^{t_1} \Delta P_m \Delta \omega dt = -\frac{T_T}{2K_P} \Delta P_m(t_1)^2 - \frac{1}{K_P} \int_{t_0}^{t_1} \Delta P_m^2 dt \quad (2.25)$$

식(2.23)의 우변의 두 번째 항은 $\Delta P_m = \Delta P_{m,max}$ 이므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\int_{\delta(t_1)}^{\delta(t)} \Delta P_m d\delta = \Delta P_{m,max} \int_{\delta(t_1)}^{\delta(t)} d\delta = \Delta P_{m,max} \delta \Big|_{\delta(t_1)}^{\delta(t)} \quad (2.26)$$

그러므로 식(2.25)과 식(2.26)을 식(2.24)에 대입하면

$$\begin{aligned} \int_{\delta(t_0)}^{\delta(t)} \Delta P_m d\delta &= \int_{t_0}^{t_1} \Delta P_m \Delta \omega dt + \int_{\delta(t_1)}^{\delta(t)} \Delta P_m d\delta \\ &= \left[-\frac{T_T}{2K_P} \Delta P_m^2 \right]_{t_0}^{t_1} - \frac{1}{K_P} \int_{t_0}^{t_1} \Delta P_m^2 dt + [\Delta P_{m,max} \delta]_{\delta(t_1)}^{\delta(t)} \end{aligned} \quad (2.27)$$

1기 무한대 계통의 전체 에너지의 식 (2.1)에 식 (2.27)을 대입하고 정리하면 에너지 함수를 끌어낼 수 있다.

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} M \Delta \omega^2 - \frac{EV}{X_t} (\cos \delta - \cos \delta_0) - P_R \Delta \delta \\ &\quad + \left[-\frac{T_T}{2K_P} \Delta P_m^2 \right]_{t_0}^{t_1} - [\Delta P_{m,max} \delta]_{\delta(t_1)}^{\delta(t)} \\ &= -\int_{t_0}^{t_1} D \Delta \omega^2 dt - \frac{1}{K_P} \int_{t_0}^{t_1} \Delta P_m^2 dt \end{aligned}$$

이와 같은 방법으로 maximum rate limit이나 minimum position limit에 걸린 경우도 에너지 함수를 유도할 수 있다.

3. 적용사례 및 결과

다음의 그림3.1과 같은 1기 무한대 모선 계통에 대하여 제시한 에너지 함수를 적용하여 보았다.

시뮬레이션을 하기 위해 쓰여진 1기 무한대 모선 계통과 조속기 제어 모델의 파라미터들의 값은 다음과 같다.

$$H=4, D=0.001, X_d=0.2, X_{p0}=0.08, P_m+jQ_m=0.8+j0.75, T_T=0.2, \Delta \dot{P}_{m,max}=3, \Delta \dot{P}_{m,min}=-4.5, \Delta P_{m,max}=0.2, \Delta P_{m,min}=-0.8$$

실험을 위해 계통의 P모선에서 3상 단락 사고가 발생하였다가 일정시간 경과 후 고장이 제거되는 경우를 가정하였다.고장 발생전 계통의 정상 상태를 구하기 위해 조류 계산을 수행하여 아래 표 3.1에 결과를 나타냈다.

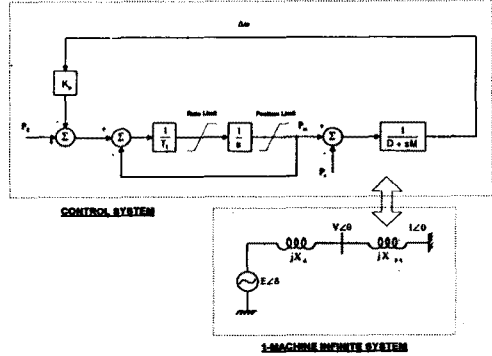


그림 3.1 1기 무한대 모선 계통도와 조속기 제어 모델

Fig. 3.1 Diagram of 1-machine infinite bus system and control system with speed governor

표 3.1 정상 상태시 계통의 상태 변수

Table 3.2 State variable in steady state

$E \angle \delta$	$V \angle \theta$	ω	P_m
1.2068 \angle 0.1867	1.055 \angle 0.06067	376.991	0.800

$R=0.017$ 일때 조속기의 제어효과만을 고려한 에너지 함수와 cut-off 특성을 같이 고려한 에너지 함수를 고장제거 시간을 0.15초로 하여 나타내보면 다음과 같다.

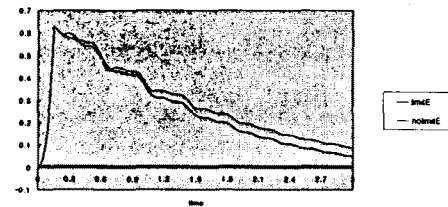


그림 3.2 $R=0.017$ 일 때 Energy 비교

Fig. 3.2 Energy comparison when $R=0.017$

limitE의 time derivative가 항상 음의 값을 가지는데 비해 조속기의 제어 효과만을 고려한 에너지 함수(nomlimE)의 시간 미분은 양이 되는 구간이 존재함을 볼 수 있다. 이는 Lyapunov 함수의 조건을 위배하는 것으로써 안정도 판정을 위한 에너지 함수로 부적합하다. 그러므로 Lyapunov 직접법으로 전력 계통의 안정도를 판정하고자 할 때에는 반드시 조속기의 제어효과뿐만 아니라 cut-off 특성도 함께 고려한 에너지 함수를 사용해야 함을 알 수 있다.

계통의 평형점을 계산하면 그 중 하나는 안정평형점이고 나머지 점들 중 가장 낮은 에너지를 갖는 점을 불안정 평형점이다. 표 3.2는 이 점들의 계산 결과이다.

표 3.2 계통의 평형점 계산 결과

Table 3.2 Results of calculation of equilibrium points of system

변수	E	δ	ω	P_m	Energy
평형점					
SEP	1.2068	0.1867	376.991	0.800	0.00000
UEP	1.2068	2.9549	376.991	0.800	6.25565

□ Lyapunov 직접법에 의한 안정도 판정

고장 제거 시간 t_c 를 0.15초로 하였을 때는 고장 제거 시간에서의 에너지가 불안정 평형점에서의 에너지보다 작기 때문에 계통이 안정하며 t_c 를 0.4초 하였을 때는 t_c 에서의 에너지가 E(UEP)보다 크므로 불안정함을 알 수가 있다.

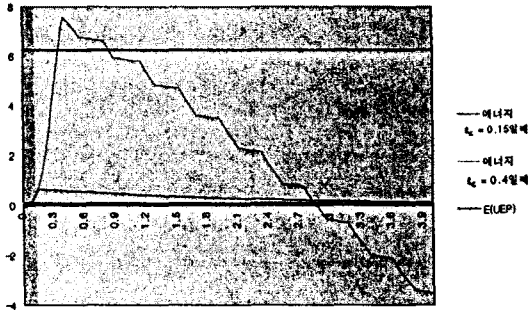


그림 3.3 t_c 변화에 따른 에너지 함수 및 E(UEP)

Fig. 3.3 Energy function according to t_c and E(UEP)

□ 시간 모의 실험법에 의한 안정도 판정

고장 제거 시간 t_c 를 0.15초로 하였을 때 시간 모의법에 의한 상태변수들은 그림 3.4에 나타나 있으며 고장 제거 시간이 지난 후에 상태변수들이 원래 위치로 수렴함으로써 계통이 안정하다. t_c 를 0.4초로 하였을 때 상태변수들은 그림 3.5과 같으며 고장 제거 시간이 지난 후에 상태변수들이 발산하거나 또는 원하는 동작점에서 벗어나기 때문에 계통이 불안정함을 알 수 있다

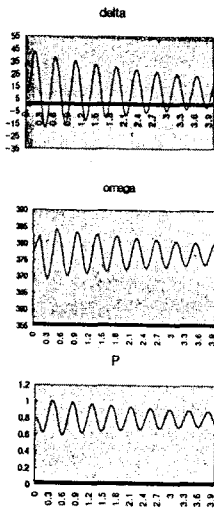


그림 3.4 $t_c=0.15$ 일 때 시간 모의 법에 의한 계통의 상태변수들
Fig. 3.4 System state variables by time simulation when $t_c=0.15$ s

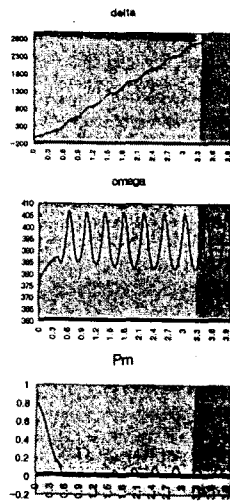


그림 3.5 $t_c=0.4$ 일 때 시간 모의법에 의한 계통의 상태변수들
Fig. 3.5 System state variables by time simulation when $t_c=0.4$ s

4. 결론

본 논문에서는 전력계통의 동가역학모델(EMM)에 기초한 계통의 전체 에너지에 포함되어 있는 조속기 출력의 경로 의존 적분항을 분석하여 rate limit과 position limit을 가지는 조속기의 cut-off 특성을 반영한 에너지 함수를 유도하였다.

조속기의 제어효과만을 고려한 기존의 에너지 함수와 제시한 에너지 함수를 동일한 조건하에서 수행한 결과, 제안한 에너지 함수만이 Lyapunov 함수의 조건을 만족하여 안정도 해석에 쓰일 수 있음을 밝혔다. 유도된 함수를 가지고 Lyapunov 직접법을 수행하여 주어진 모델에 대하여 안정도 판정을 한 후 시간 모의법의 안정도 판정과 비교하여 제시한 에너지 함수를 이용한 안정도 판정이 신뢰성 있는 결과임을 확인하였다. 조속기의 cut-off 특성을 고려한 에너지 함수가 계통을 보다 정확히 표현함을 알 수 있었다.

Reference

[1] A.A.Fouad, V. Vittal, Y-X.Ni, et al., "Direct Transient Stabilit Assessment with Excitation Control", IEEE Trans. on PWS, Vol.4, No.1, Feb. 1989, pp 75-82
 [2] Miyaagi,H., and A. R. Bergen, "Stability Studies of Multimachine Power Systems with Effects of Automatic Voltage Regulators", IEEE Trans. Automatic control, Vol. AC-31, No.3, March 1986, pp.210-215
 [3] Y.H.Moon, T.H.Roh, E.H.Lee, "Temptive Lyapunov Direct Method to Reflect Speed Governor Effects", IASTED
 [4] 문영현, 김백의, "전력계통의 종합적인 안정도 해석 (최종보고서)", 한국 과학재단, 1994