韓國精密工學會 '96年度 秋季學術大會論文集 pp.861~866

비원형기어를 이용한 부등속 회전기구의 설계 변수에 관한 연구

Determination of Designing Condition for a Velocity of Inequality Rotatonal Equipment with Non-Circular Gears.

차철웅*(건국대 대학원), 최상훈(건국대 기계설계학과)
C. W. Cha(Grafuate school), S.H. Choi(Kon-Kuk Univ)

ABSTACT

The Non-Circular Gears is more advantage than other machinery using link and cam in the automation equipment. We designed Non-Circular Gears for a velocity of inequalty rotational equipment according to the variation of pressure angle, radius of curvature etc., and studied about pitch curve.

Key words : Velocity of inequality Rotational Equipment(부등속 회전기구), Non-Circular Gear (비원형기어), Pitch curve(피치 곡선), Pressure angle(압력각), Radius of Curvature(곡률 반경)

1. 서론

최근의 산업계의 현황을 보면 여러 기구에 대해서 소형화·고속도화·고정도화[1]를 포함한 요구가 높아지고 있다. 이같은 요구에 응하기 위하여 간단한 기구이면서도 복잡하고 순조로운 운동을 얻을 수 있고 특성이 뛰어난 것으로서 비원형기어를 사용한 전달 기구를 들 수 있다. 한쪽의 비원형기어에 등속회전운동을 주면 속비의 변화에 따라 다른쪽 기어의 회전운동에 부등속회전운동이 발생한다. 이것이 비원형기어의 구동 원리이다. 부등속운동기구로서는 링크, 캠, 비원형기어등의 기구가 사용되어져 왔다. 이 중에서 비원형기어를 이용한 부등속회전기구의 장점[2]은 다음과 같다. 첫재 캠에 비해 미끄럼이 적기 때문에 복잡한 운동을 확실하게 고속·고하중으로 전달할 수 있다. 둘째 링크에 비해 간단하고 간결한 설계가 가능하게 되고 구성도 용이하게 된다. 셋째 자동화기구의 설계상 필요한 움직임을 그대로 기어의 형상에 넣을수있기때문에 메카니즘이 간단하게 된다. 종래의 비원형기어기구는 극히 일부분만이 실현되어 있으며[3], 비원형기어 자체에 대한 기구학적 조건의 해명도 불충분하다. 따라서 본 논문의 연구는 비원형기어를 이용한 부등속 회전기구의 입출력 특성을 해명하고 압력각 및 피치 곡선의 곡률 등 설계인자의 한계를 결정하고자 하였다

2. 부등속 회전기구의 변위해석

2-1. 비원형기어의 연속회전 조건

1대의 비원형기어 p 와 q가 맞물려있는 상태를 그림 2-1. 에 표시한다.

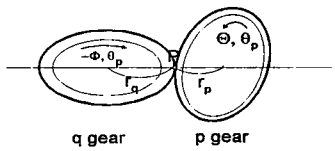

그림 2-1. 1 대의 비원형기어

중심 거리가 일정하다면, 기어 p와 q의 피치 동경 r_p 및 r_q의 합은 항상 일정하기 때문에 이것들의 동경과 각기어의 회전각의 관계는 그림 2-2. 처럼 된다. 이것을 식으로 나타내면

$$qS_p = pS_q \quad \therefore \quad \frac{q}{p} = \frac{S_q}{S_p} \qquad (2\text{-}1)$$

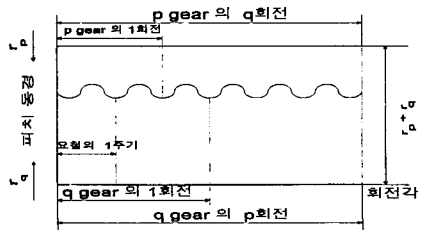

그림 2-2. 비원형기어의 연속 회전 조건

2-2. 변위 곡선

맞물려있는 1대의 기어 p와 q중에서 p차를 구동기어로 할때 각기어의 변위각을 각각 θ_p 와 θ_q로 한다면 입출력회전각 Θ와 Φ의 관계는 $\theta_p = \Theta$, $\theta_q = \Phi$ 이므로 각기어의 피치 동경은 다음식과 같다.

$$r_p = -\frac{\frac{d\Phi}{d\Theta}}{1-\frac{d\Phi}{d\Theta}}\,, \quad r_q = \frac{1}{1-\frac{d\Phi}{d\Theta}}\,b \qquad (2\text{-}2)$$

피치 곡선의 동경(動經)을 항상 양(+)이라고 하면, 입출력 변위 곡선은 그림 2-3.에 나타난 것과 같으며 여기서 Θ_H는 입력축의 회전주기를 나타낸다.

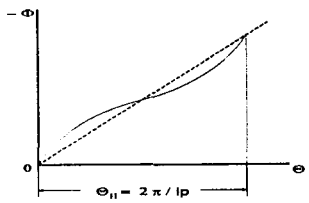

그림 2-3. 1 대의 비원형기어의 변위 곡선

2-3. 부등속 유성기어기구의 형식

유성기어기구에 비원형기어를 도입한 기구를 부등속유성기어기구[3]라 한다. 외기어만으로 된 기어를 I 형 기구라 한다. 또 2 대의 기어중에서 1 대를 외 및 내기어의 조합으로 한 경우를 II형 기구라 하고, 2 대의 외 및 내기어의 조합으로 한 경우를 III 형 기구라 한다. 이것들의 기구를 그림 2-5. 및 2-6. 에 나타냈다. 각 기구에 있어서 입력은 중심거리 b의 회전각 Θ, 출력은 태양기어 d의 회전각 Φ라 한다.

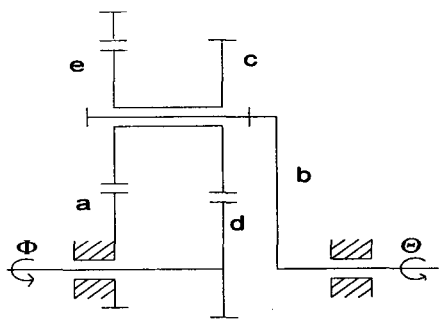

그림 2-4. I 형 기구

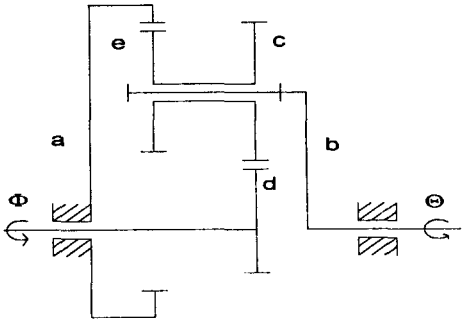

그림 2-5. II형 기구

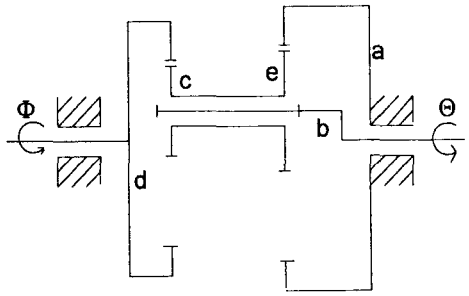

그림 2-6. III형 기구

2-4. 출력축의 운동주기및 진행각

所要의 출력 변위 곡선 $\Phi = \Phi(\Theta)$를 주어 각 기어의 피치 곡선을 얻기위해서 식 (2-2)를 변형하면

$$\begin{cases} r_c = \dfrac{1-\frac{d\Phi}{d\Theta}}{\frac{r_a}{r_e}+1-\frac{d\Phi}{d\Theta}}\,b \\ r_d = \dfrac{\frac{r_a}{r_e}}{\frac{r_a}{r_e}+1-\frac{d\Phi}{d\Theta}}\,b \end{cases} \qquad (2\text{-}3)$$

$$\begin{cases} r_a = \dfrac{1-\frac{d\Phi}{d\Theta}}{\frac{r_c}{r_d}+1-\frac{d\Phi}{d\Theta}}\,b \\ r_e = \dfrac{\frac{r_c}{r_d}}{\frac{r_c}{r_d}+1-\frac{d\Phi}{d\Theta}}\,b \end{cases} \qquad (2\text{-}4)$$

을 얻는다. 따라서 한쪽의 기어열의 피치 동경비가 주어진다면 다른쪽의 기어열의 피치 동경을 얻을수 있다. 그래서 본논문에서는 한쪽의 기어열에 원형기어를 채용하고 그 잇수비를 파라미터로서 기구의 변위 특성을 구했다. 그 결과는 표 2-1.과 같다.

원동축(입력)		중심거리 b의 변위각 Θ	
종동축(출력)		태양치차 d의 변위각 Φ	
원형치차		a, e	c , d
원형치차 치수비		$n = r_a / r_e$	$n' = r_c / r_a$
비원형치차	피치 동경	$r_c = \frac{1 - d\Phi/d\Theta}{n + 1 - d\Phi/d\Theta} b$ $r_d = \frac{n}{n + 1 - d\Phi/d\Theta} b$	$r_a = \frac{1 - d\Phi/d\Theta}{n' + 1 - d\Phi/d\Theta} b$ $r_e = \frac{n'}{n' + 1 - d\Phi/d\Theta} b$
	변위각	$\theta_c = -n\Theta$ $\theta_d = \Theta - \Phi$	$\theta_a = \Theta$ $\theta_e = \frac{1}{n'}(\Phi - \Theta)$
주기 Θ_{Hr}		$\frac{2\pi}{icn}$	$\frac{2\pi}{ja}$
출력축진행각		$\frac{2\pi}{icdn}(d - cn)$	$\frac{2\pi}{jca}(c - an')$
특징		$n = \frac{c}{d}$: 요 동 $n \neq \frac{c}{d}$: 회 전 $n = \frac{r_o}{r_e}$: 일시휴지	$n' = \frac{e}{a}$: 요 동 $n' \neq \frac{e}{a}$: 회 전 $n' = \frac{r_e}{r_a}$: 일시휴지

注) II형 기구에 대해서는 n 과 r_e , III형 기구에 대해서는 c, e, n, n' , r_c 와 r_e의 부호를 변경한다.

표 2-1. 부등속유성기어기구의 변위 특성

3. 설계 조건의 결정

비원형기어의 피치곡선, 이의 간섭, 언더컷등은 비원형기어의 피치의 곡선의 각점에 있어서의 곡률원을 피치원으로하는 상당원형기어를 고려한다.[4]

3-1. 비원형기어설계의 한정조건

1) 피치 곡선[5][6]

i) 기구의 입력축이 연속회전을 하기위해서는 각 기어의 피치곡선은 폐곡선이어야 한다.

$$\begin{cases} r(\Theta) = r(\Theta + 2n\pi) , \quad n = 1,2,3,.. \\ (\frac{d\Phi}{d\Theta}) = (\frac{d\Phi}{d\Theta})_\Theta + \frac{2\pi}{n} \end{cases} \qquad (3\text{-}1)$$

ii) 피치곡선의 접선각 σ는 연속해서 변화하므로 그림 3-1.을 참조하여 σ는 다음식에 주어진다.

$$\sigma = \tan^{-1}\frac{r}{\frac{dr}{d\theta}} \qquad (3\text{-}2)$$

iii) 피치곡선의 동경(動經)이 음(-)이 될 경우에는 절삭 및 기구 구성이 곤란해지므로 양(+)이어야 한다.

$$r > 0 \qquad (3\text{-}3)$$

iv) 피치곡선의 주장을 S, 잇수(齒數)를 Z, 모듈을 m, 중심거리의 길이를 b라 하면

$$m\pi Z = Sb \qquad (3\text{-}4)$$

b의 값에 의해 원형기어의 전위계수 등의 기어제원이 결정되어지기 때문에 이것들을 고려하여 m 또는 Z를 결정한다.

v) 피치 곡선의 곡률반경[5]

ρ(ρ_c : 외기어 , ρ_a : 내기어)는 pinion cutter를 이용해 절삭을 하는 경우에는 곡선의 凹부에 있어서는 cutter의 피치원반경보다 커야한다. $|\rho_c| > r_\alpha$, $\rho_d > r_\alpha$이다. 곡률반경 ρ는 다음식에 나타난다.

$$\rho = \frac{\{ r^2 + (\frac{dr}{d\theta})^2 \}^{3/2}}{r^2 + 2(\frac{dr}{d\theta})^2 - r(\frac{d^2r}{d\theta^2})} \qquad (3\text{-}5)$$

$$r^2 + 2(\frac{dr}{d\theta})^2 - r(\frac{d^2r}{d\theta^2}) > 0 \qquad (3\text{-}6)$$

vi) 맞물려 돌아가는 비원형 기어의 피치 곡선은 서로 구름 운동을 하고있으며, 형상은 그림 3-1.과 같다. 원형기어의 경우에는 피치 곡선의 압력각 α_p가 0이지만, 비원형기어의 경우에는 이 피치 곡선의 압력각 α_p, 맞물림 압력각 α_b, 공구압력각 α_{cc}의 관계를 명확히 하지 않으면 안된다. α_p는 맞물림 위치에 의해 변화하고 마찬가지로 α_b도 맞물림의 진행과 함께 변화한다. 식(3-2)로부터

$$\alpha_p = \left| \frac{\pi}{2} - \sigma \right| = \tan^{-1}(\frac{1}{r} \cdot \frac{dr}{d\theta}) \qquad (3\text{-}7)$$

맞물림 압력각 α_b는 다음식에 주어진다.

$$\alpha_b = \alpha_{cc} + \alpha_p \qquad (3\text{-}8)$$

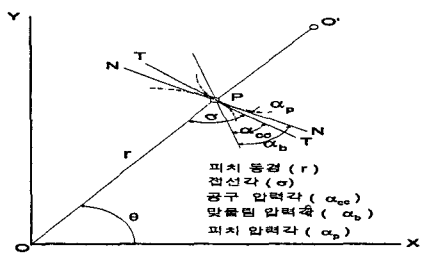

그림 3-1. 피치곡선의 접선각

2) 치의 간섭[5]

비원형내기어의 곡률반경 ρ_a와 잇수 Z_a가 아래의 각조건식을 만족한다면 간섭은 생기지 않는다.

여기서 α_0는 기준압력각을 나타낸다.

i) 인벌류우트 간섭

$$Z_d \geq \frac{Z_c{}^2\sin^2\alpha_0 - 4}{2Z_c\sin^2\alpha_0 - 4} \qquad (3\text{-}9)$$

$$\rho_d \geq \frac{r_{cc}{}^2\sin^2\alpha_0 - m^2}{2r_{cc}\sin^2\alpha_0 - 2m} \qquad (3\text{-}10)$$

ii) 트로코이드 간섭

근사식 [7] 을 이용해서 나타낸다.

$$\begin{cases} Z_d - Z_c \geq \dfrac{h_{kc}+h_{kd}}{m}\operatorname{cosec}^2\delta \\ \rho_d - r_{cc} \geq \dfrac{h_{kc}+h_{kd}}{2}\operatorname{cosec}^2\delta \end{cases} \qquad (3\text{-}11)$$

단, $h_k = m$이며, δ는 $\dfrac{2\delta - \sin 2\delta}{1-\cos 2\delta} = \tan\alpha_0$

iii) 트리밍

$$\begin{cases} Z_d - Z_c \geq \dfrac{2(h_{kc}+h_{kd})}{m}\operatorname{cosec}^2\delta \\ \rho_d - r_{cc} \geq (h_{kc}+h_{kd})\operatorname{cosec}^2\delta \end{cases} \qquad (3\text{-}12)$$

iv) 언더컷

$$\rho\sin^2\alpha_{cc} \geq m \qquad (3\text{-}13)$$

$$(r+m) \leq (r\sin\alpha)^2 + r_{CC}^2 + 2r_{cc}\sin^2\alpha \qquad (3\text{-}14)$$

$$Z_{cc} \geq \frac{4 - Z^2\sin^2\alpha_{cc}}{2Z\sin^2\alpha_{cc} - 4} \qquad (3\text{-}15)$$

여기서 Z_{cc}는 공구의 잇수(齒數)를, Z는 피삭기어의 잇수(齒數)를 나타낸다.

v) 내(內)기어의 조건

$$\rho_d - m \geq \rho_d\cos\alpha_0 \ , \quad \begin{cases} \rho_d \geq \dfrac{m}{1-\cos\alpha_0} \\ Z_d \geq \dfrac{2}{1-\cos\alpha_0} \end{cases} \qquad (3\text{-}17)$$

4. 변위 곡선과 피치 곡선

I-1형, III-1형 기구를 간차회전운동기구로서 이용하는 경우를 생각하여 입력 주기의 3/4을 변위 주기, 1/4를 정지 기간으로 하여 변위 곡선과 피치 곡선의 식을 설계했다.

$$\begin{cases} 0 \leq \Theta \leq \dfrac{9}{8}\pi \text{ 의 경우 :} \\ \Phi = \dfrac{2}{9}\left(\Theta - \dfrac{9}{16}\sin\dfrac{16}{9}\Theta\right) \\ \dfrac{9}{8}\pi \leq \Theta \leq \dfrac{9}{4}\pi \text{ 의 경우 : } \Phi = \dfrac{\pi}{4} \end{cases} \qquad (3\text{-}18)$$

$$\begin{cases} -\dfrac{9}{16}\pi \leq \Theta \leq \dfrac{9}{16}\pi \text{ 의 경우} \\ r_c = \dfrac{7 - 2\cos(16/9\Theta)}{15 - 2\cos(16/9\Theta)} \\ \theta_c = \theta_e = -\dfrac{8}{9}\Theta \\ \dfrac{9}{16}\pi \leq \Theta \leq \dfrac{27}{16}\pi \text{ 의 경우} \\ r_c = \dfrac{9}{17}b, \quad \theta_c = \theta_e = -\dfrac{8}{9}\Theta \end{cases} \qquad (3\text{-}19)$$

$$\begin{cases} -\dfrac{9}{16}\pi \leq \Theta \leq \dfrac{9}{16}\pi \text{ 의 경우} \\ r_d = \dfrac{8}{15 - 2\cos(16/9\Theta)}b \\ \theta_d = \dfrac{7}{9}\Theta - \dfrac{1}{8}\sin\dfrac{16}{9}\Theta \\ \dfrac{9}{16}\pi \leq \Theta \leq \dfrac{27}{16}\pi \text{ 의 경우} \\ r_d = \dfrac{8}{17}b, \quad \theta_d = \Theta - \dfrac{1}{8}\Theta \end{cases} \qquad (3\text{-}20)$$

$$\begin{cases} 0 \leq \Theta \leq \pi \text{ 의 경우} \\ \Phi = \dfrac{\Theta}{6} - \dfrac{1}{12}\sin 2\Theta) \\ \pi \leq \Theta \leq 2\pi \text{ 의 경우} \\ \Phi = \dfrac{\pi}{4} - \dfrac{\Theta}{12} + \dfrac{1}{24}\sin 2\Theta \end{cases} \qquad (3\text{-}21)$$

$$\begin{cases} -\dfrac{\pi}{2} \leq \Theta \leq \dfrac{\pi}{2} \text{ 의 경우} \\ r_e = \dfrac{23}{43 - 4\cos 2\Theta}b \\ \theta_e = \dfrac{20}{23}\Theta + \dfrac{2}{23}\sin 2\Theta \\ \dfrac{\pi}{2} \leq \Theta \leq \dfrac{3}{2}\pi \text{ 의 경우} \\ r_e = \dfrac{23}{43 - 4\cos 2\Theta}b \\ \theta_e = \dfrac{3}{23}\pi - \dfrac{26}{23}\Theta - \dfrac{1}{23}\sin 2\Theta \end{cases} \qquad (3\text{-}22)$$

$$\begin{cases} -\dfrac{\pi}{2} \leq \Theta \leq \dfrac{\pi}{2} \text{ 의 경우} \\ r_a = \dfrac{20 - 4\cos 2\Theta}{43 - 4\cos 2\Theta}b \\ \theta_a = \Theta \\ \dfrac{\pi}{2} \leq \Theta \leq \dfrac{3}{2}\pi \text{ 의 경우} \\ r_a = \dfrac{26 + 2\cos 2\Theta}{49 + 2\cos 2\Theta}b \\ \theta_a = \Theta \end{cases} \qquad (3\text{-}23)$$

$$\begin{cases} -\dfrac{7}{16}\pi \leq \Theta \leq \dfrac{7}{16}\pi \text{ 의 경우} \\ \Phi = \dfrac{4}{21}\left(\Theta + \dfrac{7}{16}\sin\dfrac{16}{7}\Theta\right) \\ \dfrac{7}{16}\pi \leq \Theta \leq \dfrac{35}{48}\pi \text{ 의 경우} \\ \Phi = \dfrac{\pi}{12} \end{cases} \qquad (3\text{-}24)$$

$$\begin{cases} -\dfrac{7}{16}\pi \leq \Theta \leq \dfrac{7}{16}\pi \text{ 의 경우} \\ r_c = \dfrac{36}{19 + 4\cos\dfrac{16}{7}\Theta}b \\ \theta_c = \dfrac{17}{21}\Theta - \dfrac{1}{12}\sin\dfrac{16}{7}\Theta \\ \dfrac{7}{16}\pi \leq \Theta \leq \dfrac{35}{48}\pi \text{ 의 경우} \\ r_c = \dfrac{12}{5}b \ , \ \theta_c = \Theta - \dfrac{\pi}{12} \end{cases} \qquad (3\text{-}25)$$

$$\begin{cases} -\dfrac{7}{16}\pi \leq \Theta \leq \dfrac{7}{16}\pi \text{ 의 경우} \\ r_d = \dfrac{17 - 4\cos\dfrac{16}{7}\Theta}{17 + 4\cos\dfrac{16}{7}\Theta}b \ , \ \theta_d = \dfrac{7}{5}\Theta \\ \dfrac{7}{16}\pi \leq \Theta \leq \dfrac{35}{48}\pi \text{ 의 경우} \\ r_d = \dfrac{7}{5}b \ , \ \theta_d = \dfrac{12}{7}\pi \end{cases} \qquad (3\text{-}26)$$

각기구의 변위 곡선은 그림 3-5.와 같고 식 (3-19), (3-20)의 피치 곡선의 형상을 그림 3-6., 3-7.에 나타내었다. 식 (3-22),(3-23)의 피치 곡선의 형상을 그림 3-8., 3-9에 나타내었다. 식 (3-25), (3-26)의 피치 곡선의 형상은 그림 3-10., 3-11.에 나타내었다.

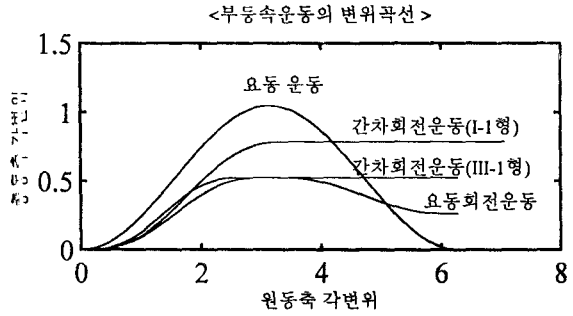

그림 3-5. 각 기구의 변위 곡선

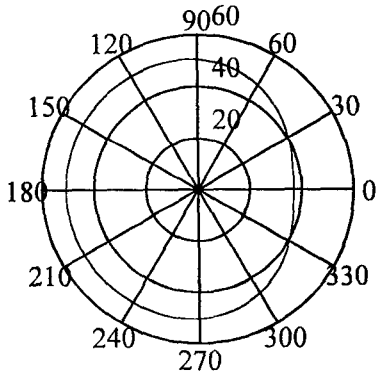

그림 3-6. I-1형 기구의 피치 곡선(c 기어)

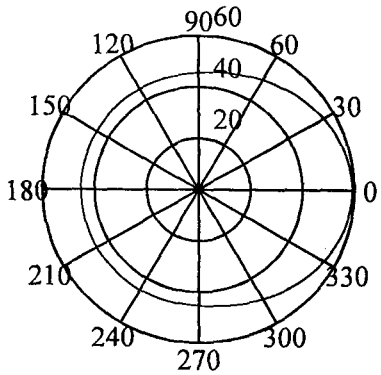

그림 3-7. I-1형 기구의 피치 곡선 (d 기어)

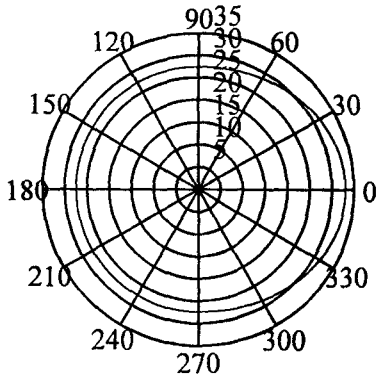

그림 3-8. I-2형 기구의 피치 곡선 (e 기어)

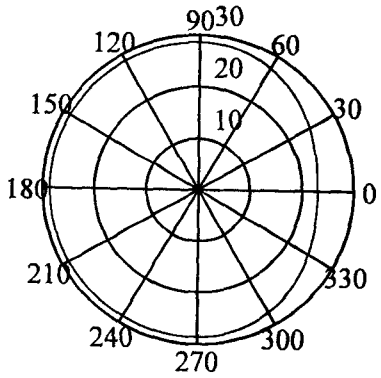

그림3-9. I-2형 기구의 피치 곡선 (a 기어)

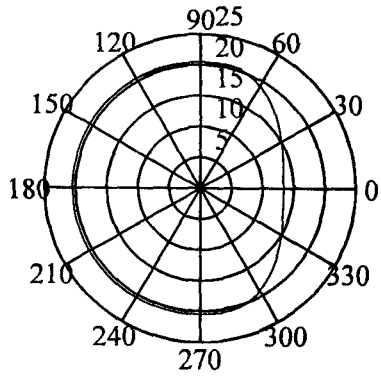

그림 3-10. III-1형 기구의 피치 곡선 (c 기어)

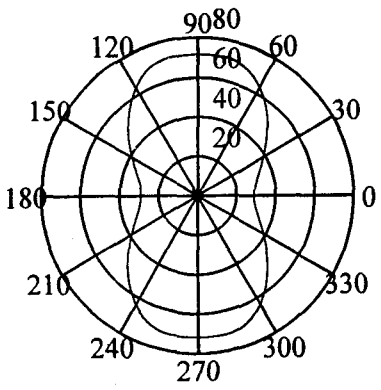

그림 3-11. III-1형 기구의 피치 곡선 (d 기어)

5.결 론

비원형 기어로 구성된 부등속 회전 기구에 대해서 그 설계시에 고려해야할 여러 한정 조건과 절삭시의 제약조건식들에 대하여 연구한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 비원형기어의 설계에서 언더컷의 한계 잇수는 인벌류우트 간섭과 트로코이드 간섭 그리고 트리밍을 고려하여 관계식을 유도한 결과 현장에서 사용되고 있는 비원형기어의 제작범위 이내임을 확인하였다.

(2) 맞물림 압력각을 공구 압력각과 피치 압력각의 합으로 정의하고 각 기구의 변위 곡선과 피치 곡선을 설계한 결과 최대 피치 압력각의 값은 I-1형 기구에서는 18.5° , III-1형 기구에서는 30.7° 이다.

[참고문헌]

1. Hideo KATORI. 昭和 56年, "Developement of the CAD/CAM System for Non-Circular Gears", 日本 機械學會 論文集.
2. 山 崎 陸. 1985年, "비원형치차의 설계 · 제작과 그 응용", 日本 機械學會 論文集 第 29卷 第 11號.
3. Yoshiaki YOKOYAMA, Kiyoshi OGAWA, Shin KUREBAYASHI. 昭和 56年, "비원형유성치차기구의 설계", 日本 機械學會 論文集 第 48卷 第 428號.
4. 奎 田. 1950年, 日本 機械學會 論文集 第 20卷 第 90號, pp.118
5. 金 博允. "기어편람", 1975年, 기어편람편찬위원회, 技多利 出版社, pp. 229. 235~237. 269. 549. 660. 813. 1052.
6. Peter Lynwander., 1983, "Gear Drive Systems (Design and Application)", American Lohmann Co.
7. 狹 野. 1955年, 日本 機械學會 論文集 第 21卷 第 110號. pp. 749