

3차원 등가자기회로망을 이용한 PMLSM의 특성해석

황동윤^o, 허 진, 윤상백, 현동석
 한양대학교 전기공학과

Analysis of PMLSM using 3 Dimensional Equivalent Magnetic Circuit Network

D.Y. Hwang, J. Hur, S.B. Yoon, and D.S. Hyun
 Dept. of Electric Eng. Hanyang Univ.

Abstract - This paper analyzes characteristics of PMLSM using 3 dimensional equivalent magnetic circuit network method (3-D EMC). PMLSM of which the effective electric-airgap is not only very large, but also the width is finite width lateral edges has much leakage flux. Therefore, 2-D analysis method cannot consider it so carefully that 3-D analysis method must required. 3-D EMC which will be used for analysis of PMLSM performs modeling of it including slot and teeth structure, uses the magnetic motive force of stator winding and permanent magnet as source, and calculates magnetic flux density and force considering nonlinear characteristics of materials. We verified analysis validity by comparing simulation results with experimental results.

1. 서론

최근들어 고속지상 운송수단으로서 뿐만아니라 고층 빌딩용 고속엘리베이터, 경전철의 추진시스템으로 이용되고 있는 PMLSM은 회전형 동기기와 마찬가지로 다상 전기자 권선과 영구자석에 의한 제여자를 하게 된다. 이러한 PMLSM은 그 횡방향의 길이가 유한하고, 영구자석을 포함한 실질적인 유효공극이 크다. 따라서, 횡방향의 누설자속이 상당히 존재하게 된다. 그러므로 횡방향으로 일정하다고 가정하고 해석하는 2차원적 해석방법으로는 이를 고려할수 없게되어, 정확한 해석을 할 수 없게되므로 3차원적 해석방법이 요구된다[2].

3차원문제에 있어서, 유한요소법과 같은 수치해석에 의한 계산은 정확히 해석모델을 설정할 수 있고, 정량적으로 정확한 계산이 가능하나, 요소분할과 같은 선처리 작업 등의 어려움뿐만아니라 많은 요소절점수로 인한 행렬연산이 방대해 지는 단점이 있다. 이러한 문제점을 보완하면서도 간단하고, 정확한 계산이 가능한 방법이 등가자기회로망법이다[1].

그러나, 기존의 자기등가회로망은 영구자석에 의한 유효자속을 구하는 문제로 이를 이용하여 영구자석형 직류기의 유효자속과 추력 등을 구하는데 이용되었으나, 이와 같은 방법은 PMLSM과 같이 전기자 권선이 있는 경우, 치와 슬롯 등의 해석모델을 표현할 수 없

다. 따라서, 본 논문에서는 전기자의 치와 슬롯구조를 그대로 두고, 등가표면전류로부터 등가자기력을 구하여, 고정자의 치와 슬롯의 요소에 대해서 기자력을 인가하였다. 또한, 이산화된 해석영역의 각요소에서의 각 방향에 대하여 3차원 등가자기회로를 구성하여 각요소절점에서 자속밀도를 구하였다.

본연구에서 사용한 해석방법에 의한 해석결과와 실험결과를 비교함으로써 그 타당성을 검증하였다.

2. 해석 방법

본 연구에서는 해석대상이되는 전체영역을 매질의 종류에따라 영역을 구분한후, 영역을 세밀히 요소분할하고, 각요소의 중점에 절점을 잡고 이를 잇는 등가자기회로망을 구성하였다. 이로부터 각 절점에 대하여 자속과 자기저항의 곱이 기자력과 등가라는 조건과 자속의 연속조건으로부터 절점방정식을 구성하고, 절점방정식을 조합한 계방정식으로부터 전체 해석영역의 각절점에서의 자위를 계산한다. 이때 구동 벡터인 각요소에서의 기자력은 영구자석의 잔류자속밀도와 전기자코일의 기자력으로부터 구하며, 계산된 각절점의 자위와 절점사이의 자기저항과 단면적으로부터 자속밀도를 계산하고, 이값에 맥스웰 응력법을 적용하여 그림 1.의 해석모델에 대하여 특성을 해석하고자 한다. 해석모델의 사양은 표 1.에 나타내었다.

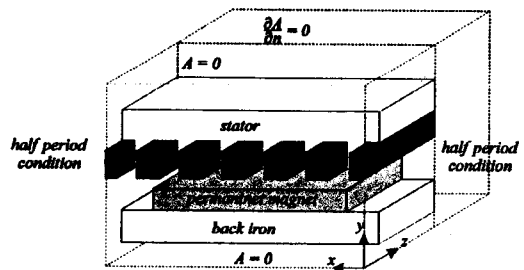


그림 1. 해석모델

표 1. 해석모델의 사양

1 차축	상수	3
	극간격	72[mm]
	슬롯간격	12[mm]
	슬롯폭	7[mm]
	적층폭	100[mm]
2 차축 (영구자석)	매극대상슬롯수	2
	슬롯당 권선수	100
공극	높이	10[mm]
	폭	50[mm]
	길이	100[mm]
	재질	NdFeB
공극	잔류자속밀도(B_r)	1.15 [T]
	기계적 공극	5[mm]

2.1 기본 방정식

일반적인 자기회로에서의 자속은 자기저항의 역수인 페리언스와 절점의 자위의 차(또는 기자력)의 곱과 같다. 그림 1.은 직육면체 요소로 구성된 기본적인 등가 자기회로를 각각 x, y, z 성분내 대하여 나타내었다.

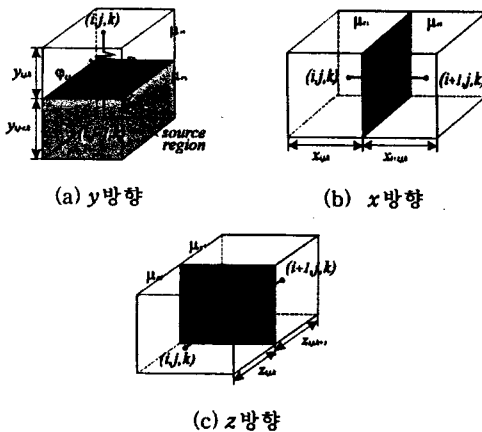


그림 2. 등가자기회로망의 구성

그림 2.(a)에 대하여 절점 (i, j, k) 와 $(i, j-1, k)$ 간의 자속 $\Phi y_{i,j-1,k}$ 와 자속밀도 $By_{i,j-1,k}$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Phi y_{i,j-1,k} = Py_{i,j,k} (U_{i,j+1,k} - U_{i,j,k} + E_{i,j-1,k}) \quad (1)$$

$$By_{i,j-1,k} = \Phi y_{i,j-1,k} / Sy_{i,j-1,k} \quad (2)$$

여기서 $U_{i,j,k}$ 는 각절점의 자위값에 해당하는 미지의 값이며, $Py_{i,j,k}$ 와 $Sy_{i,j-1,k}$ 는 각절점의 y 방향의 페리언스와 단면적이며, $E_{i,j-1,k}$ 은 source내부에 해당하는 영구자석과 전기자코일의 기자력이 분포하고 있는 치와 슬롯부의 기자력이다.

2.2 페리언스 계산

페리언스는 자속이 흐르는 통로로 PMLSM의 경우 선형기이므로 요소가 직육면체로 구성되어진다. 직육면체의 형상과 각요소의 중앙에 위치한 절점들사이의 거리와 단면적과 재질정수예의해 y 각방향에서의 페리언스를 구하면 다음과 같다.

$$Py_{i,j,k} = \frac{\mu_0^2 \mu_1 \mu_2 S y_{i,j-1,k}}{\mu_0 \mu_1 y_{i,j-1,k} + \mu_0 \mu_2 y_{i,j,k}} \quad (3)$$

$$= \frac{\mu_0^2 \mu_1 \mu_2 2 x_{i,j,k} 2 z_{i,j,k}}{\mu_0 \mu_1 y_{i,j-1,k} + \mu_0 \mu_2 y_{i,j,k}}$$

x, z 방향에 대해서도 식(3)과 같이 구할수 있다.

2.3 등가기자력 계산

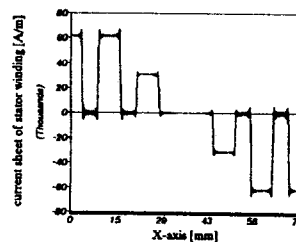
a. 영구자석 등가기자력

본 논문에서 사용한 영구자석은 NdFeB계열로써 y 방향으로만 자화되고 선형적 감자곡선을 그린다 가정하면 각 요소에서의 기자력은 다음과 같이 나타낼수 있다.

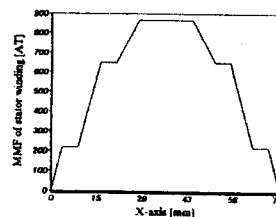
$$E_{i,j-1,k} = \frac{Br}{\mu_0 \mu_B} \cdot y_{i,j-1,k} \quad (4)$$

여기서 Br 은 영구자석의 잔류자속밀도이며, $y_{i,j-1,k}$ 는 영구자석의 한요소의 자화방향길이이다.

b. 전기자권선의 등가기자력



(a) 등가표면전류밀도



(b) 등가기자력

그림 3. 전기자권선에 의한 표면전류밀도 및 기자력

그림 3.(a)는 전기자권선의 등가표면전류밀도 분포를 푸리에급수로 전개한 것이며 그림 3.(b)는 이를 적분해 얻은 치와 슬롯부의 등가자력분포에 해당하며, 등가표면전류밀도로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$E(x) = \int_0^x J(x) dx$$

$$= \sum_{n=1,3}^{\infty} \sum_{n_s=1}^6 \frac{J_{s,n_s}}{n^2 k \pi} \cos nk \left(\frac{\tau}{2} - \frac{w_s}{2} \right) \cdot [\cos nk(\beta - n_s t_s) - \cos nk(x - n_s t_s + \beta)] \quad (5)$$

여기서 $J_{sp} = NI(n_s) / w_s$ 이고, $n_s (=1 \sim 6)$ 은 슬롯수이며 각각의 슬롯에 대하여 전류 $I(n)$ 는 다음과 같다.

$$I(1) = -I_b + I_c, \quad I(2) = -I_b - I_b,$$

$$I(3) = I_a - I_b, \quad I(4) = I_a + I_a,$$

$$I(5) = -I_c + I_a, \quad I(6) = -I_c - I_c$$

또한, $k = \pi / \tau$, $\beta = 4t_s$ 이고, w_s 은 슬롯폭, t_s 는 슬롯간격, τ 는 극간격, n_s 는 슬롯번호, pq 는 배극 매상당 슬롯수와 상수의 곱이며, N 은 한슬롯안의 코일의 권수이다. 위식으로부터 각 요소에서의 기자력은 다음과 같이 얻을 수 있다

$$E_{i,j-1,k} = E(x) / m \quad (6)$$

여기서 m 은 슬롯과 치부의 y 방향만큼의 요소수와 같다.

2.4 계수행렬의 구성 및 경계조건의 적용

이와같이 구한 각요소에서의 퍼미언스와, 기자력으로부터 3차원 등가자기회로망을 구성하였다. 그림 4은 기본적인 등가자기회로망으로서 해석영역의 임의의 절점 (i, j, k) 에 위에서 구한 기본방정식에 한절점에서의 자속량의 유출입양이 불변이라는 자속의 연속조건을 적용하면 다음과 같이 된다.

$$\sum_{n=1}^6 \Phi_n = \Phi_{i-1,j,k} + \Phi_{i+1,j,k} + \Phi_{i,j-1,k} + \Phi_{i,j+1,k} + \Phi_{i,j,k-1} + \Phi_{i,j,k+1} = 0 \quad (7)$$

(1)식으로부터 구한 자속을 위식에 대입하여, 모든절점에 대해 절점방정식을 구성하면 절점의 수만큼의 대수방정식을 얻을 수 있고, 이 대수방정식은 식(8)과 같이 행렬의 형태로 표현할 수 있다.

$$[P] \{U\} = \{f\} \quad (8)$$

[P] : 퍼미언스 계수행렬

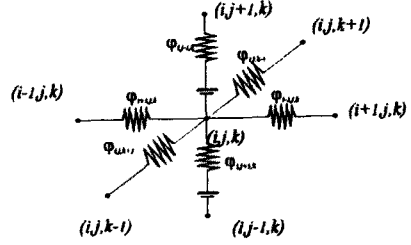


그림 4 등가자기회로망의 자속흐름도

{U}: 절점자위 행렬

{f}: 구동벡터

(전기자권선 및 영구자석의 기자력 × 퍼미언스)

위와 같이 구성된 퍼미언스 계수행렬은 $n \times n$ 대칭행렬이며 주대각 성분이 구하고자하는 절점과 인접한 6개의 절점사이에 존재하는 6가지의 퍼미언스들의 합으로 구성되므로 이산도(sparsity)가 매우 좋게된다.

위와같이 구성된 식(8)의 계수행렬에 그림 1.의 해석모델에서와 같이 외부누설을 고려해 1, 2차축 철심의 상하단과 적층방향 앞뒤면에 충분한 거리를 잡고 $U = 0$ 라는 고정경계조건을 주었으며, 길이방향의 양끝단은 주기성을 고려해 $U = -U$ 는반주기 조건을 주었다

2.5 힘계산

맥스웰 응력법을 이용하여 x, y, z 방향의 자속밀도로부터 기기 표면에 작용하는 응력텐서는 다음과 같다.

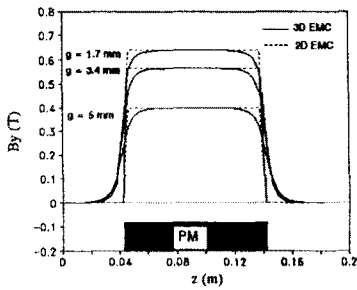
$$T = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_x^2 - 1/2 B^2 & B_x B_y & B_x B_z \\ B_y B_x & B_y^2 - 1/2 B^2 & B_y B_z \\ B_z B_x & B_z B_y & B_z^2 - 1/2 B^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서 $B^2 = B_x^2 + B_y^2 + B_z^2$ 이고 추력과 수직력 및 횡력(lateral force)은 이텐서양을 공극 표면을 면적분함으로써 구할 수 있다

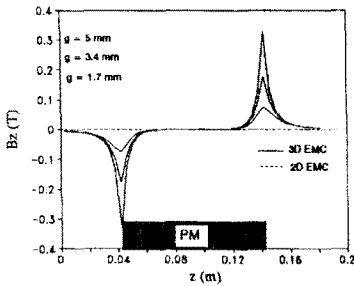
$$F_i = \int_S T_i \cdot dS \quad (i = x, y, z) \quad (10)$$

3. 해석결과

그림 5(a), (b)는 5[mm]공극에서 공극의 y 방향의 위치에 따른 PMLSM의 횡방향으로의 B_y 및 B_z 분포를 비교해 놓은 것이다. 2차원 등가자기회로망법에서는 해석하는 단면에 대하여 z 방향으로 일정하다고 가정하고 해석하나, 3차원 등가자기회로망법에 의한 해석결과에서 알수있듯이 누설에 의한 영향으로 B_y 의 평균치가 2차원 해석치보다 작아지고, B_z 의 값이 영구자석의 양끝에서 나타남을 볼 수 있다.

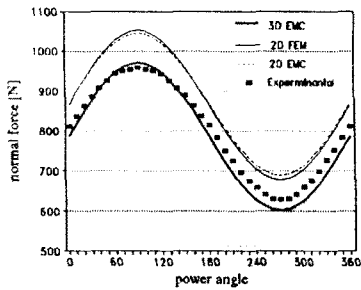


(a) B_y

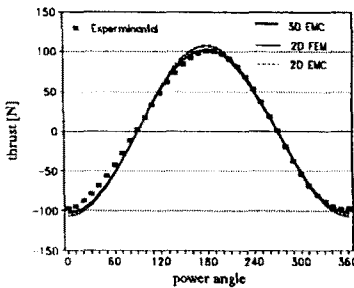


(b) B_z

그림 5. 공극에서의 z 방향에 따른 자속밀도분포



(a) 수직력



(b) 추력

그림 6. 전류각변화에 따른 수직력 및 추력의 변화

그림 6(a), (b)는 전류각변화에 따른 추력과 수직력을 비교한 것이다. 2차원 유한요소법과 2차원 등가자기회로방법의 경우 횡방향누설을 고려하지않았으므로, 수직력의 경우 실험치에 비교하여 최대 91[N], 추력의 경우 6[N]의 오차가 발생하였다. 그러나 3차원 등가자기회로방법의 경우는 각각 10[N] 및 1[N]정도의 오차로 실험치와 거의 일치함을 알 수 있다. 그리고 3차원 등가자기회로방법에서만 나타나는 횡력은 3×10^{-3} 이하의 값을 나타내었다.

4. 결론

본 논문에서는 PMLSM에서 유효공극이 크고, 횡방향의 길이가 유한함으로써 발생하는 특성을 해석하기 위하여 3차원 등가자기회로방법을 이용하였다. 전기자권선의 등가자극을 이용하여 치와 슬롯구조를 묘사하여 해석을 행하였다.

해석결과를 2차원 유한요소법 및 실험결과와 비교함으로써 해석결과의 타당성을 검증하였고, 공극등에서의 자속밀도 등을 정성적으로나, 정량적으로 정확하게 계산할수 있음을 확인하였다. 본 해석방법은 각 요소에만 개의 절점과 그절점에 관계된 6개의 절점만으로 계수행렬을 구성함으로써, 유한요소법과 비교하여 행렬의 이산도(sparsity)가 우수할뿐만아니라, 상대적으로 적은 요소만으로 정확하게 계산할수 있음을 알 수 있었다.

따라서, 영구자석형 기기의 해석에 용이한 방법으로 생각된다.

참고문헌

- [1] 임달호, 홍정표, "3차원 등가자기회로방법에 의한 영구자석모터의 자계해석", 대한전기학회논문지, Vol.43, No.9, 1994, pp1432-1439.
- [2] K. Yoshida, J. Lee, "3-D FEM Analysis in Controlled-PM LSM for Maglev Vehicle", *IEEE CEEFC'96 Okayama*, Japan.
- [3] 大川光吉, 永久磁石磁氣回路の設計, 特性計算法(I), 総合電子リサーチ, 1987.
- [4] Ostovic, Dynamics of Saturated Electric Machine, Springer-Verlag, 1989.