

廣域에 適用可能한 拋物線形 模型 A Parabolic Model Applicable to Large Area

李 正烈*

Jung Lyul Lee*

1. 서론

컴퓨터의 工學適用과 더불어 淺海파의 算定은 波向線式(Ray Equation)에 근간을 누어 格子上에서 이를 算定하는 方法이 利用되어 왔는데 水深이 복잡하여 波向線이 서로 交叉되는 境遇, 파의 증복에 따른 영향이 반영되지 못한다. Dobson이 제시한 模型이 이러한 파향선법중에서 가장 普遍的으로 適用되어 왔다. 이러한 한계를 극복할 만한 접근이 꾸준히 전개되어, Berkhoff (1972)에 의해서 환경사 방정식이 유도되기에 이르렀고 천수, 굴절, 회절, 반사등 파랑의 제 현상을 반영할 수 있는 모델이 수립되기 시작하였다. 淺海波浪模型은 橢圓形, 拋物形, 雙曲形등이 있으며 理想的인 海底地形에 대해서는 檢證되었으나 自然 現場에의 適用에는 아직도 서로 상이한 결과를 제공하는 실정이다. Lee and Wang (1992)은 이 환경사 방정식을 이용한 대표적인 유한차분 수치 모델들의 분석 결과를 제시하였는 데 모든 현상에 부렸이 越等한 모델이 없어 경우에 따라서 모델을 선정해야 하는 비효율성을 지적한 바 있다. 사실 수치상의 接近도 용이하지 않아 환경사 방정식이 제시된 후 20년이 지난 현재도 全大候 파랑 모델의 開發이 요구되고 있는 상태이다.

불규칙파는 다양한 수기를 갖고 있으므로 광역에 적용가능한 규칙파 모델이 불규칙파 해석에 적용가능하다. 그동안 광역에 즐겨 사용되어 왔던 파랑 모델로는 타원형 파랑 모델(Ebersole, 1985)과 포물선형 모델(Radder, 1979; 서, 1991; 이와 이, 1994)이 있다. 그러나 기존의 포물선형 모델은 광역에 적용시 특히 광각(wide angle)인 경우, 수치계산 진행방향에 대하여 직각 방향으로 의 격자당 값의 변화폭이 너무 커 수치결과를 신뢰할 수 없다. 타원형 모델은 진행파로 가정하고 유도된 식을 사용함으로써 구조물 또는 천퇴 후면에서 파랑이 교차하는 현상을 올바르게 재현하지 못하고 교차파의 평균된 특성으로 진행하도록 하는 모순을 낳고 있다. 따라서 후면에서 상당히 떨어진 지점에서도 파고의 과대 평가를 유발하며 또한 수치 결과가 평활화(smoothing)된다는 단점이 있다. 그 밖에 광역에 적용하려는 최근의 시도로는 Lee와 Wang(1992)에 의해서 타원형 식을 상미분화 하고 Gragg의 수치방법을 사용한 수치모델과 Li와 Anastasiou (1992)에 의해서 수면 속도포텐셜에 자연 로그(log)를 취하여 개발한 모델들이 있다.

본 연구에서는 광역에서의 규칙파 파고 예측을 위한 새로운 접근 방법을 제시한다. 기본 개념은 실제 유입되는 파의 주기보다도 큰 주기로 파를 변형시키되 파속이 유지되도록 파장을 늘리고

* 성균관 대학교 토목공학과(Department of Civil Engineering, Sung Kyun Kwan University, Suwon Campus, Suwon 440-746, Korea)

또한 파의 군속도도 유지시켜 준 격자에 대해서도 파의 천수 및 굴절 현상이 제대로 반영되도록 하였다. 파의 회절현상은 실제 입력조건에 의한 결과와 근사한 결과를 낳도록 시도되었다.

2. 파랑모델의 개선

본 연구의 목적은 파장당 격자의 수를 증가시키기 위해 수치모델 상의 파의 주기를 원래의 주기보다 확장하려는 데 있으며 이에 따른 파랑 변형 현상의 유지 여부를 검토하는 것이 필요하다. 파랑 변형 현상으로는 천수(shoaling), 굴절(refraction), 회절(diffraction), 반사(reflection) 현상 등이 있으며 비선형을 제외한 그 모든 현상은 완경사 방정식을 이용한 모델로 재현되고 있다. Berkhoff(1972)에 의해 제시된 완경사 방정식은 다음과 같이 수면 속도 포텐셜의 함수로 주어진다..

$$\nabla \cdot (CCg\nabla\phi) + k^2CCg\phi = 0 \quad (1)$$

여기서 ϕ 는 평균수면에서의 속도 포텐셜, C 는 파속, Cg 는 군속도, k 는 파수이고 ∇ 은 수평 미분 연산자이다. 위 식은 파고와 파수 벡터의 함수로 ϕ 를 표현하여 파랑 에너지 보존식으로 다음 결과를 낳는다.

$$\nabla \cdot (Cg \frac{K}{k} H^2) = 0 \quad (2)$$

$$K^2 = k^2 + \frac{\nabla^2 H}{H} \quad (3)$$

식 (2)는 파의 에너지 (또는 H^2)가 보존되도록 하기 위해서는 군속도와 굴절로 인한 파향이 유지되어야 함을 보이고 있다. 굴절로 인한 파향에 직접 영향을 미치는 것은 파속이므로 어떠한 경우든 군속도와 파속이 유지되는 한 식 (2)는 만족될 수 있다. 식 (3)은 회절과 관계되는 식으로 Eikonal 식이라고 하며 다음과 같이 큰 오차 없이 근사적으로 표현될 수 있다 (Kirby, 1983).

$$K^2 = k^2 + \Delta k^2 \quad (4)$$

여기서 $\Delta k^2 = \nabla^2 H/H$ 로 정의 된다. 회절이란 식(4)의 제 2항이 암시하는 바와 같이 파고의 수평적 변화로 인한 보정으로 동일한 회절효과를 얻기 위하여는 이 항의 값이 동일한 값으로 유지되어야 한다. 따라서 회절은 파수의 보정으로 인한 파속의 변화로 생기는 굴절 현상의 하나이다. 따라서 식 (4)는 파속의 항으로 다음과 같이 표현하여 일반성을 갖는다.

$$\left(\frac{K}{\sigma}\right)^2 = \left(\frac{k}{\sigma}\right)^2 + \left(\frac{\Delta k}{\sigma}\right)^2 \quad (5)$$

여기서 σ 는 각주파수로 $\frac{2\pi}{T}$ 로 정의된다.

파의 굴절 현상은 파속(wave speed)의 차이로, 파의 천수 현상은 군속도(group velocity)의 차이로부터 생기므로 파속과 군속도를 유지시켜 줌으로써 재현될 수 있는 현상들이다. 따라서 먼저 실제 파주기부터 얻은 파속과 군속도를 계산하여 식 (1)의 파속 C와 파의 군속도 Cg로 사용하면 된다. 다음으로 예정된 격자에 대해 충분한 파장이 확보되도록 파주기를 변형한다. 변형된 파주기에 대해서 개방경계에서 입력되는 파는 원래의 파속과 군속도를 확보하기 위해 수심의 변경이 있어야 한다. 그러나 그런 수심에 대한 파속과 군속도는 이미 계산되어 있으므로 그에 상응하는 수심의 변경을 요구하지는 않는다.

모델에서 파가 원래 파속으로 진행하기 위해 변형된 파주기에 대해 변형되는 파수는 다음과 같다.

$$\tilde{k} = \frac{T}{\tilde{T}} k = \frac{\tilde{\sigma}}{\sigma} k \quad (6)$$

따라서 식 (1)은 변형된 주기를 갖는 입력조건에 대해서 다음과 같이 변형된다.

$$\nabla \cdot (CCg \nabla \tilde{\phi}) + \tilde{k}^2 CCg \tilde{\phi} = 0 \quad (7)$$

그 때 식 (7)이 놓는 Eikonal 식은 다음과 같다.

$$\tilde{K}^2 = \tilde{k}^2 + \Delta \tilde{k}^2 \quad (8)$$

$\tilde{\sigma}^2$ 으로 나누어,

$$\left(\frac{\tilde{K}}{\tilde{\sigma}}\right)^2 = \left(\frac{\tilde{k}}{\tilde{\sigma}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \tilde{k}}{\tilde{\sigma}}\right)^2 \quad (9)$$

윗 식의 좌변은 회절효과에 의하여 변형된 파속의 자승을 나타낸다. 따라서 원래 주기에 대한 회절 효과와 동일한 결과를 얻도록 하기위하여 식 (5)와 비교되어 보정된 환경사 방정식은 변형된 속도포텐셜 $\tilde{\phi}$ 로 표현하여 다음과 같다.

$$\nabla \cdot (CCg \nabla \tilde{\phi}) + \tilde{k}_m^2 CCg \tilde{\phi} = 0 \quad (10)$$

$$\text{여기서 } \tilde{k}_m^2 = \left[\tilde{k}^2 - \left(1 - \frac{\tilde{\sigma}^2}{\sigma^2}\right) \Delta \tilde{k}^2 \right]$$

식 (10)이 본 연구에서 제안되는 환경사 방정식으로, 원래 입력되는 주기보다 큰 주기를 입력으로 하여 계산영역내 파고 및 파향을 추정하는 경우에 제안된다.

Tilde를 생략하고 대체된 주기에 대하여 식 (1)은 Radder (1979)에 의해 다음과 같은 Helmholtz형의 식으로 변형될 수 있다.

$$\nabla^2 \phi + k_c^2 \phi = 0 \quad (11)$$

여기서 $\phi = (CCg)^{0.5} \phi$ 이고 $k_c^2 = k_m^2 - \nabla^2 (CCg)^{0.5} / (CCg)^{0.5}$ 이다. 식 (11)는 수치해석상의 便利를 도모하기 위하여 포물선형 성분과 비 포물선형 성분으로 분류된다. 어떤 일반성의 손실없이 속도포텐셜, ϕ 는 또한 다음 식 (12)에서와 같이 표현될 수 있다.

$$\phi = Ae^{ik_o x} \quad (12)$$

여기서 k_o 는 일정한 값으로 본 연구에서는 의해 경계조건의 편리상 外海 경계에서 x 방향의 파수성분으로 한다. 식 (11)에 식 (12)을 대입하여 다음을 얻는다.

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + 2ik_o \frac{\partial A}{\partial x} + (k_c^2 - k_o^2)A + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0 \quad (13)$$

언급하였듯이 식 (13)은 식 (11)의 또다른 표현으로 간주될 수 있다. 이를테면 반사파를 무시했다던지 파의 수진행방향이 x 축이어야 한다는지 하는 가정이 전혀 包含되지 않았다. 그러나 만약 그런 가정이 식 (4)에 적용된다면, 첫번째 항은 無視할 만하고 다음과 같은 포물선형 근사식이 될 수 있다.

$$2ik_o \frac{\partial A}{\partial x} + (k_c^2 - k_o^2)A + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0 \quad (14)$$

윗 식을 x 로 미분하고 식 (13)의 A의 2차 미분항을 소거하면,

$$-(k_c^2 + 3k_o^2) \frac{\partial A}{\partial x} + 2ik_o (k_c^2 - k_o^2)A + 2k_o A \frac{\partial k_c}{\partial x} + (2ik_o - \frac{\partial}{\partial x}) \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0 \quad (15)$$

위에 주어진 식 (15)가 본 研究에서 수치해석되는 拋物型近似式이다.

3. Ito와 Tanimoto실험에 적용

Ito와 Tanimoto(1972)가 실험한 천퇴의 조건에서 수치실험이 수행되었다. 아래 표에 파랑 및 모델의 조건이 제시되었으며 입사파의 진행방향은 x 방향이다.

주기	입사파고	입사파향	NX	NY	Δx	Δy
0.511sec	0.01m	0°	91	91	0.08m	0.08m

원래의 주기인 0.511초에 대하여 Section 1, 2, 3에서의 실험자료와 본 수치모형의 결과가 그림 1에서 비교되었는데 상당히 만족할 만한 결과를 주고 있다. 원래의 주기보다 2배인 주기가 적용되지만 천수, 굴절만이 보정된 경우(No Diffraction Adjustment)와 천수, 굴절, 회절 능 모든 현상이 유지되도록 한 경우(Diffraction Adjustment)의 수치결과가 그림 2에서 실험자료와 비교되었다. 회절 보정이 적용되지 않은 경우 천퇴 후면에서의 파의 집중이 재현되지 않지만 회절 보정이 적용된 경우는 만족할 만한 결과를 제공하고 있다. 그림 3과 4는 원래 주기보다 각각 3배, 4배의 주기가 적용되었을 경우의 결과로 3배의 경우까지는 만족할 만한 결과를 주지만 4배인 경우 파고의 최저점이 벗어나고 있다. 이 이유는 한파장내에 천퇴가 완전히 포함되기 시작하면서 생기는 오류로 생각된다. 따라서 실제 100m 격자망에서 본 포물선형 모형이 적용된다면 광각에 대해서도 최소 500m의 파장이 적용될 수 있고 5격자이내로 급격한 회절을 보이는 지형이 아니라면 본 모형의 적용에 부리가 없으리라 사료된다.

參考文獻

- 서승남, 1990. 포물형 근사식에 의한 천해파 산정모형, 한국해안·해양공학회지, 2(3), 134-142.
- 이정렬, 이동영, 1994. 포물선형 수치기법에 의한 항내 정온도 모델의 개발, 한국해안·해양공학회 1994년도 정기학술강연회 발표논문 초록집, 58-61.
- Berkhoff, J.C.W. 1972. "Computation of combined refraction-diffraction," Proc. 13th ICCE, ASCE, pp.471-490.
- Booij, N. 1981. "Gravity waves on water with non-uniform depth and current," Rep. No. 81-1, Department of Civil Engineering, Delft University of Technology.
- Ebersole, B.A., 1985. "Refraction-diffraction model for linear waves," ASCE, J. Waterway Port Coastal Ocean Eng., 111:939-953.
- Kirby, J.T. 1986. "Higher-order approximations in the parabolic equation method for water waves," J. Geophys. Res., 91: 933-952.
- Lee, J.L. and Wang, H. 1992. "Evaluation of numerical models on wave-current interactions," Proc. 23rd ICCE, ASCE, pp.432-446.
- Li, B, Reeve, D.E., and Fleming, C.A., 1992. "Numerical solution of the elliptic mild-slope equation for irregular wave propagation," Coastal Eng., 20:85-100.
- Radder, A.C. 1979. "On the parabolic equation for water-wave propagation," J. Fluid Mech., 95: 159-176.

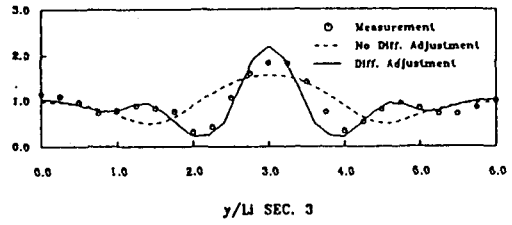
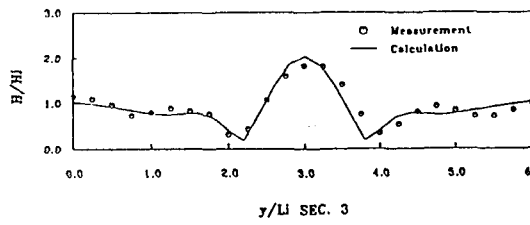
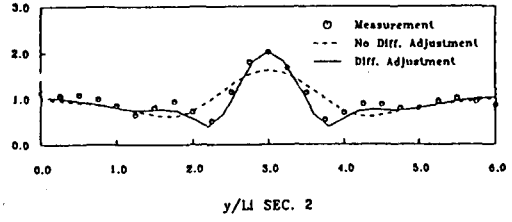
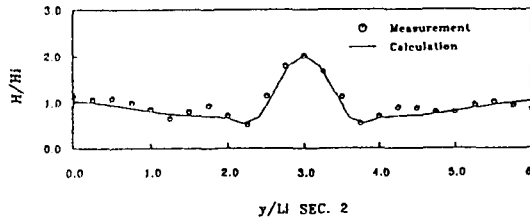
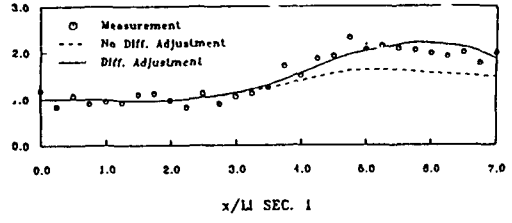
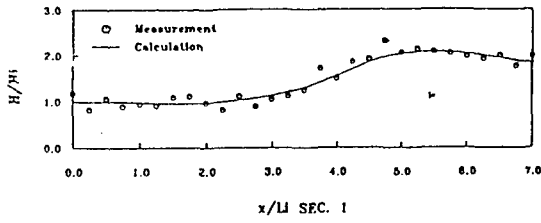


그림 1. 실제 주기하에서 얻어진 수치결과와 실험치와의 비교

그림 2. 2배의 주기 확장에 따른 수치결과와 실험치와의 비교

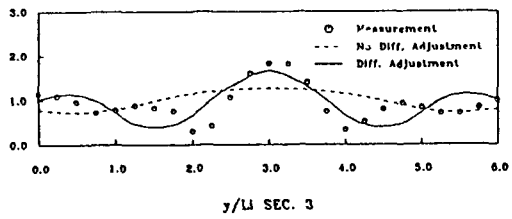
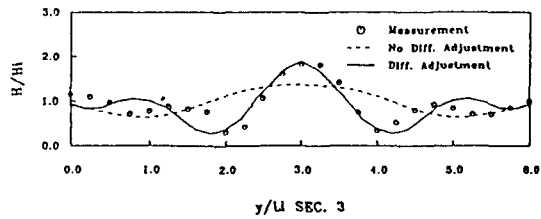
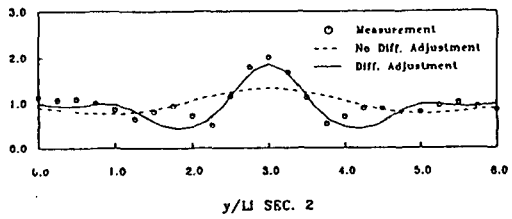
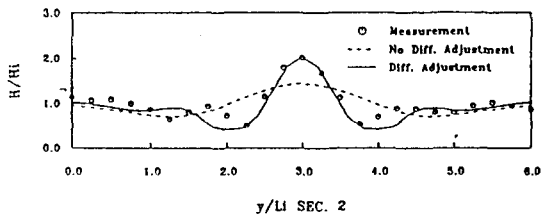
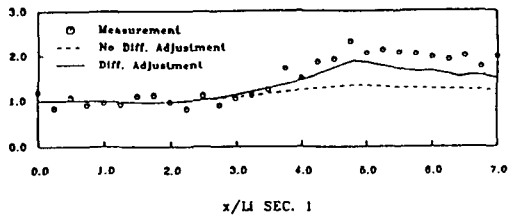
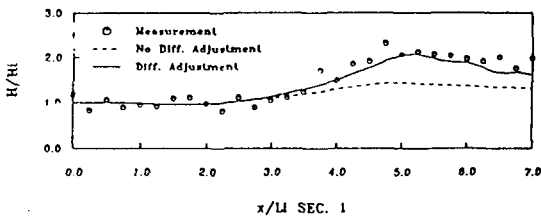


그림 3. 3배의 주기 확장에 따른 수치결과와 실험치와의 비교

그림 2. 4배의 주기 확장에 따른 수치결과와 실험치와의 비교