

웨이브렛 변환과 적응 프랙탈 보간을 이용한 심전도 데이터 압축

이 우 회*, 윤 영 로*, 박 세 진**

*연세대학교 보건과학대학 의용전자공학과

**한국 표준과학연구소 인간공학연구실

ECG Data Compression Using Wavelet Transform and Adaptive Fractal Interpolation

W. H. Lee*, Y. R. Yoon*, S. J. Park**

*Department of Biomedical Engineering, College of Health Science, Yonsei University

**Ergonomics Lab., Korea Research Institute of Standards and Science

ABSTRACT

This paper presents the ECG data compression using wavelet transform(WT) and adaptive fractal interpolation(AFI). The WT has the subband coding scheme. The fractal compression method represents any range of ECG signal by fractal interpolation parameters. Specially, the AFI used the adaptive range sizes and got good performance for ECG data compression. In this algorithm, the AFI is applied into the low frequency part of WT. The MIT/BIH arrhythmia data was used for evaluation. The compression rate using WT and AFI algorithm is better than the compression rate using AFI. The WT and AFI algorithm yields compression ratio as high as 21.0 without any entropy coding

서 론

심장질환을 진단하기 위한 심전도 신호의 분석 알고리즘과 심전도 데이터의 효율적인 저장과 전송을 위한 심전도 신호의 압축 알고리즘에 관한 연구가 활발히 진행되어 왔다. 특히 심전도 데이터의 압축에 관한 연구 결과 고압축, 저손실의 압축 알고리즘으로 turning point, AZTEC, FAN, huffman coding이 소개되었다[1]. 본 논문은 최근에 소개된 압축알고리즘인 적응 프랙탈 보간(adaptive fractal interpolation:AFI)[2] 알고리즘과 신호처리, 영상신호처리, 통신시스템 등에 이용되고 있는 웨이브렛 변환(wavelet transform:WT)[3] 방법을 혼합한 웨이브렛-적응 프랙탈 보간(WT-AFI) 알고리즘을 소개하고자 한다.

웨이브렛 변환

웨이브렛 변환은 최근에 신호 처리 분야에 이용되고 있는 방법으로서 주어진 신호를 시간과 주파수 성분으로 동시에 표현할 수 있다. 웨이브렛으로는 Antonini, Mallat, Morlet, Harr, Daubechies, Meyer 웨이브렛 등이 있는데, 각 웨이브렛은 기저 웨이브렛(mother wavelet)의 천이(shift)와 스케일링(scaling)으로 만들어진다. 따라서 주어

진 신호는 임의의 웨이브렛의 천이와 스케일링으로 표현할 수 있다. 신호 $f(x)$ 의 웨이브렛 변환은 다음과 같이 정의된다[4].

$$W_s f(x) = f(x) * \psi_s(x) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{x-t}{s}\right) dx \quad (1)$$

s 는 스케일이다. $\psi_s(x) = \frac{1}{s} \psi\left(\frac{x}{s}\right)$ 는 스케일 s 에 의해 기저 웨이브렛 $\psi(x)$ 을 확장(dilation)한 것이다. 임의의 신호 $f(x)$ 의 웨이브렛 변환은 임의의 신호와 확장된 기저 웨이브렛의 내적의 합으로 표현된다. 주파수 대역을 2로 분할하는 이진 웨이브렛 변환(dyadic wavelet transform)은, $s=2^j$, ($j \in Z$)인 경우로써 $\psi(x)$ 를 확장과 천이(translation)에 의해 얻어지는 함수로서 다음과 같다.

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}x - k) \quad j, k \in Z \quad (2)$$

k : 천이 요소

j : 스케일링 요소

따라서 이진 웨이브렛 변환은 다음과 같다.

$$W_{j,k} f(x) = 2^{-j/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi^*(2^{-j}x - k) dx \quad (3)$$

이러한 웨이브렛 변환은 70년대 말부터 발전되어 왔는데 대역분할 부호화(subband coding)방법이라 불리는 이산 시간 신호 부호화(discrete time signal coding)방법 중의 하나이다[4]. 대역분할 부호화에서 가장 중요한 것은 최소의 샘플 수를 가지고 임의의 이산 시간 신호를 표현하고자 하는 것이다.

그림 1은 임의의 신호를 대역분할 부호화해서 저주파수 영역과 고주파수 영역의 신호들로 나누고, 이것을 다시 원래의 신호로 재구성하는 일반적인 웨이브렛 변환을 나타낸 그림이다. 임의의 신호에 웨이브렛 변환을 가하면 저역통과필터 $g(n)$ 을 통과한 저주파수 신호 $y_0(n)$ 과 고역통과필터 $h(n)$ 을 통과한 고주파수 신호 $y_1(n)$ 으로 나누어진다. $g(n)$ 과 $h(n)$ 을 analysis 필터라고 한다[4]. 만약 $g(n)$ 과 $h(n)$ 이 모두 이상적인 halfband 저역통과필터와 halfband 고역통과필터라면 원래의 신호를 정확하게 두 주파수 영역의 신호로 표현할 수 있을 것이다. 그러나 실제로는 두 개의 필터가 이상적이지 않기 때문에 재생오

차가 생긴다. 이러한 두 주파수 영역의 subsampling 신호를 원래의 신호로 재구성하기 위해서는 synthesis 필터라고 부르는 저역통과필터 $g'(n)$ 과 고역통과필터 $h'(n)$ 을 이용해서 각각의 신호를 upsampling 한다[4].

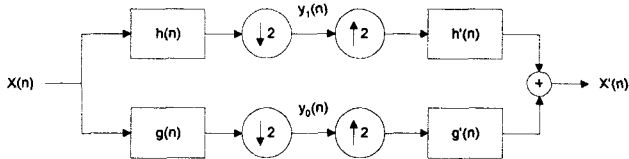


그림 1. 일반적인 웨이브렛 변환
Fig. 1. General wavelet transform

본 논문에서는 Antonini와 Mallat 필터를 사용해서 심전도 신호에 웨이브렛 변환을 적용하였다. 사용된 Antonini 필터는 9-7 탭 필터를 사용했고, Mallat 필터는 24-24 탭 필터를 사용했다. 심전도 신호의 재생시, Mallat 필터보다 Antonini 필터를 사용했을 때 재생오차가 작게 나타났다.

프랙탈 이론

70년대 후반, Mandelbrot에 의해 프랙탈 개념이 도입된 이후, Barnsley[5]와 Jacquin[6] 등에 의해 반복 함수계(iterated function system : IFS) 이론과 이를 발전시킨 분할된 반복 함수계(partitioned iterated function system : PIFS) 등의 프랙탈 이론이 정립되어 영상 데이터 압축 등의 신호처리에 적용되어 왔다[5]-[8]. Barnsley에 의해 제안된 IFS 이론은 수축 변환(contractive mapping)의 성질을 갖는 유사 변환(affine transformation)들의 모임으로 표현된다.

$$w_i \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_i & b_i \\ c_i & d_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_i \\ f_i \end{pmatrix} \quad (4)$$

유사 변환식은 식 (4)과 같이 나타내며, 두 데이터간의 자기 유사성을 표현해 주는 좌표 변환식이다. 여기서 변환 매개변수인 a_i, b_i, c_i, d_i 는 원래의 데이터를 확대, 축소, 회전시키는 역할을 하고, e_i, f_i 는 좌표축 방향으로 이동시키는 역할을 하게 된다. 이러한 변환식이 주어진 데이터에 대해 수축적일 때 이를 수축 변환이라 하며, 이 변환식을 임의의 데이터에 반복적으로 적용하게 되면 간단한 알고리즘으로 매우 복잡한 프랙탈 형상을 만들어 내는 것이 가능하게 된다. 역으로 복잡한 프랙탈 형상에서 그 변환식을 찾아내는 것이 프랙탈 부호화 과정이다.

특히 d_i 는 변환 i 에 대한 수축도 라고 하는데 이것은 실수이고 구간 (-1,1) 사이의 값이다. 이 값은 보간 점들에 무관하고, 보간 점들 사이의 보간 함수 모양을 조정하는 역할을 한다. 일반적으로 자기-유사 프랙탈 모델은 식 (4)의 유사 변환에서 b_i 에 0을 대입하여 선형 프랙탈 보간 함수가 단일 값을 갖도록 한다.

일차원 신호에서의 프랙탈 부호화 방법은 주어진 신호를 여러 개의 부분으로 나누고 각 부분에 대해 그 보다 큰 또 다른 부분들과의 유사성을 계산하여 가장 오차가 작은 부분들의 변환식 계수를 구해내는 방법이다.

일반적으로, 프랙탈 부호화에서 주어진 신호는 부호화 과정을 거쳐 레인지(range)라 부르는 정의역 블럭과 부호화 과정에서 도메인(domain)이라 불리는 치역 블럭들로 나누어진다.

적용 프랙탈 보간 알고리즘

AFI 알고리즘은 주어진 신호의 복잡도에 의한 자기 유사성의 정도에 따라 변환하고자 하는 정의역 블럭의 크기를 가변시키는 방법이다. 자기 유사성의 정도는 위에서 설명한 수축도 d_i 값에 의해 비교되어질 수 있다.

전체 샘플 수가 n 개인 주어진 입력 신호에 대해, 웨이브렛 변환을 먼저 취한 후, 저주파수 대역의 $n/2$ 개의 데이터에 대해서만 정의역 블럭의 크기 sR 을 최대 정의역 블럭 크기 R_{max} 로 설정하고 부호화하기 시작한다. 주어진 크기의 i 번째 정의역 블럭에 대해 가능한 모든 j 번째 치역 블럭들의 프랙탈 보간 함수를 각각 계산하고, 수축도 d_j 가 1보다 작은 치역 블럭들의 프랙탈 보간 함수와 정의역 블럭 내의 원래 함수를 비교하여 그 오차 E_{ij} 중에서 가장 작은 값이 미리 정한 허용오차 E_{tol} 보다 작으면, 그 변환의 매개 변수들을 저장하고 i 를 증가시켜 다음 정의역 블럭들에 대해 반복한다. 만약 미리 정한 허용오차를 만족하지 못할 경우, 정의역 블럭은 더 작은 두 개의 정의역 블럭으로 나뉘고 각 정의역 블럭에 대해 허용오차 조건이 만족되거나 정의역 블럭의 크기가 미리 정한 최소 정의역 블럭 크기 R_{min} 에 이를 때까지 위의 과정을 반복한다.

AFI 알고리즘에서 정의역 블럭의 크기를 분할하는 기준이 되는 허용오차 E_{tol} 에 따라 압축율이 달라진다. 허용오차가 크면 주어진 신호는 대부분 크기가 큰 정의역 블럭들로 나뉘어 압축 효율은 높아지지만 재생오차가 커지고, 허용오차가 작으면 주로 크기가 작은 정의역 블럭들로 나뉘게 되어 압축 효율은 떨어지지만 재생오차가 작아지게 된다.

심전도 신호에서 복잡도가 높은 부분은 주로 QRS complex이고 복잡도가 낮은 부분은 P wave나 T wave 등이다. 따라서 AFI 알고리즘을 적용한 결과 QRS complex 부분은 여러 개의 작은 정의역 블럭들로 부호화되고 그 밖의 부분들은 더 큰 정의역 블럭들로 부호화되게 된다. 다음은 반복 알고리즘을 이용해서 임의의 데이터 구간에 대하여 보간점과 수축도를 구하기 위한 구체적인 방법이다.

실험 방법

본 논문에서는 400샘플/sec, 12-bit 해상도를 갖는 MIT/BIH 부정맥 심전도 데이터를 사용하였다. 심전도 신호를 Antonini 필터와 Mallat 필터를 사용하여 subsampling한 후 subsampling 주파수 이하의 데이터만을 배열에 저장한다. 이렇게 subsampling을 통해서 주어진 신호를 2:1 압축하게 된다.

그 다음에는 AFI 알고리즘을 사용하여 최대 정의역 블럭 크기 R_{max} 와 최소 정의역 블럭 크기 R_{min} 을 각각 64와 4로 설정하고 각 변환에서의 정의역 블럭의 크기를 4, 8, 16, 32, 64의 다섯 종류로 제한하여 부호화 한다. 다시 말하면, 압축해야 할 치역 구간에 따라 위의 다섯 가지 정의역 블럭 중 가장 큰 크기의 정의역 블럭을 사용해서 미리 정한 허용오차를 만족하지 못하면 그 치역 구간을 반으로 나눈 크기의 정의역 블럭을 사용하여 부호화 한다.

표 1은 AFI 알고리즘에서 하나의 변환에 대해 저장되어야 할 매개변수들의 bit 수를 나타낸다. 정의역 블럭과 치역 블럭의 양쪽 끝 함수값들은 원래 데이터의 한 샘플이 12 bits이므로 같은 bit 수를 할당하였다. 해당 치역 블

력의 위치를 나타내는 데는 가능한 지역 블록의 수를 256개로 제한하여 8 bits를 할당하였다. 매개변수 중 수축도는 Mazel과 Hayes에 의해 발표된 논문[9]의 실험 결과에 따라 6 bits의 정수로 양자화 하여 저장하였다.

표 1. AFI 알고리즘에서 하나의 변환에 대한 매개변수들
Table 1. Map parameters of AFI algorithm

AFI의 변환 매개변수들	저장되는 bits 수
range의 왼쪽 끝 함수값	12
domain의 왼쪽 끝 함수값	12
domain의 오른쪽 끝 함수값	12
해당 domain의 위치	8
수축도	6
range의 크기	2
저장되는 전체 bits 수	52

AFI 알고리즘에 의해서 저장된 매개변수들을 이용해서 신호를 재구성한다. 재구성된 신호는 subsampling된 저주파 영역의 데이터로 재구성된다. 이제 upsampling을 통해서 주어진 신호로 재구성한다. 그런데 upsampling을 하기 위해 압축시 무시한 고주파 성분에 대응하는 성분에 대해서는 zero padding을 해서 재생을 한다.

AFI 알고리즘의 압축 성능을 평가하기 위해서, 압축 정도는 압축된 신호와 원래 신호의 비로 그 정도를 나타내는 압축율 (compression ratio:CR)을 사용하였고, 재생 오차는 다음 식으로 주어지는 실효치 차이(percent rms difference:PRD)를 사용하였다.

$$PRD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [x_{org}(i) - x_{rec}(i)]^2}{\sum_{i=1}^n x_{org}^2(i)}} \times 100 \quad (5)$$

여기서 x_{org} 와 x_{rec} 는 원래데이터와 복원된 데이터를 나타내고 n 은 오차를 구하고자 하는 구간내의 데이터 수를 나타낸다.

실험 결과 및 고찰

표 2는 정의역 블록 분할을 위한 허용오차를 32로 선택한 AFI 알고리즘만을 사용한 압축 방법과 Wavelet과 AFI 알고리즘을 혼합한 압축 방법으로 MIT/BIH arrhythmia 데이터베이스 105번, 106번, 111번, 117번, 122번, 208번 데이터에 대한 압축율과 재생 오차를 나타낸 것이다. Wavelet과 AFI 알고리즘을 혼합한 압축 방법에서 Antonini 필터를 사용한 경우, 재생오차는 AFI 알고리즘만을 사용했을 때의 재생오차보다 다소 크지만, 압축율은 AFI 알고리즘만을 사용한 방법보다 2배 이상 향상되었다. Mallat 필터를 사용했을 때는 Antonini 필터를 사용했을 때보다 재생오차가 크게 나타났다.

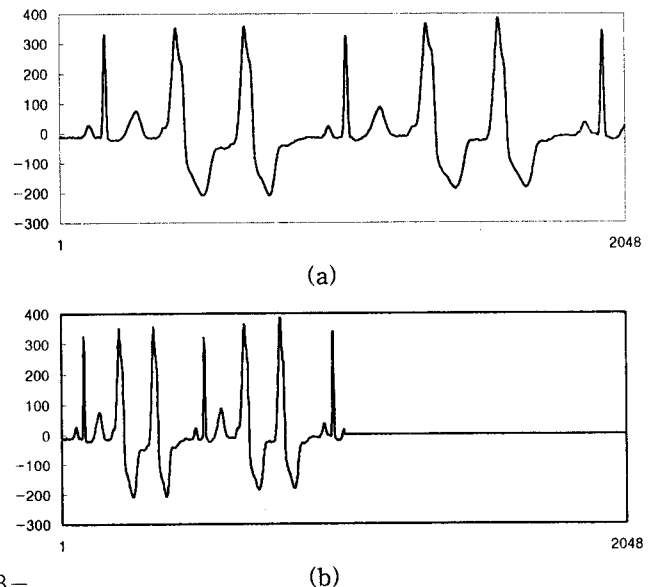
표 2. MIT/BIH 데이터에 대한 WT-AFI 알고리즘을 혼합한 방법의 결과
Table 2. Results of WT-AFI algorithm about MIT/BIH data

MIT/BIH Database	AFI알고리즘		Mallat필터		Antonini필터	
	CR	PRD	CR	PRD	CR	PRD
105	10.24	6.80	19.82	17.83	21.19	7.86
106	11.82	8.53	23.63	22.88	23.63	9.44
111	9.60	8.08	19.20	25.43	19.82	9.93
117	12.05	8.13	24.09	18.26	25.08	7.96
122	9.75	6.83	18.34	18.55	18.90	8.39
208	9.60	4.41	17.81	13.74	17.81	5.35
평균	10.51	7.13	20.48	19.44	21.07	8.15

그림 2는 MIT/BIH arrhythmia 데이터베이스 208번 데이터에 대해 웨이브렛과 AFI 알고리즘을 혼합한 방법을 사용했을 때와 AFI 알고리즘만을 사용했을 때에 압축 재생한 신호의 파형이다. 재생된 파형은 미세한 신호들도 매우 작은 오차로 재생되는 것을 볼 수 있으나 신호의 복잡도가 큰 QRS 파형 부분에서 재생 오차가 커지는 것을 볼 수 있다.

그림 2.(a)는 압축하고자 하는 신호의 파형이다. 그림 2.(b)는 웨이브렛 변환을 한 번 취해서 subband coding된 심전도 데이터이다. 그림 2.(a)에 나타난 파형이 그림 2.(b)에서는 subsampling 주파수 이하의 영역에 분포하는 것을 볼 수 있다. 그리고 그림 2.(b)에서 subsampling 주파수 이상의 고주파수 신호가 zero값으로 채워진 것 같지만 실제로는 서로 다른 작은 값으로 채워져있다. 그림 2.(c)는 그림 2.(b)의 subsampling 주파수 이하의 데이터만을 가지고 AFI 알고리즘으로 압축 한 후에 역변환 웨이브렛으로 재구성한 심전도 데이터이다. 그림 2.(d)는 그림 2.(a)와 그림 2.(c)와의 오차를 나타낸 것이다.

그림 2.(e)는 AFI 알고리즘만을 사용하여 심전도 신호를 압축한 후 다시 재구성한 파형이다. 그림 2.(f)는 원래 심전도 파형과 그림 2.(e)와의 오차를 나타낸 것이다. 그림 2.(d)와 그림 2.(f)를 비교해 봤을 때 웨이브렛과 적응 프랙탈 알고리즘을 사용했을 때의 오차가 다소 큰 것으로 나타나지만 비슷한 재생오차에 대하여 압축율을 비교했을 때 웨이브렛을 적용한 AFI 알고리즘이 적응 프랙탈 알고리즘보다 압축율이 매우 높다는 것을 알 수 있다.



결 론

본 논문에서는 WT-AFI 알고리즘을 혼합한 방법을 이용하여 심전도 데이터의 압축율을 향상시켰다. 웨이블릿 변환을 이용하여 심전도 신호를 subsampling해서 2:1로 압축하고, AFI 알고리즘을 이용하여 subsampling 주파수 이하의 데이터만을 부호화 하였다.

본 논문에서 사용한 방법으로 신호를 압축한 결과 적응 프랙탈 알고리즘만을 사용했을 때보다 비슷한 재생 오차에서 2배 이상의 압축율을 나타내었다.

Antonini 필터와 Mallat 필터 사용시 압축율과 재생오차를 비교하면, Antonini 필터를 사용했을 때가 Mallat 필터를 사용했을 때 보다 압축율이 높고 재생오차가 작게 나타났다. 그 이유는 삼각파 형태의 Antonini 필터가 심전도 파형과의 유사성이 더 많기 때문이다.

본 논문에서 사용한 웨이블릿을 이용한 압축방법은 진단용 심전도나 stress 심전도 같이 300Hz 이상의 샘플링 주파수를 갖는 심전도에 대해서는 사용할 수 있지만, 홀터와 같이 200Hz 이하의 샘플링 주파수를 갖는 심전도 데이터에는 적합하지 않다.

References

- [1] Willis J. Tomkins, "Biomedical Digital Signal Processing", pp. 193-215, Prentice Hall, Inc., 1993
- [2] 전영일, 윤영로, "적응 프랙탈 보간을 이용한 심전도 데이터 압축", 의공학회지, 제17권 제1호, pp. 121-127, 1996.
- [3] Randy K. Young, "Wavelet Theory and Its Applications", pp. 1-17, Kluwer Academic Publishers, 1993.
- [4] Olivier Rioul, Martin Vetterli, "Wavelets and Signal Processing", pp. 14-29, IEEE SP Magazine, October, 1991.
- [5] M. F. Barnsley, *Fractals Everywhere*. New York: Academic, 1988.
- [6] A. E. Jacquin, "Image coding based on a fractal theory of iterated contractive image transformations," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 1(1), pp. 18-30, Jan. 1992.
- [7] E. W. Jacobs, R. D. Boss, Y. Fisher, "Fractal-Based Image Compression, II," *NOSC TR-1362*, Naval Ocean Systems Center, San Diego, CA., June 1990.
- [8] E. W. Jacobs, Y. Fisher and R. D. Boss, "Image Compression : A study of the iterated transform method," *Signal Processing*, vol. 29, no. 13, Dec. 1992.
- [9] D. S. Mazel, M. H. Hayes, "Using iterated function systems to model discrete sequences," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 40. no. 7, pp. 1724-1734, July 1990.

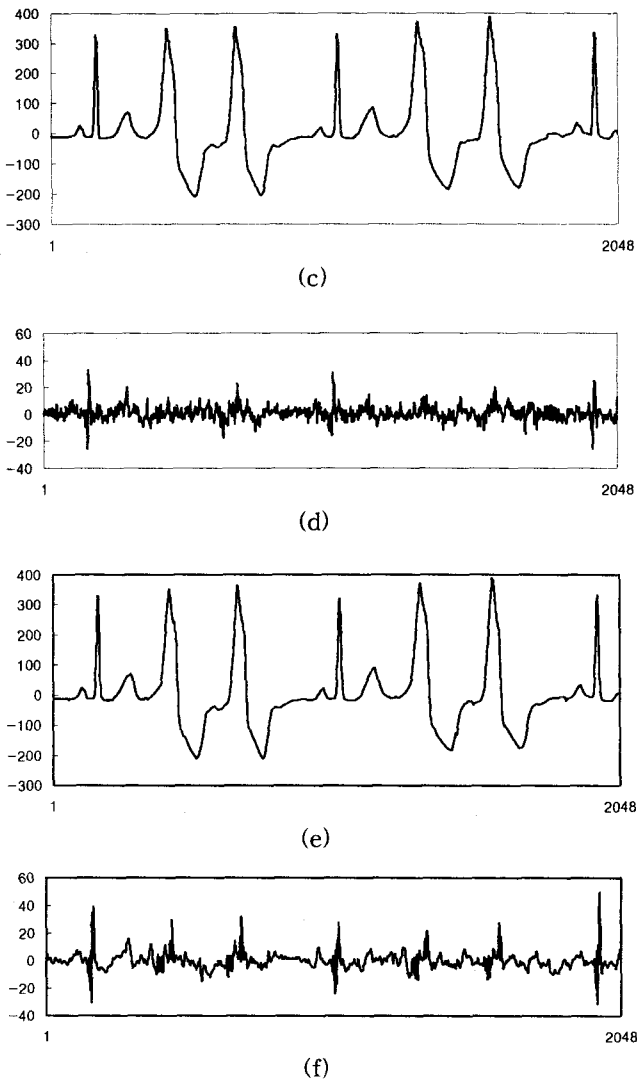


그림 2. AFI 알고리즘만을 사용한 방법과 웨이블릿과 AFI 알고리즘을 혼합한 방법의 비교

- (a) 심전도 파형
- (b) 웨이블릿 변환을 위한 파형
- (c) 웨이블릿 변환과 AFI 알고리즘을 혼합한 방법으로 재생한 파형
- (d) 웨이블릿 변환과 AFI 알고리즘을 혼합한 방법으로 재생한 파형과 원심전도 파형과의 오차
- (e) AFI 알고리즘만으로 재생한 파형
- (f) AFI 알고리즘만으로 재생한 파형과 원심전도 파형과의 오차

Fig. 2. Comparison of AFI algorithm with Wavelet Transform with AFI algorithm

- (a) original ECG
- (b) Analyzed signal with wavelet transform
- (c) Reconstructed signal with WT-AFI
- (d) Reconstruction error with WT-AFI
- (e) Reconstructed signal with AFI
- (f) Reconstruction error with AFI