

심장의 전기쌍극자 소스에 의한 토르소 표면 전위의 분포

이경중, 이세진, 박광리, 송근국
연세대학교 보건과학대학 의용전자공학과

The Distribution of the Torso Surface Potentials based on electrical cardiac dipole source.

K.J.Lee, S.J.Lee, K.L.Park, G.K.Song
Dept. of Biomedical Eng. College of Health Science, Yonsei Univ.

Abstract

This study is to find the distribution of the torso surface potential based on electrical cardiac dipole source. In order to find the torso surface potential, the governing equation was developed based on the Green's second theorem. The boundary element method(BEM) which has a good computing capability in case of homogeneous and isotropic medium was applied to solve the equation. To validate the BEM, we considered a homogeneous sphere model which has an electric dipole source inside. The results showed the good agreement between the analytic solution and the computed solution. In normal heart, the simulated torso surface isopotential maps are good agreement with that obtained from the ventricular excitation. The validity of the simulated results were verified by comparing with other results.

1. 서론

심장의 전기적 활동은 균일한 전기이중층(electric dipole layer)으로 표현이 가능하며, 전기이중층의 세기는 전기쌍극자 모우먼트(moment)에 의해 정확히 계산될 수 있다. 체표면 전위는 전기쌍극자 모우먼트들의 시간적인 변화에 의해 형성되며, 전극을 표면에 부착하여 전위를 측정할 수 있다. 현재 임상에서 사용하고 있는 대부분의 심전계들은 이와 같은 원리들을 이용한 것이다^[1]. 체표면 전위를 구하는 방법은 크게 두 가지로 대별된다. 첫째방법은 Gelernter와 Swihart가 Helmholtz 정리의 특수한 형태인 쿨롱의 법칙(Coulomb's law)을 이용하여 먼저 체표면에서의 전류밀도를 구한 후 이 전류밀도로 부터 전위분포를 구하는 방법을 제시하였다^[2]. 둘째 방법은

Barr등에 의해 제시된 방법으로서 그린의 2차정리(Green's second theorem)를 이용하여 경계조건을 만족시켜주는 표면전위를 구하였다^[3]. 접근방법은 다르지만 이 두방법으로 부터 얻은 결과는 근본적으로 같다는 사실을 static equivalence principle를 이용하여 Rush가 설명하였다^[4].

부피전도체의 내부에 소스가 존재할 경우 체표면 전위를 구하는 문제는 정문제로서 지배방정식은 적분방정식의 형태를 취한다. 이 방정식을 수치해석학적으로 푸는 방법은 이산적분법(DIEM: Discretized Integral Equation Method), 유한요소법(FEM : Finite Element Method), 경계요소법(BEM : Boundary Element Method)등이 있다. 이산적분법은 전위를 구하려는 점과 각 요소들 간의 입체각을 구한 후 선형방정식 해법을 이용하여 전위를 구한다. 이 방법은 입체각을 구할때 세심한 주의를 기울이지 않는 경우 계산오차가 매우 크기 때문에 불편한 면이 있다^[5]. 유한요소법은 부피전도체를 수많은 미세 요소로 분할하여 계산함으로써 부피전도체내의 임의의 위치에 있는 병소로부터 발생하는 비정상적인 전기적 현상을 잘 규명할 수 있는 반면 계산시간이 많이 소요되며 수식의 구현이 복잡하다^[6]. 반면 경계요소법 방식은 3차원 문제를 2차원의 문제로 간단히 해결함으로써 계산이 간단하며, 균질성(homogeneous), 등방성(isotropic), 전도도를 갖는 경우에 유한요소법에 비해 더 효율적인 분석방법이다^[7].

이에 본 연구에서는 인간토르소 모델을 수학적으로 구성한 후 토르소내의 심장위치에서 발생하는 전기적 현상을 전기적 등가 쌍극자로 간주하고 경계요소법을 이용하여 토르소표면 전위분포를 구하려고 한다.

2. 연구방법 및 이론

본 연구의 내용은 크게 두 부분으로 구분된다.
① 토르소모델의 구성

토르소 표면전위를 구하기 위해서는 먼저 토르소 모델을 만들어야 한다. 본 연구에서는 인간의 목부 위부터 허리부위까지 몸통데이터를 근거로 타원방정식들의 조합을 이용하여 토르소 모델을 그림 1과 같이 설계하였다. 경계요소법을 적용하기 위해서는 먼저 토르소표면을 삼각요소로 분할한다. 이를 위해 표면에 362개의 절점(node)을 설정하고, 각 절점들을 연결하여 모두 720개의 삼각요소를 구성한 후 절점 및 삼각요소에 관한 정보를 화일로 저장한다.

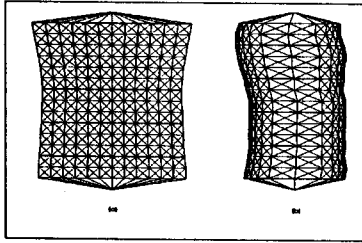


그림 1. 3차원 토르소모델 (a)정면 (b)측면

②표면전위계산을 위한 지배방정식의 설정

경계요소법을 이용한 토르소 표면전위를 구하는 방정식은 그린의 2차정리로 부터 유도되며 식(1)과 같이 표현된다.

$$\int_V (\nabla^2 \phi - \frac{1}{r} \nabla^2 \phi) dV = \int_S (\phi \nabla \left(\frac{1}{r}\right) - \frac{1}{r} \nabla \phi) dS \quad (1)$$

단 S는 부피를 둘러싼 표면이고, V는 균질하다고 가정한다. 이때 스칼라 함수 ϕ 는 전위이며, r은 이동점과 소스점과의 거리이다. 만약 이동점이 소스점쪽으로 이동하여 소스점과 일치할 때 식(1)의 좌변의 첫째 항은 r=0가 되어 적분값이 singular가 되기 때문에 $-4\pi\phi(p)$ 가 된다. 또한 두 번째 항인 $\nabla^2 \phi$ 는 토르소내부에 소스가 존재할 경우 poisson 방정식을 만족시키기 때문에 $\nabla^2 \phi = -\rho/\sigma$ 의 관계를 갖는다. ρ 는 전하밀도이며, σ 는 전도도이다. 식 (1)의 우변의 첫째 항은 이동점이 토르소표면으로 이동시 적분값이 singular가 되므로 singular가 되는 점과 그 이외의 영역으로 분리하여 고려하면 식 (2)와 같다.

$$\int_S \phi \nabla \left(\frac{1}{r}\right) dS = \int_{S_s} \phi \nabla \left(\frac{1}{r}\right) dS - 4\pi \alpha(p) \phi(p) \quad (2)$$

단, S_s 는 singular 점을 둘러싼 미소 적분면적이다. 이 식의 우변의 두 번째 항은 singular점에서 $-4\pi \alpha(p) \phi(p)$ 가 되며 $\alpha(p)$ 는 기하학적 형태에 의해 결정되는 상수이다. 또한 식 (1)의 우변의 두 번째 항은 토르소표면에서 $\nabla \phi = 0$ 가되기 때문에 상기의 결과들을 이용하여 식 (1)을 정리하면 식 (3)과 같이된다.

$$4\pi \alpha(p) \phi(p) + \int_S \phi \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r}\right) dS = \frac{1}{\sigma} \int_V \frac{\rho}{r} dV \quad (3)$$

단, $\alpha(p) = 1 - \alpha(p)$ 이다.

식 (3)의 좌변의 적분항을 수치 해석적으로 구하기 위해 토르소 표면을 M 개의 삼각요소로 분할하면 식(4)와 같이되며

$$\int_S \phi \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r}\right) dS = \sum_{k=1}^M \int_{\Delta S} \phi \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r}\right) dS \quad (4)$$

interpolation 함수 $C_k(x)$ 를 이용하여 $\phi(x)$ 를 구하면 식(5)와 같이된다^[11].

$$\phi(x) = \sum_{k=1}^3 C_k(x) V^k \quad (5)$$

V^k 는 삼각요소의 각 꼭지점에서의 전위이다. 식 (4)와 식(5)를 식(3)에 대입하여 정리하면 수치 해석적으로 구현가능한 식(6)을 얻게 된다.

$$c(p)\phi(p) + \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^3 \int_{\Delta S} \phi_r^{s,k} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r}\right) C_k dS = \frac{1}{4\pi\sigma} \int_V \frac{\rho}{r} dV \quad (6)$$

단, $\phi(p)$ 는 측정 점에서의 전위이며, $\phi_r^{s,k}$ 는 토르소표면의 s번째 요소의 k번째 꼭지점에서의 전위를 의미한다. 또한 식 (6)의 우변 항은 무한크기의 매질 내에서 소스로부터 거리 r만큼 떨어진 점의 전위를 나타내는 수식이다. 식(6)의 적분계산은 4x4 Gaussian - Radau quadrature에 의해 계산한다.

3. 결과

3.1 구(球)전도체 모델을 이용한 검증

체표면 전위를 이론적으로 계산하기 위한 가장 쉬운 방법은 사람의 몸통을 구형, 혹은 실린더 형태의 부피전도체로 모델링하여 모델 내부의 임의의 점에 소스가 존재시 모델표면에서의 전위분포를 구하는 것이다. 이를 위해 본 연구에서는 식(6)을 구모델에 적용하여 정확도에 대한 검증을 수행하였다.

반지름 r = 160 cm인 구모델을 설정하여 절점은 58개, 삼각요소는 112개로 분할하였다. 구내부의 전도도 $\sigma = 1$, 쌍극자의 세기는 Z방향만 존재한다고 가정하여 크기를 1로 정한 후 식 (6)을 적용하여 얻은 이론값과 계산값을 그림 2에 나타내었다. X축은 구의 절점갯수이고 Y축은 각 절점에서의 전위값을 나타낸다. 그림 2에서 알 수 있는 바와 같이 두 값은 매우 근사하게 일치하였다. 이 두값의 상대오차(R.E)는 0.0361로서 본 알고리즘의 전위계산에의 적용타당성을 입증할 수 있다. 만약 삼각요소의 갯수를 증가시켜서 분할한다면 더욱 작은 오차를 얻을 수 있다.

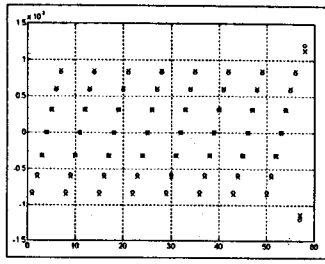


그림 2 구(球) 표면전위값들의 이론값(x)과 계산값(o)의 비교

$$\text{상대오차}(R.E) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (V_i^T - V_i^C)^2}{\sum_{i=1}^M (V_i^T)^2}} \quad (9)$$

단 M은 절점의 수, V_i^T 는 이론값, V_i^C 는 계산값이다.

3.2 토르소모델을 이용한 전위계산

토르소모델을 이용하여 표면전위를 계산하기 위해 먼저 심장의 위치와 심장의 흥분에 따른 전기쌍극자 모우먼트의 크기와 방향을 구하여야 한다. 심장의 위치는 실제 해부학적인 위치를 고려하여 설정하였다. Cuffin등^[8]은 실제심장을 이용한 Durrer의 실험결과를 X선 시스템을 이용하여 심실의 흥분상태를 여러 단계로 나눈 후 각 단계에서의 전기쌍극자 모우먼트를 계산하였다.

표 1. 심실흥분후 각 시간별로 계산된 전기쌍극자 모우먼트의 크기

| | X | Y | Z |
|-------|-------|--------|--------|
| 10 ms | 0.200 | 0.990 | 0.275 |
| 20 ms | 2.000 | 1.305 | 0.920 |
| 30 ms | 3.240 | 0.675 | 1.345 |
| 40 ms | 2.070 | -0.910 | 0.995 |
| 50 ms | 0.735 | -1.685 | -0.070 |
| 55 ms | 0.585 | -1.300 | 0.005 |

표 1은 Cuffin에 의해 심실흥분후 각 시간별로 계산된 전기쌍극자 모우먼트의 크기이며, X, Y, Z 방향은 Frank lead 좌표계를 따른 것이다. 표 1의 값들을 식 (6)에 적용하여 계산된 토르소 표면의 등전위 분포를 매핑한 것이 그림 3이다.

토르소내부의 전도도 σ 는 근육, 폐, 혈액등의 전도도들의 평균값인 $0.0004 (\Omega \cdot \text{cm})^{-1}$ 를 사용하였다^[9]. 그림 3은 토르소 정면에서 본 모습으로서 그림 3(a)는 심실흥분후 10 ms 시점에서의 계산된 표면등전위를 매핑한 결과인데 심장근처에 +극이 지배적임을 나타낸다. 그러나 시간이 경과함에 따라 토르소의 우측팔 부분에 지배적이던 -극이 심장근처로 이동하며, 동시에 +극은 좌측늑골쪽으로 이동한다. 심실흥분의 후기부분인 55 ms 지난 시점에서 토르소의 정면부분은 대부분 -극이 지배적이며

+극은 좌측팔 뒤쪽으로 이동하였다. 즉 정상심장의 QRS 콤플렉스동안 전기적인 현상을 +극과 -극의 이동추이로서 표현이 가능하며 이 결과로부터 심장 주위의 토르소표면 전위분포를 알 수 있다.

토르소 표면전위를 계산하기 위한 프로그램은 Fortran 77로 작성하여 워크스테이션에서 실행하였으며, 실행결과는 Amtec사의 Tecplot을 이용하여 디스플레이하였다.

4. 고찰

경계요소법의 적용타당성에 관한 실험 결과로부터 계산값과 이론값은 거의 일치하며, 단지 끝의 두점(구의 맨윗부분과 아랫부분의 두 극점)에서 약 100 μV 정도의 오차를 갖는다(그림2). 그러나 실제 관심을 갖는 부분은 구의 중심부분이므로 이 정도의 오차는 토르소 표면전위를 구하는데 큰 영향을 주지 못한다. 특히 상대오차는 0.0361로서 구 전체에 대한 전위의 계산오차가 1 mV에 대해 36 μV 이므로 계산시 무시할 수 있는 값이다. 이 결과로부터 토르소 표면전위를 구하는 수단으로서 경계요소법의 적용타당성을 검증하였다.

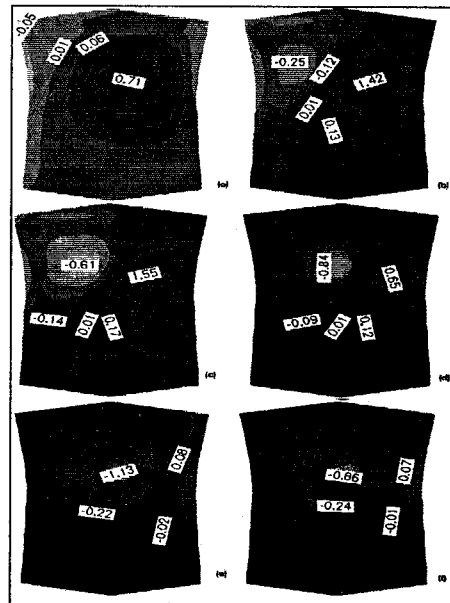


그림 3. 심실흥분후 각 시간에서 계산된 토르소 표면의 등전위도. (a)10 ms (b) 20 ms (c)30 ms (d) 40 ms (e) 50 ms (f) 55 ms

경계요소법을 적용하여 계산된 표면전위를 매핑한 그림 3의 결과의 타당성을 검증하기 위해 Aoki등^[7], Taccard^[9], Miller등^[12]의 실험결과와 비교하였다. 정상적인 심장상태에서 심실흥분후 +극과 -극의 이동추이에 대한 결과는 본 연구에서 얻은 결과와 유사하였다. 등전위선의 매핑결과는 심실내의 각 세포들에서의 전위분포, 토르소 표면과 심장간의 거리, 경계효과들을 근거로 설명되어진다. 특히 본 연구에서는 경계요소법을 전위계산을 하는데 적용가능하기에 대하여 초점을 두었기 때문에 토르소내부의 매질은 균질하며, 등방성으로 가정하였

다. 즉 부피전도체내에 실제로 존재하는 폐, 심장내의 혈액, 심근, 골격근등 구조들을 동일한 매질로 가정하였으며, 각 매질에서의 흥분의 전파는 등방성을 지니고 있다. 일반적으로 폐는 표면전위분포에 큰 영향을 주지 않는다고 보고가 되어있으나^[8], 심장내의 혈액은 표면전위분포에 영향을 준다. 그러나 표면전위분포의 패턴및 이동추이에 변화를 주는 것이 아니라 전압의 크기만 약간씩 변화하기 때문에 전체적인 전위분포의 패턴에는 큰 영향을 주지 않는다고 보고되었다^[10]. 또한 심근의 비등방성(anisotropic) 영향은 큰 것으로 보고되었는데 모델실험시 방사(radial)방향과 절선(tangential) 방향의 전도도가 3:1 일때 등방성인 경우에 비해 표면전위는 14% 까지 감소되는 결과를 얻었다. 그러나 전위분포의 패턴은 크게 변화하지 않는다는 결과를 발표하였다^[9]. 특히 실험결과에 대한 정량적인 비교가 힘든 이유는 각 연구자들이 실험한 토르소 모델 형태가 약간씩 다르고, 각 토르소를 분할시 절점의 수와 삼각요소의 수가 다르기 때문이다. Cuffin은 Durrer의 데이터를 이용하여 고정위치의 단일소스를 구하였지만 Durrer의 실험결과는 실제 살아있는 심장을 이용한 것이 아니라 죽은 심장이기 때문에 전형적인 실험데이터와 오차가 발생한다.

이와 같은 사실들을 종합해볼 때 균질성, 등방성 부피전도체에 경계요소법을 적용함으로써 정확히 토르소표면의 전위분포를 구할 수 있으며, 정상 심전도신호의 QRS 콤플렉스 동안 발생하는 전위분포의 패턴변화를 통해 토르소 모델의 임상 및 교육적인 면에서의 응용가능성을 예측할 수 있다.

5. 결론

본 연구에서 수학적 수식을 근거로 토르소모델을 구축하였고, 균질성, 등방성 토르소모델에 경계요소법을 적용하여 토르소 표면전위를 구한 결과는 다음과 같다.

1. 심전도 신호의 QRS 동안 단일 등가전기쌍극자 모우먼트의 변화에 따른 체표면 전위를 구할 수 있었으며, 시간의 변화에 따른 전위변화의 패턴은 기존의 연구방법들로부터 얻은 결과와 유사하였다.

2. 경계요소법을 적용함으로써 단일쌍극자 모우먼트에 의한 전위분포뿐 아니라 다중쌍극자모우먼트에 의한 전위분포의 계산이 가능하며, 이 방법으로부터 구한 몸통의 전달함수를 이용하면 심전도의 역문제도 풀 수 있는 방법을 제시해준다.

3. 정상, 비정상 심장의 전기적 활동을 등전위로 디스플레이함으로써 심질환 진단시 보조자료로서의 기능을 갖는다.

6. 참고문헌

[1] R.Plonsey, "The biophysical basis for electrocardiography", CRC Critical Reviews in

Bioengineering, Vol. 1, pp.1-48, CRC press, 1971.

[2] H.L. Gelernter, and J.C. Swihart, "A mathematical physical model of the genesis of the electrogram," Biophys. J., pp.285-301, 1964.

[3] R.C. Barr, T.C. Pilkington, J.P. Boineau and M.S. Spach, "Determining surface potentials from current dipoles with application to electrocardiography," IEEE Trans. BME-13, pp.88-92, 1966

[4] S. Rush, "Relationships among Green's theorem, helmholtz' theorem, and integral equation methods of solving the forward ECG problem," IEEE Trans. BME-25, No.3, pp.283-287, 1978

[5] R.C. Barr, M. Ramsey, and M.S. Spach, "Relating to body surface potential distributions by means of transfer coefficients based on geometry measurements," IEEE Trans. BME-24, pp.1-11, 1977.

[6] T.C. Pilkinton, M.N. Morrow, and P. Stanley, "A comparison of finite element and integral equation formulations for the calculation of electrocardiographic potentials," IEEE Trans. BME-32, No.2, pp.166-173, 1985.

[7] M. Aoki, Y. Okamoto, T. Musha, K. Harumi.: Three dimensional simulation of the ventricular depolarization and repolarization process and body surface potentials: normal heart and bundle branch block. IEEE Trans. BME-34, pp.454-462, 1987.

[8] B.N. Cuffin, and D.B. Geselowitz, "Studies of the electrocardiogram using realistic cardiac and torso models," IEEE Trans. BME-24, pp.242-252, 1977.

[9] B. Taccard, "Distribution of heart potential on the thoracic surface of normal human subjects." Circulation Research. Vol.12, pp.341-352, 1963

[10] B.S Lynn, A.C.L Barnard, J.H Holt and L.T.A Sheffield, "A proposed method for the inverse problem in electrocardiology." Biophys. J., Vol.7, pp.925-945, 1967

[11] T.A. Cruse, "An improved boundary-integral equation method for three dimensional elastic stress analysis," Comput. Struct. Vol. 4, pp.741-754, 1974.

[12] W.T Miller, III and Ceselowitz D.B, "Simulation studies of the electrocardiogram I: the normal heart." Circ. Res. Vol. 43, pp.301-315, 1978.