

# 전방향 특성을 갖는 사족보행 로봇에 관한 연구 Study on a Quadruped Walking Robot with Omni-directional Characteristics

김희국(고려대), 이준용(고려대원), 송낙운(광운대원), 조황(광운대)

Whee Kuk Kim(Korea University), Jun Yong Lee(Graduate School, Korea Univ.),  
Nak Yoon Song(Graduate School, Kwangwoon Univ.), Whang Cho(Kwangwoon Univ.)

## ABSTRACT

In this work, regular rotational gaits of the quadruped crawling robot required to change its moving direction without affecting both its orientation and its static stability margin are studied. The regular rotational gaits provide the quadruped crawling robot with omnidirectional characteristics. However, the ideal foothold region for each of legs of the quadruped crawling robot is assumed for simplicity. Nonetheless, it is expected that the results of this paper will provide the insight for both design of legs of the crawling robot with omnidirectional characteristics as well as its operation of the crawling robot system with specified stability margin.

**Keywords** : Omnidirectional Characteristic(전방향성 특성), Crawling Robot(포복로봇), Stability Margin(안정도 마진), Foothold region(발판영역)

## 1. 서론

보행 로봇의 경우에 있어서는 보행시 정적 안정성이 따라 정적보행(static walking; crawling)과 동적보행(dynamic walking)으로 분류될 수 있는데 정적 보행은 대부분 곤충이나 네 다리를 가지고 있는 동물들이 crawling과 같은 매우 낮은 속도로 이동하는 형태에 적용되며 보행시 항상 정적으로 안정하도록 중량중심이 메카니즘의 지지점들을 연결하여 형성되는 concave 다각형내에 항상 존재하도록 보폭이나 속도가 조절되어야 한다.<sup>(1)</sup> 특히, 빠른 속도로 인해 관성효과가 크거나 외력이 있는 경우는 이들로 인한 유효질량중심이 고려되어야 한다.<sup>(2)</sup> 한편, 동적 보행은 두 다리 또는 네 다리를 가지는 동물들이 빠른 속도로 이동할 때의 형태이며 보행시 위와 같이 정적인 안정성을 유지하진 않지만 동적으로 안정성을 유지할 수 있는 걸음새의 형태를 가진다.

이러한 보행 로봇의 설계와 보행기법에 관련된 연구는 주로 곤충과 동물의 구조를 고려하거나 이들의 보행형태에 많이 의존하고 있다. 예를 들면, crawling의 경우는 네 개 이상의 다리를 가지고 있는 곤충의 걷는 형태(gait)를, 그리고 보행(walking)의 경우는 사람, 캥거루, 말, 개등과 같이 두 개, 또는 네 개의 다리를 가지는 동물의 보행형태에 관한 연구가 진행되고 있다.<sup>(3,4,5)</sup>

이 밖에도 곤충이나 동물의 경우를 살펴보면 crawling이나 walking 이외에도 pacing, trotting, galloping, running, hopping, bouncing 등과 같은 여러 형태의 걷는 방식들이 있으며 이들에 대해서도 많은 연구가 진행되고 있다.<sup>(6)</sup>

사족 보행 로봇이 직선방향으로 정적보행을 진행

하는 경우 지면의 균일성 정도에 기준하여 정규걸음새(regular gait)나 또는 자유걸음새(free gait)가 사용된다. 특히, 사족 보행 로봇의 각 다리가 이상적인 발판영역을 가지는 경우에는 임의의 방향으로 로봇이 움직이고자 할때 동일한 크기의 보폭(stride length)을 유지할 수 있으며 이는 곧 전방향성 특성은 물론 등방향성특성을 동시에 가지고 있다는 것을 의미한다. 그러나, 실제 사족보행로봇의 경우 대부분이 이러한 이상적인 발판영역을 가지지 못하므로 경우에 따라 등방향성 특성은 물론 전방향성 특성마저도 갖지 못하게 된다.

특히, 사족 보행 로봇이 주어진 방향으로 진행되는 과정에서 또는 정지한 상황에서 보행 로봇의 몸체 방위각을 변화하지 않으면서 다리만을 움직여서 다른 방향으로 즉시 정규 걸음새로 진행할 수 있도록 회전하는 정규 회전 걸음새에 관한 연구와 전방향성특성을 함께 고려한 연구는 현재까지도 매우 미약한 상태이다.

그러므로, 본 연구에서는 이에 관한 기초적인 연구로서 대칭형상을 가지는 사족 보행 로봇의 질량중심이 로봇의 기하학적 중앙점에 존재하며 각 다리의 발판영역(foothold region)이 Fig. 1과 같이 로봇의 중앙점을 중심으로 임의의 반경  $R$ 을 가지는 원의 내부로 제한되는 전방향성 특성과 등방향성특성을 가지는 이상적인 보행로봇의 정규 회전 걸음새와 이와 관련된 최대 안정도 마진 및 최대 회전각에 관하여 조사한다.

본 논문의 구성은 다음과 같이 요약된다. 먼저 사족 보행 로봇의 구조에 관하여 간략하게 기술한다. 그리고 사족 보행 로봇의 정규 걸음새에 관하여 기술하고 네 다리가 지면에 붙어있는 임의의 단

계에서 몸체의 방위각을 변화하지 않음과 동시에 안정도 마진을 유지할 수 있는 각 다리의 최대 회전각을 규명하고 발판위치만을 변화하여 주어진 임의의 다른 방향으로 정규 걸음새로 진행할 수 있도록 하는 회전 걸음새에 관하여 기술한다.

## 2. 사족 보행 로봇의 구조

Fig. 1은 본 연구에서 조사하려는 사족 보행 로봇을 나타낸다. 질량중심은 로봇의 중앙점에 위치하며 각 다리의 기저 관절축이 모두 로봇의 중앙점에 위치한다고 가정한다. 이 때, 각 다리의 관절이 RPP의 구조를 가지고 있다고 가정하면 모든 다리의 발판지역은 질량중심을 중심으로 하고 반경  $R$  인 원의 내부로 된다. 여기서  $R$ 과  $P$ 는 각각 회전관절과 미끄럼 관절을 의미하며 RPP의 구조에서 첫 번째의 미끄럼 관절은 지면과 평행을 이루는 평면상에서 움직이고 두 번째의 미끄럼 관절은 지면과 수직방향으로 움직이는 관절을 의미한다.

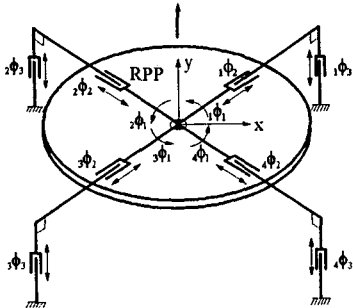


Fig. 1 Quadruped Walking Robot

이와 같이 사족 보행 로봇의 각 다리가 이상적인 발판영역을 가지는 경우 임의의 방향으로 로봇이 움직이고자 할 때 동일한 크기의 보폭(stride length)을 유지할 수 있으며 이는 곧 전방향성 특성은 물론 등방향성특성을 가지고 있다는 것을 의미한다. 여기서 전방향성 특성과 등방향성 특성은 각각 사족 보행 로봇의 임의의 위치에서 몸체의 현재 방위각을 변화하지 않고 임의의 방향으로 움직일 수 있는 성질과 임의의 방향으로 동일한 크기의 보폭을 가지는 성질을 의미한다.

Fig. 2에서와 같이  $x$ ,  $y$ 축을 사족 보행 로봇의 질량중심에 정의한다. 그리고 이 때, 보행 로봇의 진행방향을  $y$ 방향으로 하고 이에 수직이며 지면과 평행을 이루는 방향을  $x$ 방향으로 정의한다. 정규 걸음새로 진행한다고 할 때,  $y$ 축에서  $Q$ 만큼 떨어진 거리에 각 다리의 발판이 놓이게 되며 각 다리가 놓일 수 있는 선의 길이를  $E$ 로 표현하고 안정도 마진을  $s$ 로 표현한다. 특히, Lee와 Shih<sup>(6)</sup>에 의해 제시된 정규 걸음새를 사용한다고 할 때, 안정도 마진  $s$ 을 가지는 사족 보행 로봇의 한 보폭주기동안의 단계적인 운동은 표 1과 같이 요약될 수 있다.

$$\lambda = 4A(s) + 4s \quad (1)$$

$$E = 3A(s) + 4s \quad (2)$$

라는 것을 쉽게 확인할 수 있다.

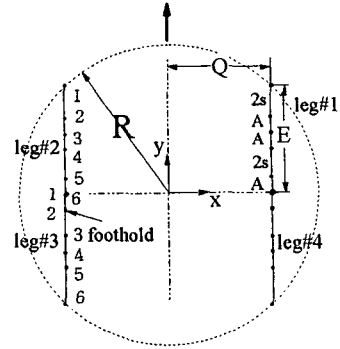


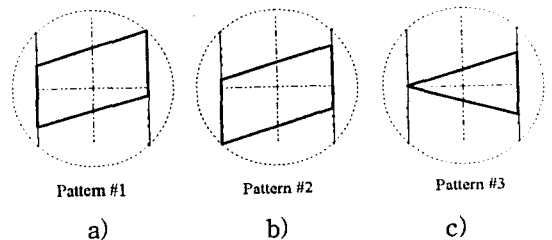
Fig. 2 Top View of a Quadruped Walking Robot

Table 1. Regular Gait of a Quadruped Walking Robot with Static Stability Margin  $s$

support pattern #	1	2	3	4	5	6
leg 1	1	2	3	4	5	6
leg 2	4	5	6	1	2	3
leg 3	5	6	1	2	3	4
leg 4	2	3	4	5	6	1
body motion	2s	A	A	2s	A	A
transfer leg	x	3	2	x	4	1

## 3. 사족 보행 로봇의 전방향성 걸음새

사족 보행 로봇이 정규 걸음새로서 임의의 방향으로 진행하는 경우 표 1에서와 같이 한 보폭주기동안에 여섯 단계의 지지 패턴(support pattern)이 존재하며 각 패턴사이에는 각각  $A(s)$  또는  $2s$ 의 거리만큼씩 움직인다. 본 절에서는 위와 같은 여섯 단계 각각의 지지 패턴으로부터 임의의 방향으로 회전하고자 할 때 최대 회전각( $\Delta\theta_{max}$ )과 이 때 유지할 수 있는 최대 안정도 마진( $s_{max}$ )의 크기에 관하여 조사한다. Fig. 3a)-3f)는 표 1의 각 단계에 대한 지지패턴을 나타내며 이 그림으로부터 단계 1, 2, 4, 5와 단계 3, 6들은 각각 서로 대칭 또는 거울에 비친 형상을 가지므로 이 두가지의 각 그룹에서 하나의 패턴에 적용되는 걸음새는 소속 그룹내의 다른 지지 패턴에 적용될 수 있음을 알 수 있다. 그러므로, 본 논문에서는 지지 패턴 1과 6의 걸음새에 관하여 중점적으로 조사한다.



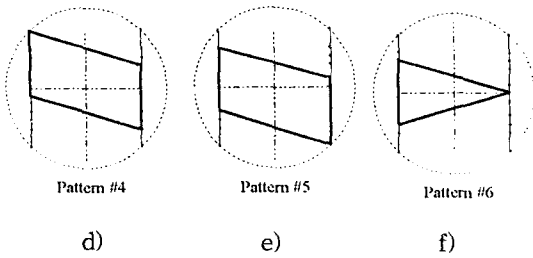


Fig. 3. Support Patterns of a Quadruped Walking Robot in Regular Gait

지지 패턴 6에 대해서 주어진 안정도 마진을 유지 하면서 임의의 방향으로  $\Delta\theta$ 만큼 회전하는 경우에 대한 각 다리의 걸음새 및 그 지지 패턴의 순서는 Fig. 4a)와 4b)에서와 같이 수행될 수 있다. 이러한 걸음새를 결정하는 데 있어 먼저 각 다리의 발판길  $\circ(E)$ 에 따라 결정되는 최대 안정도 마진은 걸음새 단계에서 요구되는 각 다리의 모든 발판위치가 질량 중심으로부터 반경  $R$ 의 내부에 있도록 하는 조건을 사용하여 구해진다. Fig. 4와 Fig. 5 이외에도 수 많은 다른 형태의 걸음새가 존재하며 한 예로서 Fig. 6은 지지 패턴 6에서 지지패턴 3으로 변화하면서 회전하는 경우를 나타낸다. 이 경우에서 알 수 있는 바와 같이 Fig. 4에 보여진 걸음새보다 더 많은 단계의 지지 패턴이 요구되는 것을 쉽게 확인할 수 있다. 이 밖에 다른 형태의 걸음새의 경우 더 많은 단계의 지지 패턴이 요구되거나 안정도 마진이 감소되므로 가장 짧은 시간에 회전이 요구되는 작업 상황에 적합하지 못하다. 그러므로, 본 논문에서는 이들에 관한 기술은 생략한다.

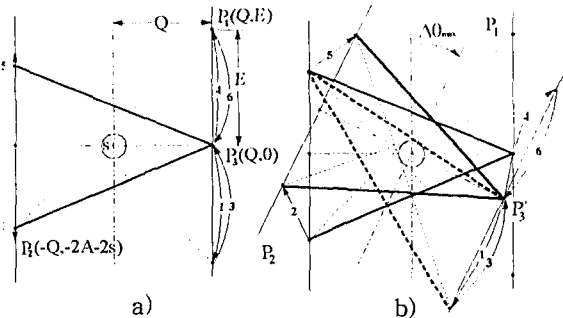


Fig. 4. Minimum Rotation Steps from Support Pattern #6 in Right Rotation

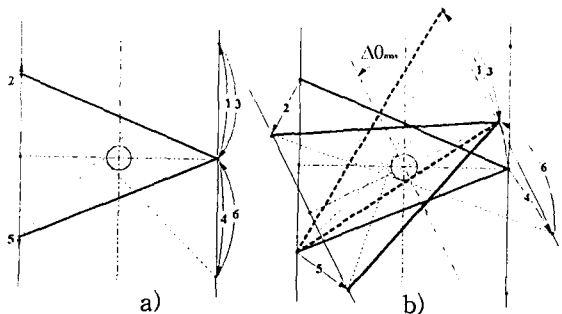


Fig. 5. Minimum Rotation Steps from Support Pattern #6 in Left Rotation

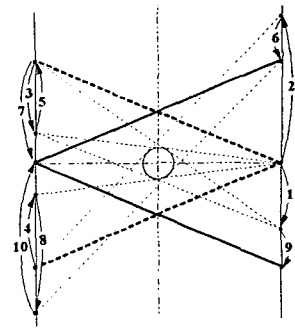


Fig 6. Rotation Steps from Support Pattern # 6

Fig. 4와 Fig. 5에서 보여진 바와 같이 중앙은 사족보행 로봇의 질량중심을 나타내며 중앙에 중심을 둔 작은 원의 반경은 안정도 마진을 나타낸다. 이러한 최대 안정도 마진  $s_{max}$ 를 구하기 위해서 먼저  $Q$ 와  $E$ 가 주어졌다고 가정한다. 이러한 두 인자들은 임의로 선정될 수 있으며 이 값에 따라 최대 안정도 마진이 변화된다. 로봇의 질량 중심으로부터 점  $P_1$ 과 점  $P_2$ 를 잇는 직선까지의 수직 거리가 최대 정적 안정도 마진이 됨을 알 수 있다.

그러면, 먼저 지지패턴 6에서 아주 미소한 회전양 만큼을 회전하는 경우를 고려한다. 이러한 가정은 현재의 발판 지지위치를 유지하되 모든 네 다리를 움직일 수 있어야 한다는 것을 의미하며 Fig. 4a)는 안정도 마진  $s$ 를 유지하는 미소 회전 걸음새를 나타낸다. 그리고 이러한 미소 회전 걸음새의 해석으로부터 얻어지는 안정도 마진은 사족보행로봇이 회전을 수행하는 경우에 얻을 수 있는 최대 안정도 마진이 된다. Fig. 4a)로부터 점  $P_1$ 과 점  $P_2$ 의 위치는 각각  $(Q, E)$ 와  $(-Q, -2A-2s)$ 이다. 이 두 점을 지나는 직선방정식은

$$y = \frac{E+2s+2A}{2Q}x + \frac{E}{2} - s - A \quad (3)$$

이며 임의의 점  $(x_p, y_p)$ 과 직선  $ax+by+c=0$  사이의 거리  $d$ 는

$$d = \frac{|ax_p + by_p + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (4)$$

이므로, 식 (3)의 직선과 반경  $s$ 를 가지는 원의 원점  $(0,0)$ 까지의 수직거리는

$$s = \frac{|\frac{E}{2} - s - A|}{\sqrt{(\frac{E+2s+2A}{2Q})^2 + 1}} \quad (5)$$

로 표현된다. 그리고 이때,  $A$ 의 값은 식 (2)로부터

$$A = \frac{E}{3} - \frac{4}{3}s \quad (6)$$

와 같이 결정되므로 이 식을 식 (5)에 대입하여 정리하면 다음과 같은  $s$ 에 관한 4차방정식을 얻는다.

$$4s^4 - 20Es^3 + (25E^2 + 32Q^2)s^2 - 4Q^2Es - Q^2E^2 = 0 \quad (7)$$

이 식으로부터 얻어진  $s$ 의 값이 최대 안정도 마진  $s_{max}$ 을 나타낸다.

로봇이 회전시에 이러한 최대 정적 안정도 마진을 유지하기 위해서는 지면과 닿아 있는 발판으로 구성

되는 삼각형 또는 사각형 모양의 지지패턴의 내부에 질량중심을 중심으로 반경이  $s_{max}$  인 원이 포함되어야 한다. 이러한 조건을 만족하면서 지지패턴 6에서 임의의 방향으로 회전하기 위해서는 여섯 단계의 지지패턴이 요구된다.

그러면, 최대 회전각을 구하는 과정에 관하여 기술한다. Fig. 4b)에서와 같이 점  $P_2$ 와 leg 1의 새로운 발판의 위치가 되는 점  $P_3'$ 을 지나는 직선이 최대 정적 안정도 마진( $s_{max}$ )을 반경으로 하는 원에 접할 경우가 로봇의 회전각이 최대가 됨을 알 수 있다.

먼저 사족보행로봇이 각 다리의 발판위치가 진행 방향으로부터  $Q$ 만큼 떨어진 위치에 놓이며 로봇의 현위치에서 로봇자체의 방위각을 변화하지 않고 회전을 하는 경우 모든 발판의 위치는 원점으로부터 반경  $Q$ 인 원주상에 존재한다. 이 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 = Q^2 \quad (8)$$

로 표현하자. 한편, 점  $P_2(x_2, y_2)$ 를 지나며 안정도 마진을 반경으로 하는 로봇의 질량중심에 원점을 둔 원과 접하는 접선방정식은

$$y = ax + b \quad (9)$$

으로 표현되며 여기서

$$a = -\frac{x^*}{y^*} \quad (10)$$

$$b = \frac{x^*}{y^*} x_2 + y_2 \quad (11)$$

$$y^* = \frac{s^2 y_2 \pm s \sqrt{s^2 y_2^2 - (y_2^2 + x_2^2)(s^2 - x_2^2)}}{x_2^2 + y_2^2} \quad (12)$$

$$x^* = \frac{s^2 - y^* y_2}{x_2} \quad (13)$$

이다. 식 (9)를 식 (8)에 대입하여 정리함으로써 반경  $Q$ 인 원과 식 (9)로 표현되는 직선방정식과의 교점의 위치  $P_3'(x_3', y_3')$ 는

$$x_3' = \frac{-ab + \sqrt{a^2 b^2 - (1+a^2)(b^2 - Q^2)}}{1+a^2} \quad (14)$$

$$y_3' = ax_3' + b \quad (15)$$

로 구해진다. 한편, 로봇의 최대 회전각은 Fig. 4b)로부터 다음과 같이 구해진다.

$$\Delta\theta_{max} = \text{atan}\left(\frac{|y_3'|}{|x_3'|}\right) \quad (16)$$

지지 패턴 1에 대해서 주어진 안정도 마진을 유지하면서 임의의 방향으로  $\Delta\theta$ 만큼 회전하는 경우에 대한 각 다리의 걸음새 및 그 지지 패턴의 순서는 Fig. 7과 Fig. 8에서 보인바와 같이  $\Delta\theta$ 가 양수인 경우와 음수인 경우에 따라 현재의 지지패턴을 유지하거나 지지패턴을 이와 대칭인 지지패턴 4로 바꾸는 걸음새가 사용되어야 한다.

Fig. 7a)에서의 두 점  $Q_1(Q, 3A+4s)$ 과  $Q_8(-Q, -3A-2s)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y = \frac{E-s}{Q} x + s \quad (17)$$

와 같고, 원점으로부터 이 직선과의 수직 거리  $d$ 는

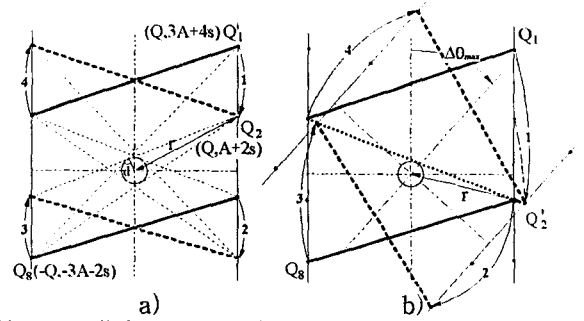


Fig 7. Minimum Rotation Steps from Support Pattern # 1 in Right Rotation

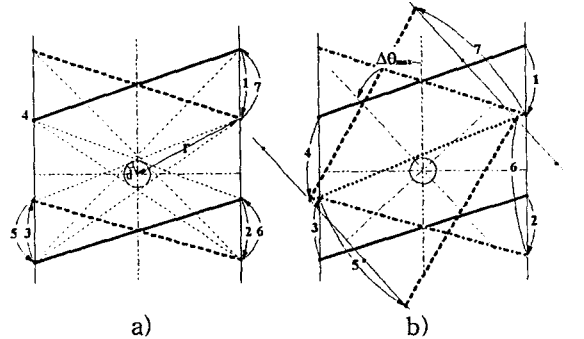


Fig 8. Minimum Rotation Steps from Support Pattern # 1 in Left Rotation

$$d = \frac{Qs}{\sqrt{(E-s)^2 + Q^2}} \quad (18)$$

로 표현된다. 또한 점  $Q_6(x_6, y_6)$ 를 지나며 원점을 중심으로 반지름  $d$ 인 원에 접하는 접선의 방정식은

$$y = ax + b \quad (19)$$

로 표현되며, 여기서

$$a = -\frac{x^*}{y^*} \quad (20)$$

$$b = \frac{x^*}{y^*} x_6 + y_6 \quad (21)$$

$$y^* = \frac{d^2 y_6 \pm d \sqrt{d^2 y_6^2 - (y_6^2 + x_6^2)(d^2 - x_6^2)}}{x_6^2 + y_6^2} \quad (22)$$

$$x^* = \frac{d^2 - y^* y_6}{x_6} \quad (23)$$

이다. 원의 중심은 원점이고  $Q_2$ 까지의 거리를 반지름으로 하는 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (24)$$

이고, 여기서  $r = \sqrt{Q^2 + (A+2s)^2}$ 이다. 위 원이 접선방정식 식(19)와 만나는 점  $Q_2'$ 은

$$x_2' = \frac{-ab + \sqrt{(ab)^2 - (1+a^2)(b^2 - r^2)}}{1+a^2} \quad (25)$$

$$y_2' = ax_2' + b \quad (26)$$

로 구해진다. 또한 로봇이 회전하는 경우 점  $Q_2$ 는 원점을 중심으로 반경  $r$ 인 원의 궤적을 따라 회전하며 이 점이 위 접선의 방정식 식 (19)와 만나는 위치  $Q_2'$ 까지 회전하였을 때가 최대 회전각이 된다.

그러므로 로봇의 최대 회전각은 다음과 같다.

$$\Delta\theta_{\max} = \text{atan}\left(\frac{Q}{A+2s}\right) + \text{atan}\left(\frac{|y_2'|}{|x_2'|}\right) \quad (27)$$

한편, Fig. 8의 경우에는 앞에서 기술된 동일한 방법으로 최대회전각을 구할 수 있으며 그 결과는 식 (27)과 같다.

Fig 9는 지지패턴 1에서 지지패턴 6으로 걸음새를 변화하면서 회전하는 경우를 나타낸다. 이 경우에도  $\Delta\theta$ 가 양수인 경우와 음수인 경우가 서로 다른 회전 정규걸음새를 가지지만 두 경우에 얻어지는 최대회전각에 관한 결과는 동일하므로 본 절에서는 양수인 경우에 한하여 기술한다. 이 경우는 점  $Q_6$ 과  $Q_5'$ 를 지나는 직선이 반경  $d$ 인 원에 접하는 경우가 최대 회전각이 됨을 확인할 수 있다. 직선  $Q_6Q_5'$ 가  $d$ 를 반지름으로 하는 원과 접할 때  $Q_5'(x_5', y_5')$ 의 위치는 다음과 같으며

$$y_5' = \frac{-ab + \sqrt{a^2b^2 - (1+a^2)(b^2 - (E^2 + Q^2))}}{1+a^2} \quad (28)$$

$$y_5' = ax_5' + b \quad (29)$$

최대 회전각은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\Delta\theta_{\max} = \text{atan}\left(\frac{|y_5|}{|x_5|}\right) - \text{atan}\left(\frac{|y_5'|}{|x_5'|}\right) \quad (30)$$

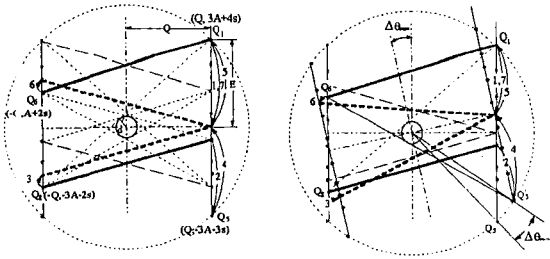


Fig 9. Minimum Rotation Steps from Support Pattern # 1

Fig. 10a)와 10b)는 각각 지지패턴 1로부터 지지패턴 4와 지지패턴 6으로 회전하는 걸음새의 경우가 있어 정적 안정도 마진  $s$ 를 변화할 때 다양한  $Q$ 값에 따라 얻을 수 있는 로봇의 최대 회전각  $\Delta\theta_{\max}$ 을 나타낸다. 위 그림에서  $A$ 는 항상 0보다 크다는 조건과 식 (2)에 의해  $0 < s < \frac{E}{4}$ 로 정해지는 안정도 마진  $s$ 의 변화 범위가 사용되었다.

## 5. 결론

본 논문에서는 사족보행로봇의 질량중심에 각 네 다리의 기저관절이 존재하며 각 다리의 관절들이 기저관절로부터 각각 RPP 형태를 가지는 경우에 전방행 특성에 관련된 걸음새에 관한 연구를 수행하였으며 얻어진 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 사족보행로봇의 현재의 위치에서 로봇의 방위각을 변화하지 않고 각 다리의 위치만을 바꿈으로써 임의의 변화된 진행방향으로 정규걸음새를 수행할

수 있도록 하는 정규 회전 걸음새에 관하여 조사하였다. 대표적으로 두 가지 지지패턴이 고려되었으며 이러한 지지패턴에 대하여 각각 진행방향과 발판 위치사이의 거리  $Q$ , 그리고 발판길이  $E$ 가 주어졌을 때, 회전 정규 걸음새를 확보할 수 있는 최대 안정도 마진  $s_{\max}$ 과 이러한 최대 안정도 마진을 유지 하면서 가능한 최대 회전각  $\Delta\theta_{\max}$ 를 구하였다.

특히, 최대 회전각보다 큰 회전이 요구되는 상황에는 본 논문에서 제시된 정규 회전 걸음새를 활용하여 반복적으로 회전함으로써 주어진 회전을 수행할 수 있다. 이러한 정규 회전 걸음새는 사족보행 로봇에 전방향 특성을 부여함으로써 로봇의 성능을 더 한층 향상시킬 수 있을 것으로 판단된다.

향후 연구과제로는 각 다리의 기저관절이 사족보행로봇의 질량중심으로부터 편심되어 위치하는 실제적인 사족로봇에 관한 연구이며 현재 이에 관한 연구는 진행중에 있다.

## 참고문헌

1. T.T. Lee, and C.L. Shih, "A Study of the Gait Control of a Quadruped Walking Vehicle," IEEE Journal of Robotics and Automation, vol RA-2, no. 2, pp.61-69, 1986.
2. B.S. Lin, and S.M. Song, "Dynamic Modeling, Stability and Energy Efficiency of A Quadrupedal Walking Machine," Proc. of IEEE R & A Conf., pp. 367-373, 1993.
3. J. Furusho, and A. Sano, "Sensor-Based Control of a Nine-Link Biped," The International Journal of Robotics Research, vol.9, no.2, pp.83-98, 1990.
4. J. Furusho, A. Sano, M. Sakaguchi, and E. Koizumi, "Realization of Bounce Gait in a Quadruped Robot with Articular-Joint-Type Legs," Proc. of IEEE R&A conf., pp 697-702, 1995.
5. J. Hodgins, J. Koechling, and M.H. Raibert, "Running Experiments with a Planar Biped," Robotics Research 3, ch. 8. MIT press, pp.349-355, 1984.

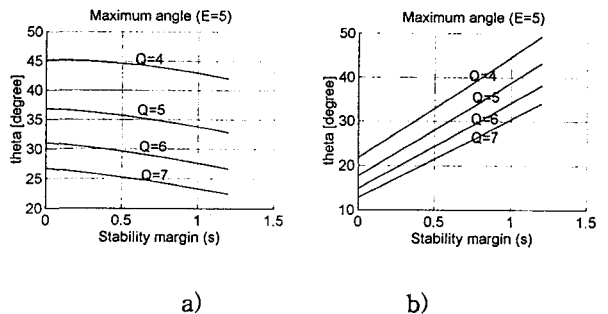


Fig 10.  $\Delta\theta_{\max}$  wrt. the variation of  $s$  :  
a) from pattern 1 to pattern 4  
b) from pattern 1 to pattern 6