

충격력 재현에 관한 연구 (A Study on the Impact Force Reconstruction)

조창기*, 이규섭*, 류봉조**, 이종원**
(*:국방과학연구소, **:대전산업대학교)

ABSTRACT

Force shape control for impact test is required in order to simulate dynamic reponse of structures which is subjected to impact force. In this paper, the mechanisms of contact and impact force generation are analyzed and tested with a simple test equipment. It was carried out for the pre-design of impact force reconstruction apparatus.

1. 서 론

많은 경우에 있어 구조물에 가해지는 하중은 동하중 형태가 대부분이며 가장 일반적인 동하중이 충격력 형태로 나타난다. 대표적인 경우가 프레스, 화포 및 각종 동력장치 등이다. 그러나, 이러한 충격력의 형태는 매우 다양하여 경우에 따라 그 특성을 정의하기가 매우 어렵다. 그러므로 구조물의 동특성 해석은 일반적으로 정현파나 불규칙 파형의 가진력으로 도달 해석을하여 정상거동에 대한 해석을 하는 것이 일반적이며 충격력에 의한 천이운동해석은 어려운 실정이다. 이와같이 동적 구조물의 응답특성이 외력의 형태에 따라 다양하게 표현되므로 구조설계에 있어, 모우드 해석(Modal Analysis)과 같이 구조의 동적 파라미터를 추출하여 구조계를 해석하고 동적 응답 (Dynamic Response)을 산출하는 일반적 설계 해석 과정의 중요성은 이미 인정되고 있지만, 한편으로 구조물에 가해지는 외력의 정확한 평가에 대한 중요성이 새롭게 인식되어 1980년대 이후, 외력 재현(Force Reconstruction)에 대한 연구가 활발하게 이루어지고 있다.^{[1][2]}

한편, 많은 기계 구조물들에 대한 내구수명 및 피로수명 등의 판단을 위해서 실제 상황에서의 충격력을 재현할 필요성이 크게 대두되고 있다.

구조물을 구성하는 봉, 보 및 판 등의 탄성체는 충격중에 충격체의 진동과 국부변형이 동시에 일어난다. Timoshenko 는 처음으로 보의 중앙에 구가 충돌하는 경우에 대해 Hertz의 접촉 법칙을 이용한 국부변형과 Euler 보 이론(Bernoulli-Euler beam theory)을 이용한 진동 영향을 조합하여 두 가지 이론을 결합한 방법을 제시하였으나, 적분방정식을 구성하고 해를 구하는 과정이 매우 복잡하고 지루하기

때문에 이것을 단순화 시키려는 노력이 계속되었다.^{[3][4][5][6]}

본 연구에서는 충격력을 받는 구조물에 대한 여러 가지 목적의 충격시험을 위해 충격력 재현기의 설계기법을 연구하며, 충돌접촉부의 해석과 2자유도 충돌체에 의한 충격력 형상 제어에 대해 검토한다.

2. 충돌역학

2.1 탄성체 충돌시 발생하는 접촉부의 역학

두 탄성체가 충돌하는 경우 발생하는 역적관계는 주로 두 탄성체의 탄성계수에 의해 결정되지만, 지엽적인 접촉부의 역학관계는 접촉부의 기하학적 형상에 따라 크게 달라진다. 그러므로 고유한 형태의 충격력을 주기 위한 장치(Impact hammer 등)는 접촉부의 형상이 일정하게 유지되도록 일반적으로 구형을 갖도록 설계된다.

Fig.1은 고무나 플라스틱과 같이 비교적 강성이 작은, 접촉부가 구형인 탄성체가 강성이 큰 구조물의 표면에 충돌하는 경우를 근사화한 모델이다.

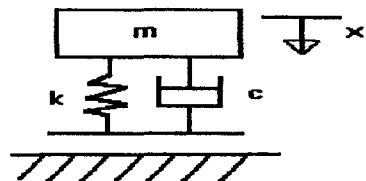


Fig.1 Mathematical model for the contact mechanism between soft projectile and hard surface.

Fig.1의 모델에 대해 충돌시의 운동방정식은 다음과 같이

$$m\ddot{x} + F = 0 \quad \text{-----}(1)$$

가 된다.

여기서 F는 두 탄성체 사이에 작용하는 충격력으로 Fig.2와 같은 half sine 함수형태가 된다.

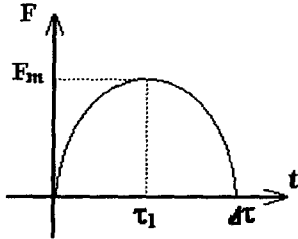


Fig.2 The general shape of impact force

충돌시의 초기조건은 $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = v_0$ 가 되며, 운동량 보존의 법칙에 의하여

$$\int_0^{\tau} m\dot{x}dt + \int_0^{\tau} Fdt = 0 \quad \text{-----}(2)$$

의 관계를 갖는다.

충돌지속시간(duration time) $\Delta\tau$ 에서의 변위 및 속도를 x_j 와 v_j 라 하면 식(2)는

$$\frac{1}{2} m(v_j^2 - v_0^2) + \int_0^{\Delta\tau} Fdx = 0 \quad \text{-----}(3)$$

가 된다. 또한 v_j 는 반발계수 e 와 초기속도 v_0 를 사용하여

$$v_j = -e v_0 \quad \text{-----}(4)$$

가 된다.

식(3)과 (4)에서

$$e^2 = 1 - \frac{2}{m v_0^2} \int_0^{\Delta\tau} Fdx \quad \text{-----}(5)$$

가 되며,

$$\Delta\tau = \int_0^{x_m} \frac{1}{v} dx + \int_{x_m}^{x_f} \frac{1}{v} dx \quad \text{---}(6)$$

의 관계로부터 구할 수 있다. 여기서 x_m 은 최대 변위이다. 탄성체의 구조감쇠는 대부분 0.1 미만의 작은 값이므로 Fig.1의 모델이 선형 스프링만으로 지지되어 있다고 가정하면

$$F = k_s x \quad \text{-----}(7)$$

이 된다.

Hertz의 모델은

$$F = k_h x^{3/2} \quad \text{-----}(8)$$

의 관계식을 제시하고 있다.

충격력 형상을 결정하는 중요한 값인 최대 충격력과 충돌지속시간 $\Delta\tau$ 는 각 모델에 대해 다음과 같이 표현된다.^[7]

선형 모델 :

$$F_m = k_s x_m \quad \text{-----}(9)$$

$$x_m = v_0 \sqrt{\frac{m}{k_s}} \quad \text{-----}(10)$$

Hertz 모델 :

$$F_m = \frac{1.140m v_0^2}{x_m} \quad \text{-----}(11)$$

$$\Delta\tau = 2.9432 \frac{x_m}{v_0} \quad \text{-----}(12)$$

2.2 2자유도 충돌체의 충격역학

식(10)에서 충격력 지속시간은 충돌 진동계의 고유진동수와 관계됨을 알 수 있다. 2자유도 진동계는 동흡진기로도 많이 응용되고 있지만 첨가된 질량과 스프링이 계의 고유진동수를 변화시키므로 충격력의 형상이 변하게 된다. Fig.3은 2자유도 충돌체의 선형 모델이다.

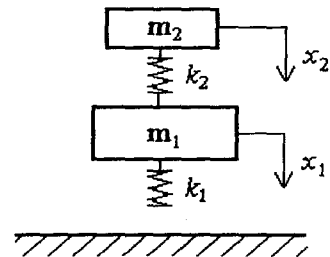


Fig.3 Linear model of 2 d.o.f. impactor.

이 계의 운동방정식은

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_2^2 & -\omega_2^2 \\ -\omega_2^2 & \omega_2^2 + \mu\omega_1^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{-----}(13)$$

여기서, $\omega_1^2 = k_1/m_1$, $\omega_2^2 = k_2/m_2$,

$\mu = m_2/m_1$ 이다. 이 계의 고유진동수를 λ_1

λ_2 라 하면 운동방정식(13)의 해는

$$x_1(t) = \frac{v_0}{\left\{ \left(\frac{\omega_2}{\lambda_1} \right)^2 - \left(\frac{\omega_2}{\lambda_2} \right)^2 \right\}} \left[\left\{ \left(\frac{\omega_2}{\lambda_1} \right)^2 - 1 \right\} \frac{1}{\lambda_1} \sin \lambda_1 t \right. \\ \left. - \left\{ \left(\frac{\omega_2}{\lambda_2} \right)^2 - 1 \right\} \frac{1}{\lambda_2} \sin \lambda_2 t \right] \text{-----(14)}$$

$$x_2(t) = \frac{v_0}{\left\{ \left(\frac{\lambda_2}{\omega_1} \right)^2 - \left(\frac{\lambda_1}{\omega_1} \right)^2 \right\}} \left[1 - \left(\frac{\lambda_2}{\omega_1} \right)^2 \right] \\ \left\{ \mu \left[1 - \left(\frac{\lambda_1}{\omega_1} \right)^2 \right] - \left(\frac{\lambda_1}{\omega_1} \right)^2 \right\} \frac{1}{\lambda_2} \sin \lambda_2 t \\ - \left[1 - \left(\frac{\lambda_1}{\omega_1} \right)^2 \right] \left\{ \mu \left[1 - \left(\frac{\lambda_2}{\omega_1} \right)^2 \right] \right. \\ \left. - \left(\frac{\lambda_2}{\omega_1} \right)^2 \right\} \frac{1}{\lambda_1} \sin \lambda_1 t \text{-----(15)}$$

가 되며, 충돌시 발생하는 충격력 F는

$$F = k_1 x_1 \text{-----(16)}$$

이 된다.

Fig.4는 부가된 질량 m_2 와 스프링 k_2 가 충격력 형상에 미치는 영향을 도시하고 있다. μ 와 ω_2/ω_1 이 증가함에 따라 충격력의 형태는 부가시스템의 특성에 의해 결정되며, 적절하게 μ 와 ω_2/ω_1 의 값을 결정해 주면 여러 가지 모양의 충격력을 만들 수 있다.(Fig.4 참조)

3. 실험 및 결과

자유도 충돌 접촉 모델에 대한 실험은 Fig.5와 같이 해머에 임피던스 헤드를 부착한후, 해머의 다른 끝단을 힌지로 하여 자유 낙하시킴으로써 수행하였다. 해머의 낙하높이를 변화시킴으로써 다양한 초기속도 v_0 의 값을 적용할 수 있었으며, 헤드부 및 바닥재의 재료를 강, 플라스틱 및 고무 등으로 교체 해가며 시험을 수행하여 스프링 상수 k 값의 변화를 유도하였다. 시험 결과 획득된 가속도 및 충격력 데이터를 이용하여 초기속도 v_0 , 최대 변형량 x_m , 충돌지속시간 Δt 를 계산하였다. Table 1은 실험결과를 정리한 것으로, 결과치는 4회 반복시험한 데이터를 해석한 후 그 결과를 평균한 값이다.

실험 결과 Hertz의 모델은 최대충격력 및 충격지속시간이 작게 나타났으며, 이것은 전체 운동량이 평균가절하되는 경향을 보이는 것이다. 스프링 상수값은 $k_e < k_h < k_s$ 로 선형 모델은 접촉부의 역학관

계를 설명하기 어렵다는 것을 보여주고 있다.

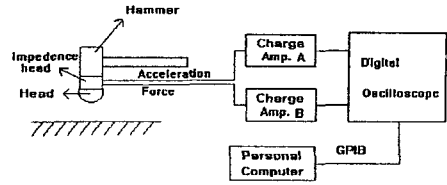


Fig.5 Experimental setup

Table 1. Experimental results for the contact mechanism of impactor

| 충돌 방법 | 초기 속도 v_0 (mm/s) | 최대 충격력 F_m (N) | | 충돌지속시간 Δt (msec) | | | 스프링 상수 k (kN/m) | | |
|--------------------|--------------------|------------------|-------|--------------------------|----------|-------|-------------------|-------|-------|
| | | 실험치 | Hertz | 실험치 | 선형 Hertz | Hertz | k_e | k_s | k_h |
| | | | | | | | | | |
| Steel head와 고무판 | 170 | 30.3 | 21.6 | 8.90 | 9.63 | 8.95 | 36.3 | 59.1 | 42.1 |
| | 250 | 58.4 | 40.8 | 7.42 | 7.92 | 7.15 | 54.8 | 96.4 | 67.3 |
| 고무 head 와 steel판 | 156 | 22.4 | 19.5 | 9.64 | 9.66 | 8.90 | 34.9 | 47.5 | 41.2 |
| | 245 | 45.0 | 40.8 | 7.56 | 7.55 | 6.89 | 59.2 | 78.3 | 71.2 |
| 플라스틱 head 와 steel판 | 44.4 | 30.4 | 32.1 | 2.06 | 2.02 | 1.64 | 854 | 1226 | 1294 |
| | 63.8 | 73.6 | 72.5 | 1.68 | 1.37 | 1.07 | 1910 | 3180 | 3135 |
| 고무 head와 고무판 | 254 | 38.3 | 30.5 | 9.70 | 10.30 | 9.48 | 31.5 | 46.8 | 37.2 |
| | 330 | 55.2 | 46.8 | 8.56 | 9.01 | 8.22 | 42.2 | 59.9 | 50.7 |

2자유도 충돌시험은 Fig.6 과 같이 충돌체를 제작 하여 낙하시험을 수행하였다. 출력은 헤드부에 설치한 스트레인게이지로 충격력을, 피스톤 끝단에 설치

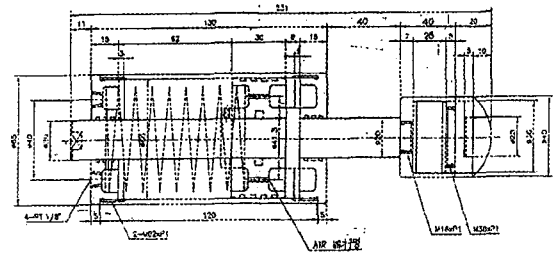


Fig.6 Drawing of 2 d.o.f. impactor

한 가속도계로 가속도를 측정하여 얻었다. 헤드부와 피스톤으로 구성된 질량 m_1 은 1.09kg이며, 외부 실린더로 구성된 질량 m_2 는 0.85kg이다. 외부 실린더를 제거하고 질량 m_1 을 낙하충격시험한 결과 이

계의 $\Delta t \approx 2$ msec이며, 고유진동수 $\omega_1 \approx 50$ Hz가 되었다.

Fig.7은 실린더 내부의 스프링 k_2 를 5kN/m 및 40kN/m를 사용하여 낙하충돌시험한 경우의 충격력 형상을 보여주고 있다. 이 시험 결과는 Fig.4의 시뮬레이션 결과와 유사한 경향을 보이고 있다.

4. 고찰

충돌 접촉 모델에 대한 실험결과는 충격력과 변위의 관계가 Hertz의 모델이나 선형스프링 모델로는 적합하지 않다는 것을 보여주고 있다. 실험결과로 근사화한 힘과 변위의 관계로 스프링 상수 값을 표현하면 식(17)과 같이 스프링 상수값은 1차함수로 나타나고 있다.

$$F = (k_1 + k_2x) x \quad \text{-----}(17)$$

상수 k_1 과 k_2 를 실험데이터를 이용하여 최소자승 방법으로 구한후, 시뮬레이션하여 실험결과와 비교한 것이 Fig.8로써 근사한 결과를 보여주고 있다.

2자유도 충돌체의 모델링에 있어서 접촉 모델의 결과를 적용하면 정밀한 충격력 재현이 가능할 것으로 예상되며, 비선형 시스템에 대한 이론 해석방법은 계속 연구해야 할 과제이다.

5. 결론

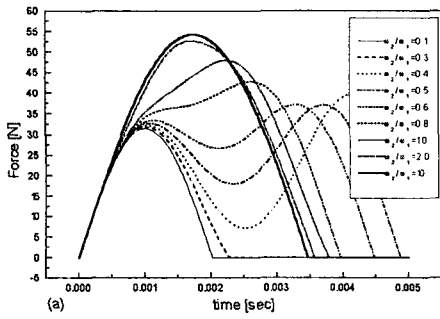
충격력을 받는 구조물에 대한 여러 가지 목적의 충격시험을 위한 충격력 재현기의 설계기법 확보를 목적으로 한 본 연구에서 충돌체 접촉역학, 2자유도 모델 충돌체에 의한 충격력 형상 제어 가능성 등을 이론 및 예비실험으로 검증한 결과 근사한 결과를 얻었다.

참 고 문 헌

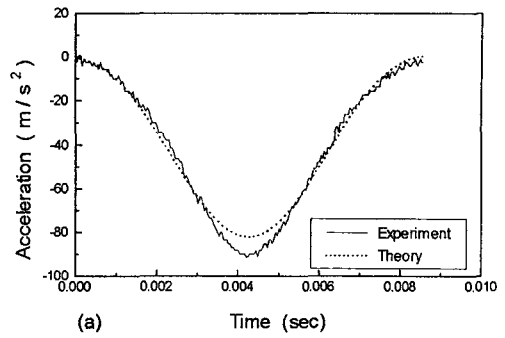
1. H.R. Busby and D.M. Trujillo, "Solution of an Inverse Dynamics Problem using an Eigenvalue Reduction Technique," Computers & Structures, Vol 25, No.1, pp.109-117, 1987
2. H.Ory, H.Glaser and D.Holzdeppe, "Reconstruction of Forcing Functions based on Measured Structural Response," Institute fur Leichtbau, RWTH Aachen, FRG, pp.1-13, 1984
3. Y.Lee, J.F.Hamilton and J.W.Sullivan, "The Lumped Parameter Method for Elastic Impact Problems, J. of Applied Mechanics, ASME, Vol.50, December, pp.823-827, 1983

4. N.Okubo, S.Tanabe and T.Tatsuno, "Identification of Forces generated by a Machine under Operating Condition," Int. Modal Analysis Conf. Vol.3, pp.920-927,1985
5. M.Hansen and J.M.Sarkey, "On predicting and improving the condition of modal model-based Indirect force measurement algorithms," Int. Modal Analysis Conf. Vol.8, pp.115-120
6. S.Odeen and B.Lundberg, "Prediction of Impact Force by Impulse Response Method," Int. J. Impact Engng. Vol.11, No.2, pp.149-158, 1991
7. Goldsmith, W., Impact, Edward Arnold Ltd., London, 1960

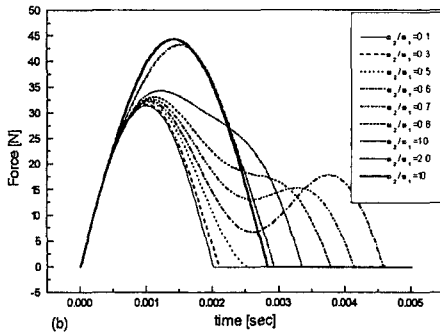
본 연구는 95년도 산학협동재단 학술연구비 지원연구의 부분 결과이며 이에 관계자 분들께 감사드립니다.



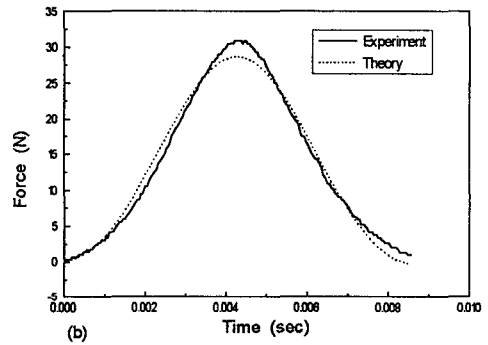
(a)



(a)



(b)



(b)

Fig.4 Impact force patterns depending on added mass and spring

Fig.8 Comparison of experimental results with theoretical results between steel head impactor and rubber floor ($v_o = 0.17\text{m/s}$)

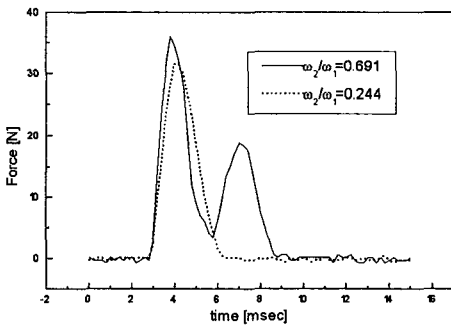


Fig.7 Experimental results using 2 d.o.f. impactor