한국해안·해양공학회 정기학술강연회 발표논문 초록집, 1996년 10월 11~12일

深海波浪의 非線形相互作用에 의한 에너지 傳達의 計算

吳 炳哲*, 李 吉成**

1. 서론

파랑성분간의 비선형상호작용에 의한 에너지의 교환은 스펙트럼 파랑에너지 보존방정식의 중요한 원천항(source)의 하나이며 이의 정확한 계산에 관한 연구가 파랑모델에서 중요한 문제로서 제기되어 왔다. 그러나 비선형에너지 전달을 엄밀하게 계산하는데는 많은 시간이 소요되기 때문에 현재 현업에서는 스펙트럼파라메다로서 간략화한 식을 사용하고 있다.

비선형상호작용은 파랑이 발달하고 있는 풍역에서 중요하기 때문에 비대칭 스펙트럼에 대한 비선형상호작용의 파라매터화는 풍속이 급변하는 풍장에서 매우 중요하다. 실험자료에 의하면 각 파랑성분은 각기 다른 방향으로 진행한다(Forristall *et al.*, 1978). 강한 폭풍(storm) 후에 에너지가 작고 긴 파장을 갖는 파랑이 관측되는데, Hasselmann(1962)은 이것이 파랑의 비선형상호작용의 결과로 나타나는 것으로 설명하였다.

Hasselmann(1963b)은 Neumann 스펙트럼에 대하여 수치계산을 행하여 비선형 에너지 전달률을 계산하는 알고리즘을 제안하였다. 그의 계산에 의하면 비선형상호작용은 파랑 발달에 있어서 스펙트럼 첨두부의 에너지를 증가시키고 고주파 영역의 에너지를 감소시키는 역할을 하는 것으로 나타났다. Webb(1978)는 Hasselmann(1962)이 유도한 식에 새로운 물리적 해석을 하였으며 Hasselmann(1963b)의 방법 보다 빠르고 정확하게 비선형 에너지 전달률을 계산하기 위한 새로운 수치적분법을 제안하여 PM 스펙트럼에 대하여 적용하였다.

현재 세계적으로 널리 사용되고 있는 WAMDI Group의 WAM 모델의 비선형상호작용 계산법은 현업 모델 중에서는 가장 진보된 방법으로 비선형에너지 전달을 파라메타로 처리하하지 않고 파수공간에서 직접 Boltzmann 적분(식(1))을 구한다. 그러나 이 방법에서는 상호작용이 가장 큰 조합 1개에 대해서만 계산하므로 계산정도는 상당히 떨어진다. 따라서 파랑모델의 정도 제고를 위해서는 Boltzmann 적분을 엄밀하고 빠르게 계산할 수 있는 방법이 요구된다.

본 연구에서는 공진조건의 특성을 Webb(1978)의 방법을 적용하여 파랑성분간 비선형상호작용에 의한 에너지 전달항을 엄밀 계산하는 방법에 대하여 고찰하였다. 4개 파랑이 공진을 일으키는 조건식은 파수에 대하여 대칭인 성질을 이용하여 Webb(1978)의 계산법을 보다 빠르게 수행할 수 있다.

2. 비선형상호작용에 관한 Hasselmann의 식

Hasselmann(1962)은 섭동해석법을 Laplace 방정식과 자유수면 경계조건 및 저면 경계조건에 적용하여 무작위 해양파(random sea)의 자유파(free wave) 간의 비선형상호작용에 의한 파랑 에너지의 전달식을 Boltzmann 적분의 형태로 유도하였다. 파랑작용(wave action)을 사용하여 최종식을 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial n_4}{\partial t} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} G(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3, \mathbf{k}_4)\delta(\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2-\mathbf{k}_3-\mathbf{k}_4)\delta(\omega_1+\omega_2-\omega_3-\omega_4) [n_1 n_2(n_3+n_4) - n_3 n_4(n_1+n_2)]\,d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3 \quad (1)$$

* 한국해양연구소 연안공학부
** 서울대학교 토목공학과

여기서 $n_j = n(\mathbf{k}_j, t) = F(\mathbf{k}_j, t)/\omega_j$는 파랑작용(wave action), $F(\mathbf{k}_j, t)$는 파수스펙트럼, $\mathbf{k}_j$는 파수(wave number), $\omega_j = \omega(\mathbf{k}_j) = \sqrt{g\mathbf{k}}$는 각주파수(angular frequency)이다. $G(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3, \mathbf{k}_4)$는 상호작용계수(interaction coefficient) 또는 연계계수(coupling coefficient)로 불리우며 Dungey and Hui(1979)의 식을 사용하여 간편하게 구할 수 있다. 상호작용계수는 $(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$와 $(\mathbf{k}_3, \mathbf{k}_4)$에 대해서 대칭이며 $G(\lambda\mathbf{k}_1, \lambda\mathbf{k}_2, \lambda\mathbf{k}_3, \lambda\mathbf{k}_4) = \lambda^6 G(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3, \mathbf{k}_4)$의 관계가 있으므로 상호작용계수는 파수에 대해서 매우 빨리 증가하는 특성을 갖고 있으며 이는 장파보다는 단파에서 비선형성이 강하게 나타남을 의미한다. 한편 식(1)에서 나타나는 두 개의 delta 함수는 4개파의 공진조건(resonance condition)을 나타내며 각각 상호작용하는 4개 파랑간의 운동량 보존과 에너지 보존을 의미한다.

3..비선형에너지 전달식의 수치적분

6중적분으로 표현된 식(1)을 수치적분하기 위하여 Webb(1978)가 정의한 전달함수(transfer function)을 사용하여 식(1)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$W(\mathbf{k}_3) = \omega(\mathbf{k}_1) + \omega(\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4 - \mathbf{k}_1) - \omega(\mathbf{k}_3) - \omega(\mathbf{k}_4) = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial n_4}{\partial t} = \int_{\mathbf{k}_1} \oint_C G(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3, \mathbf{k}_4) |\nabla W|^{-1} [n_1 n_2 (n_3 + n_4) - n_3 n_4 (n_1 + n_2)] \, d s \, d\mathbf{k}_1 \tag{3}$$

식(2)는 공신조선으로 부터 구해지며 5차원의 초평면을 나타낸다. 그러나 $\mathbf{k}_1$과 $\mathbf{k}_4$를 고정시켰기 때문에 평면상의 곡선을 나타나며 s는 그 곡선상을 따르는 좌표를 의미한다. Webb(1978)는 공진조건을 활용하여 식(1)의 6중적분을 식(3)의 3중 적분으로 바꾸어 비선형에너지 전달을 계산하였다. 본 연구에서는 식(2)의 성질을 사용하여 식(3)의 적분을 빠르게 수행할 수 있는 방법에 대하여 고찰하였다. $\mathbf{k}_1$과 $\mathbf{k}_4$가 주어졌을 때 식(2)의 궤적은 계란형의 곡선을 나타내며 파수가 $\lambda\mathbf{k}_1$, $\lambda\mathbf{k}_4$에 대한 궤적은 $\mathbf{k}_1$, $\mathbf{k}_4$에 대한 궤적과 동일한 형상을 가지며 곡선상의 좌표가 λ배 됨을 알 수 있다. 따라서 식(3)의 적분에 있어서 파랑작용항을 제외한 다른 항에 대해서는 기본적인 $(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_4)$쌍에 대한 값에 λ^n을 곱하여 얻을 수 있으므로 기본쌍에 대한 피적분함수를 미리 계산해 놓으면 계산시간을 상당히 단축시킬 수 있다. Webb(1978)의 방법을 이용하는 경우 하나의 스펙트럼에 대한 비선형에너지 전달의 계산시간은 Pentiumm 133MHz 환경에서 약 30분이 소요된다. 그러나 본 연구의 방법을 사용하면 2분 이내에 계산할 수 있다. 그림 1은 JONSWAP 스펙트럼에 대한 비선형에너지 전달의 엄밀 결과를 나타낸다.

4. 결론

본 연구에서는 공진조건의 특성을 세밀히 고찰하여 파랑발달의 중요한 에너지 원천항인 비선형에너지 전달을 빠르게 계산하는 방법에 대하여 고찰하였다. JONSWAP 스펙트럼에 대한 계산 결과 발달중인 풍파에서 비선형에너지 전달항은 스펙트럼의 첨두위치를 저주파 영역으로 이동시키는 역할을 함을 알 수 있으며 이는 JONSWAP 실험결과와도 일치한다. 비선형전달의 엄밀계산법이 현업의 파랑모델에 적용되기 위해서는 계산을 0.1초 이내로 줄여야 하므로 본 연구의 방법도 현업에는 적용하기에는 어려움이 있으므로 계산시간을 단축하여 현업에 사용할 수 있는 계산법에 대한 지속적인 연구가 필요하다.

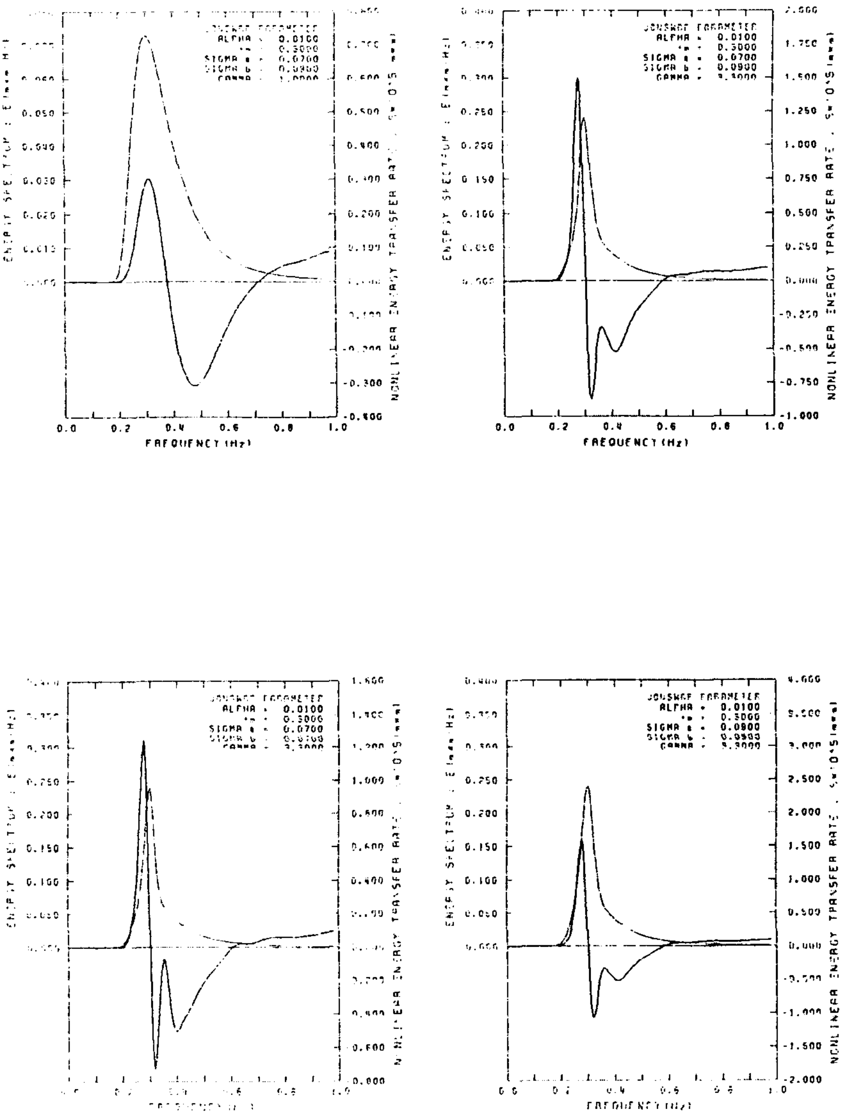
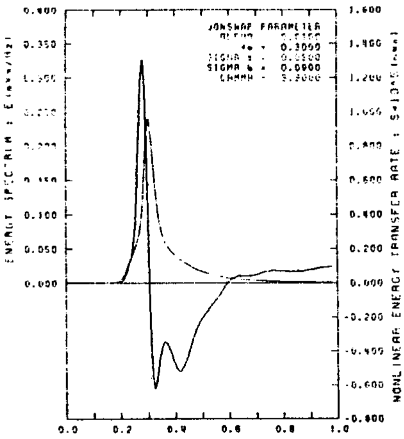
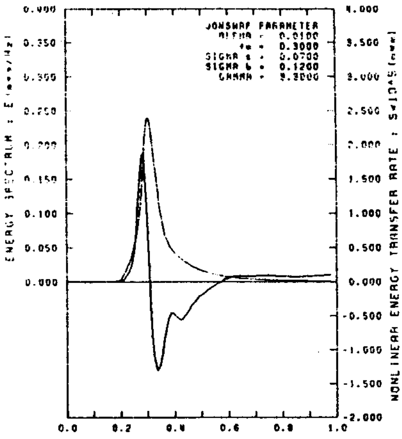
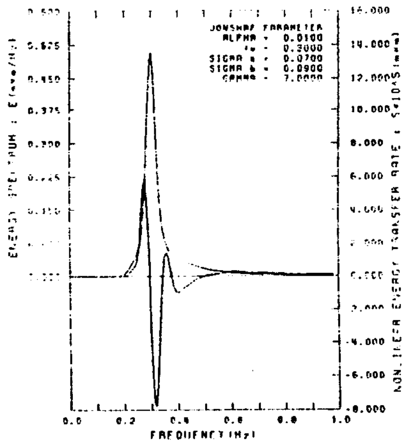


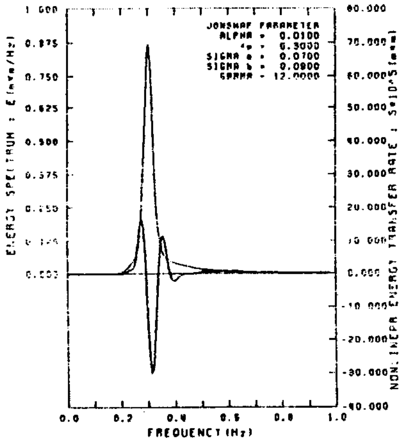
그림 1 JONSWAP 스펙트럼과 비선형상호작용에 의한 에너지 전달률

(계속)

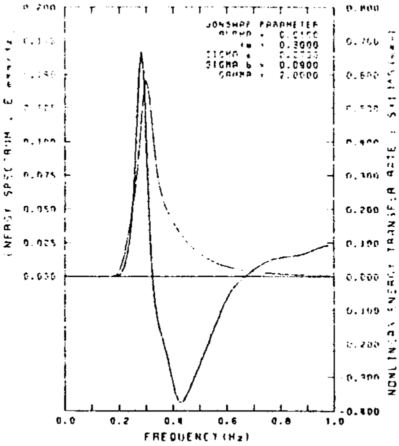

JONSWAP PARAMETER
fp = 0.3000
SIGMA b = 0.0900
ENERGY SPECTRUM : E
NONLINEAR ENERGY TRANSFER RATE
FREQUENCY (Hz)

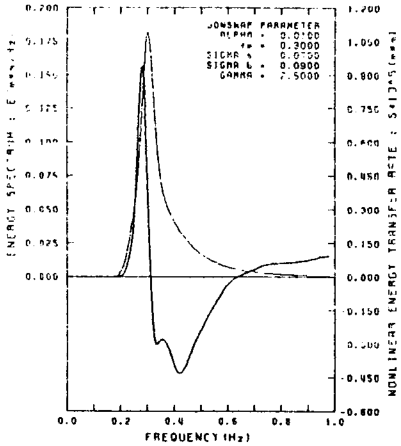

JONSWAP PARAMETER
fp = 0.3000
SIGMA a = 0.0700
SIGMA b = 0.1200
ENERGY SPECTRUM : E
NONLINEAR ENERGY TRANSFER RATE
FREQUENCY (Hz)


JONSWAP PARAMETER
ALPHA = 0.0100
fp = 0.3000
SIGMA a = 0.0700
SIGMA b = 0.0900
GAMMA = 7.0000
ENERGY SPECTRUM : E
NONLINEAR ENERGY TRANSFER RATE
FREQUENCY (Hz)


JONSWAP PARAMETER
ALPHA = 0.0100
fp = 0.3000
SIGMA a = 0.0700
SIGMA b = 0.0900
GAMMA = 12.0000
ENERGY SPECTRUM : E
NONLINEAR ENERGY TRANSFER RATE
FREQUENCY (Hz)

(계속)


JONSWAP PARAMETER
fm = 0.3000
SIGMA b = 0.0900
FREQUENCY (Hz)
0.0 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0


JONSWAP PARAMETER
ALPHA = 0.0100
fm = 0.3000
SIGMA a = 0.0700
SIGMA b = 0.0900
GAMMA = 2.5000
ENERGY SPECTRUM
NONLINEAR ENERGY TRANSFER RATE
FREQUENCY (Hz)
0.0 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0