

# 구형 3 자유도 메카니즘의 잉여관절 콤플라이언스와 상반토크로 인한 출력 콤플라이언스 효과

## Output Compliance Effects By Both Redundant Joint Compliances and Antagonistic Torques of A Spherical 3-DOF Mechanism

이 준 용(고려대 대학원), 김 희 국(고려대 제어계측공학과)

Jun Yong Lee(Graduate School, Korea Univ.), Whee Kuk Kim(Korea University)

### ABSTRACT

In this paper, output compliance effects at RCC point by both redundant joint compliances and antagonistic torques generated by internal preloading between joints of a spherical 3 degree-of-freedom mechanism are investigated. For this purpose, kinematic analysis is briefly described. Then, output compliance models at RCC point, which is generated by redundant joint compliances and by internal preloading between joints are derived. Finally, ranges of output compliance modulation due to these redundant joint compliances and antagonistic torques are examined through simulation.

**Keywords** : Spherical(구형의), Mechanism(메카니즘), Antagonistic(상반의), Redundant(잉여의), Compliance(콤플라이언스)

### 1. 서론

일반 조립작업시 불균일한 부품과 로봇 시스템의 위치 오차 등에 의해 jamming이나 wedging과 같은 이러 가지 문제가 발생된다. 이러한 문제로 인하여 부품의 파손 및 조립시간의 지연등 생산 자동화 공정에 문제를 일으킨다. 이러한 문제를 해결하기 위한 방법으로 콤플라이언스 기기가 많이 활용되고 있으며 특히, RCC(remote center compliance) 기기는 기존의 콤플라이언스 기기들 중에 성능이 매우 우수한 것으로 확인되고 있다.<sup>(1)</sup>

그러나, 현존하는 대부분의 RCC기기는 스프링이나 고무 또는 강체 구조물 등의 재질들로 구성되어 있으므로 출력 콤플라이언스의 가변성이 없으며 이로 인하여 이러한 RCC기기는 작업조건의 변화에 최적인 콤플라이언스를 발생할 수 없으므로 작업성능의 저하를 초래한다.

그러므로, 최근에 가변가능한 출력 콤플라이언스 기기를 개발하기 위한 목적으로 세 개의 독립 관절 콤플라이언스만을 활용하는 평면형 3자유도 메카니즘과<sup>(2)</sup> 구형 3자유도 메카니즘의 RCC특성에 관한 조사가 수행되었으며<sup>(3)</sup>, 평면형 3자유도 메카니즘의 경우 메카니즘이 대칭의 기구학적 인자들을 가지며 동일한 크기의 관절 콤플라이언스가 대칭의 위치에 있는 관절들에 부착되고 메카니즘이 대칭형상을 유지하는 한 메카니즘의 유동판의 중앙점에 RCC점이 존재한다는 사실을 규명하였다. 또한 이 RCC점에서 두 선형 출력방향으로의 콤플라이언스는 항상 같은 값을 가지지만 선형방향과 회전방향으로의 콤플라이언스의 크기는 서로 독립적으로는 조절할 수 없다는 사실을 확인하였다. 그러므로, 평면형 3 자유도

메카니즘의 잉여 관절 콤플라이언스로 인한 RCC 점에서의 출력 강성 변조 특성과 이들 잉여 관절 콤플라이언스사이의 프리로딩으로 발생하는 상반효과로 인한 RCC 점에서의 출력강성의 변조에 관한 연구가 수행되었으며 임의의 방향으로의 출력 콤플라이언스의 크기를 독립적으로 조절할 수 있다는 사실을 시뮬레이션을 통하여 확인하였다.<sup>(4,5)</sup>

한편, 구형 3 자유도 메카니즘의 경우에도 평면형 메카니즘과 같이 대칭구조를 갖는 형상에서 메카니즘의 RCC점이 모든 관절축이 교차하는 공통교차점에 존재하며  $x, y$ 축에 대한 회전방향으로의 출력 콤플라이언스는 평면형에서와 마찬가지로 동일한 값을 가지며 각 출력 콤플라이언스의 크기를 독립적으로 조절할 수 없다는 사실을 확인하였다.<sup>(3)</sup>

그러므로, 본 연구에서는 구형 3자유도 메카니즘에 잉여관절 콤플라이언스를 부착하거나, 잉여관절에 프리로딩을 가함으로써 RCC 점에서 각 회전방향으로의 출력 콤플라이언스를 독립적으로 변화시킬 수 있는가에 관하여 조사한다.

본 논문의 구성은 다음과 같이 요약된다. 먼저, 구형 3자유도 메카니즘의 기구학 모델과 잉여 관절 콤플라이언스에 대한 출력 콤플라이언스 모델을 간략히 기술한다. 그리고 RCC점에서의 주어진 출력 강성을 발생시키기 위해 필요한 잉여관절에서의 강성에 대한 해를 제시한다. 또한, 구형 3 자유도 메카니즘의 내부 기구학 모델에 관한 기술과 내부하중으로 발생하는 RCC점에서의 유효 출력 강성에 관하여 기술하고, RCC점에서 임의의 강성을 발생시키기 위해 소요되는 각 관절에서의 preloading의 크기에 관하여 각각 조사한다.

## 2. 병렬 구조 3자유도 구형 메카니즘

### 2.1. 기구학적 묘사

병렬구조 3자유도 구형 메카니즘은 Fig. 1과 같이 기저판(base ternary), 세 직렬 부속체인, 그리고 상판(top ternary)으로 구성되어 있다. 각 부속체인은 세 개의 회전관절로 구성되는 직렬구조이며, 9개의 모든 회전 관절 축이 메카니즘 중앙의 한 점에 교차하는 구조를 가지고 있다.

각 회전 관절축의 방향은 단위 벡터  $s_i^m$ 으로 표시하며, 이 때 윗첨자  $m$ 은 부속체인을 나타내며 아랫첨자  $n$ 은 관절을 나타낸다. 기저판에 고정된 기저 좌표계  $(x_b, y_b, z_b)$ 와 상판에 고정된 국부 좌표계  $(x_i, y_i, z_i)$ 가 공통 교차점에 동일한 원점을 갖도록 정의한다.

단위벡터  $a_{ij}^m$ 는 현재 관절축 ( $s_i^m$ )과 다음의 관절축 ( $s_j^m$ )사이의 공통 수직선 방향을 나타내며 다음과 같이 정의된다.

$$a_{ij}^m = s_i^m \times s_j^m \quad (1)$$

각 부속체인의 Denavit Hatenberg 링크 인자들 ( $S_{ii}^m, \phi_i^m, \gamma_{ij}^m, a_{ij}^m$ )은 Table 1과 같고, 여기서  $S_{ii}^m$ 은 회전 관절축 ( $s_i^m$ )방향으로의 오프셋 거리를 나타내며,  $\phi_i^m$ 은 국부 회전 관절축에 대한 회전각( $s_i^m$ 축에 대한 단위벡터  $a_{i-1}^m$ 과  $a_i^m$ 의 사이각)을 나타낸다. 그리고  $a_{ij}^m$ 은 두 회전축  $s_i^m$ 과  $s_j^m$ 사이의 각으로서  $i$ 번째 링크의 비틀림각을 나타낸다. 또한  $\gamma_{01}^m(\gamma_{34}^m)$ 은 기저(상판) 좌표계와  $m$ 번째 부속체인의 첫 번째(세 번째) 링크의 국부 좌표계사이의 오프셋 회전각을 나타낸다. 특히, 본 논문에서는 전체 시스템의 인자들이 대칭을 유지하도록 상판 및 하판에서의 오프셋 회전각을 다음과 같이 정의하였다.

$$\begin{aligned} \gamma_{01}^1 = 0^\circ, \quad \gamma_{01}^2 = 120^\circ, \quad \gamma_{01}^3 = 240^\circ \\ \gamma_{34}^1 = 180^\circ, \quad \gamma_{34}^2 = 60^\circ, \quad \gamma_{34}^3 = -60^\circ \end{aligned} \quad (2)$$

시스템의 출력, 즉 상판의 방위각은  $x, y, z$ 축에 대한 연속적인 회전을 나타내는 세 개의 오일러 각  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$ 에 의해 표현한다. 그러므로 기저 좌표계로부터 상판 좌표계로의 회전 행렬은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$[R_b^t] = Rot(x, \mu_1)Rot(y, \mu_2)Rot(z, \mu_3) \quad (3)$$

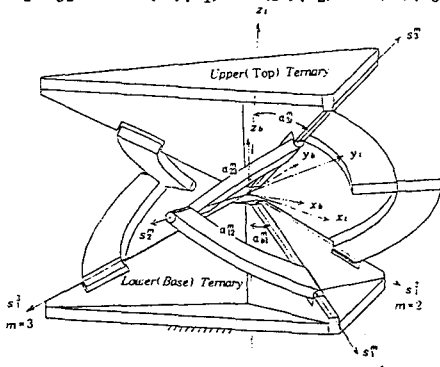


Figure 1. A Spherical 3 Degree-of-Freedom Parallel Mechanism

Table 1. Denavit Hatenberg 링크 인자

Serial subchain # m				
	$S_{ii}^m$	$\phi_i^m$	$a_{ii+1}^m$	$\alpha_{ii+1}^m$
base ternary(b)	0	$\gamma_{01}^m$	0	$a_{01}^m$ ( $\alpha_{01}^m$ )
joint 1	0	$\phi_1^m$	0	$\alpha_{12}^m$
joint 2	0	$\phi_2^m$	0	$\alpha_{23}^m$
joint 3	0	$\phi_3^m$	0	$\alpha_{31}^m$ ( $\alpha_{31}^m$ )
top ternary(t)	0	$\gamma_{34}^m$	0	0

### 2.2. 기구학적 영향계수

#### 2.2.1. 일차 기구학적 영향계수

병렬구조 3자유도 구형 시스템의 경우 상판의 절대 회전 속도벡터  $\dot{u} = (w_x \ w_y \ w_z)^T$ , 그리고  $m$ 번째 직렬 부속체인의 관절 회전속도벡터를

${}_m\dot{\phi} = ({}_m\dot{\phi}_1 \ {}_m\dot{\phi}_2 \ {}_m\dot{\phi}_3)^T$ 라고 할 때, 이들 사이의 관계식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{u} = [{}_mG_{\phi}^u] {}_m\dot{\phi}, \quad m=1,2,3 \quad (4)$$

식 (4)에서 행렬  $[{}_mG_{\phi}^u]$ 가 비특이 할 때 역방향 일차 기구학적 영향 계수는 다음과 같이 구해진다.

$${}_m\dot{\phi} = [{}_mG_{\phi}^u]^{-1} \dot{u}, \quad m=1,2,3 \quad (5)$$

특히, 각 직렬 부속체인의  $n$ 번째 관절들을 구동 관절벡터  $\dot{\phi}_a = ({}_1\dot{\phi}_n \ {}_2\dot{\phi}_n \ {}_3\dot{\phi}_n)^T$ 로 할 때  $\dot{u}$ 와  $\dot{\phi}_a$ 와의 일차 기구학적 영향 계수는 다음과 같이 구해진다.

$$\dot{u} = [G_a^u] \dot{\phi}_a \quad (6)$$

여기서

$$[G_a^u] = \begin{bmatrix} [{}_1G_{\phi}^u]_n^{-1} \\ [{}_2G_{\phi}^u]_n^{-1} \\ [{}_3G_{\phi}^u]_n^{-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

이며  $[{}_mG_{\phi}^u]_n^{-1}$ 는  $[{}_mG_{\phi}^u]^{-1}$ 의  $n$ 번째 행을 나타낸다.

한편,  $\dot{\mu} = (\dot{\mu}_1 \ \dot{\mu}_2 \ \dot{\mu}_3)^T$ 로 정의되는 오일러 속도벡터(Euler rate vector)와  $\dot{\phi}_a$ 와의 국부 일차 영향계수는 절대속도와 오일러속도와와의 관계식

$$\dot{u} = [R_b^t] \dot{\mu} \quad (8)$$

을 식 (6)에 대입하여 정리함으로써 다음과 같이 구해진다.

$$\dot{\mu} = [G_a^u] \dot{\phi}_a \quad (9)$$

여기서

$$[G_a^u] = [R_b^t]^T [G_a^u] \quad (10)$$

#### 2.2.2. 이차 기구학적 영향계수

병렬형 3자유도 구형 시스템의 출력 가속도 벡터와  $m$ 번째 직렬 부속체인의 관절 가속도벡터와의 관계식은 다음과 같이 표현된다.

$$\ddot{\mathbf{u}} = [{}_m G_{\phi}^u] {}_m \ddot{\phi} + {}_m \dot{\phi}^T [{}_m H_{\phi\phi}^u] {}_m \dot{\phi} \quad (11)$$

식 (11)의 역관계식은 좌표계 전환기법을 이용하면 다음과 같이 얻어지며

$${}_m \ddot{\phi} = [{}_m G_{\phi}^u]^{-1} \ddot{\mathbf{u}} + \dot{\mathbf{u}}^T [{}_m H_{\phi\phi}^u] \dot{\mathbf{u}}, \quad m=1,2,3 \quad (12)$$

여기서

$$[{}_m G_{\phi}^u] = [{}_m G_{\phi}^u]^{-1} \quad (13)$$

$$[{}_m H_{\phi\phi}^u] = -[{}_m G_{\phi}^u]^{-1} ([{}_m G_{\phi}^u] \circ [H_{\phi\phi}^u]) [{}_m G_{\phi}^u] \quad (14)$$

이다. 식 (14)에서 오퍼레이터 “ $\circ$ ”는 일반화된 내적이라 불리우며 다음과 같은 기능을 갖는다. 즉, 행렬  $A$ 와 어레이  $B$ 가 각각  $m \times n$ ,  $n \times q \times r$ 일 때 이들의 일반화된 내적결과는  $m \times q \times r$  크기의 어레이  $C$ 로 얻어지며 그 요소는 다음과 같다.

$$[C]_{ijk} = [A \cdot B]_{ijk} = \sum_{l=1}^n [A]_{il} [B]_{ljk} \quad (15)$$

그리고 이 식으로부터 각 직렬 부속체인의 실제 구동 관절에 해당하는  $n$ 번째 관절들에 대한 가속도 관계식을 취하여 정리하면

$$\ddot{\phi}_a = [G_a^u] \ddot{\mathbf{u}} + \dot{\mathbf{u}}^T [H_{uu}^a] \dot{\mathbf{u}} \quad (16)$$

이 얻어진다. 여기서

$$[H_{uu}^a] = \begin{bmatrix} [{}_1 H_{uu}^a]_{n;} \\ [{}_2 H_{uu}^a]_{n;} \\ [{}_3 H_{uu}^a]_{n;} \end{bmatrix} \quad (17)$$

이며  $[{}_m H_{uu}^a]_{n;}$ 는  $[{}_m H_{uu}^a]$ 의  $n$ 번째 평면을 의미한다. 식 (16)의 역관계식은

$$\ddot{\mathbf{u}} = [G_a^u] \ddot{\phi}_a + \dot{\phi}_a^T [H_{aa}^u] \dot{\phi}_a \quad (18)$$

로 표현되며,

$$[H_{aa}^u] = -[G_a^u]^{-1} ([G_a^u] \circ [H_{uu}^a]) [G_a^u] \quad (19)$$

이다. 절대 회전 가속도와 오일러 가속도 관계식은 다음과 같으므로

$$\ddot{\mathbf{u}} = [R_b^u] \ddot{\boldsymbol{\mu}} \quad (20)$$

오일러 각과 출력 변수와의 가속도 관계식은 위 식 (18)을 식 (20)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\ddot{\boldsymbol{\mu}} = [G_a^u] \ddot{\phi}_a + \dot{\phi}_a^T [H_{aa}^u] \dot{\phi}_a \quad (21)$$

여기서

$$[H_{aa}^u] = [R_b^u]^{-1} \circ [H_{aa}^u] \quad (22)$$

### 3. 출력 콤플라이언스

$\boldsymbol{\tau} = (\tau_1 \tau_2 \dots \tau_n)^T$ 와  $\mathbf{f} = (f_1 f_2 \dots f_m)^T$ 를 각각 구동관절에서의 토크와 RCC점에 가해진 외력벡터를 나타낸다고 하자. 그리고, 입력관절  $\phi_a$ 에서의 관절 콤플라이언스를  $C_{\phi_1}$ ,  $C_{\phi_2}$ ,  $C_{\phi_3}$ 라고 할 때, 관절 콤플라이언스 행렬은 다음과 같이 대각행렬로 표현된다.

$$[C_{\phi\phi}] = \begin{bmatrix} C_{\phi_1} & 0 & 0 \\ 0 & C_{\phi_2} & 0 \\ 0 & 0 & C_{\phi_3} \end{bmatrix} \quad (23)$$

이때 출력점에서의 콤플라이언스  $[C_{uu}]$ 는 아래와 같다.

$$[C_{uu}] = [G_a^u] [C_{\phi\phi}] [G_a^u]^T \quad (24)$$

### 4. 잉여 관절 콤플라이언스를 가지는 경우 RCC점에서의 콤플라이언스 모델

각 직렬 부속체인의 모든 관절에 관절 콤플라이언스가 부착되었을 경우의 콤플라이언스 모델은 다음과 같이 구해진다. 먼저 각 직렬 부속체인의 첫 번째, 두 번째, 그리고 세 번째 관절 변수벡터들 ( $\phi_b$ ,  $\phi_m$ ,  $\phi_t$ ) 각각의 강성행렬이 다음과 같다고 하자.

$$[K_{ii}] = \begin{bmatrix} k_{i\phi_i} & 0 & 0 \\ 0 & k_{2\phi_i} & 0 \\ 0 & 0 & k_{3\phi_i} \end{bmatrix}, \quad i=b, m, t \quad (25)$$

평형상태로부터 미소변위가 발생하였을 때 이들 콤플라이언스로 인해 저장되는 잠재 에너지는 다음과 같으며

$$\begin{aligned} P.E. &= \frac{1}{2} \sum_{i=b}^t \{d\phi_i^T [K_{ii}] d\phi_i\} \\ &= \frac{1}{2} d\mathbf{u}^T \sum_{i=b}^t \{[G_i^u]^T [K_{ii}] [G_i^u]\} d\mathbf{u} \quad (26) \\ &= \frac{1}{2} d\mathbf{u}^T [K_{uu}] d\mathbf{u} \end{aligned}$$

이 식으로부터 출력 강성 행렬은 다음과 같이 구해진다.

$$[K_{uu}] = \sum_{i=b}^t \{[G_i^u]^T [K_{ii}] [G_i^u]\} \quad (27)$$

메카니즘이 대칭형상을 유지할 때 존재하는 RCC점에서 출력 강성행렬  $[K_{uu}]$ 의 비대각행렬 요소값이 0이며,  $x$ 와  $y$  두 회전방향으로의 출력콤플라이언스는 항상 같다는 사실과 강성행렬과 콤플라이언스의 역관계식을 사용하여 다음과 같이 출력강성과 관절강성사이의 관계식으로 정리할 수 있다.

$$K_u = [A] K_{\phi} \quad (28)$$

여기서

$$K_u = [K_{xx} \ K_{zz}]^T \quad (29)$$

$$K_{\phi} = [K_{\phi_b} \ K_{\phi_m} \ K_{\phi_t}]^T \quad (30)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{K_{xxb}}{K_{\phi_b}} & \frac{K_{xxm}}{K_{\phi_m}} & \frac{K_{xxt}}{K_{\phi_t}} \\ \frac{K_{zzb}}{K_{\phi_b}} & \frac{K_{zzm}}{K_{\phi_m}} & \frac{K_{zzt}}{K_{\phi_t}} \end{bmatrix} \quad (31)$$

이며  $K_{xxt}$ 는 메카니즘의  $i$ 번째 관절벡터들의 강성으로 인하여 발생하는  $x$ 축방향으로의 출력강성을 나타낸다. 식 (28)로부터  $K_u$ 는

$$K_u = [A]^+ K_u + ([I] - [A]^+ [A]) \boldsymbol{\varepsilon} \quad (32)$$

와 같이 구해지며, 식 (32)의 오른쪽의 첫 번째 항은 minimum norm해를 나타내고 두 번째 항은 일반해

를 나타낸다. 두 번째 항은 출력 강성에는 아무런 영향도 미치지 않지만 콤플라이언스 민감도에는 영향을 주기 때문에 실제 메카니즘의 설계에서는 적당한  $\epsilon$ 을 선정할 필요가 있다.

## 5. 상반효과로 인한 강성 특성

### 5.1. 내부 기구학 모델

메카니즘의 내부기구학 모델은 평면형 3 자유도 메카니즘의 해석과 동일하며 본 논문에서는 결과식만을 간략하게 기술한다. 먼저,  ${}_m\dot{\phi}_a$ 와  ${}_m\dot{\phi}_b$ 를 각각  $m$ 번째 직렬 부속체인의 독립속도벡터와 비독립속도벡터를 나타낸다고 할 때 전체 메카니즘의 독립속도벡터와 비독립속도벡터는 각각

$$\dot{\phi}_a = ({}_1\dot{\phi}_a \quad {}_2\dot{\phi}_a \quad {}_3\dot{\phi}_a)^T \quad (33)$$

$$\dot{\phi}_b = ({}_1\dot{\phi}_b \quad {}_2\dot{\phi}_b \quad {}_3\dot{\phi}_b)^T \quad (34)$$

로 표현되며 이들 사이의 관계식은

$$\dot{\phi}_b = [G_a^1] \dot{\phi}_a \quad (35)$$

로 얻어진다. 그리고 이들 사이의 가속도 관계식은

$$\ddot{\phi}_b = [G_a^1] \ddot{\phi}_a + \dot{\phi}_a^T [H_{aa}^1] \dot{\phi}_a \quad (36)$$

의 형태로 표현된다. 본 논문에서는  $[G_a^1]$ 와  $[H_{aa}^1]$ 의 상세한 표현은 참고문헌과 유사하므로 생략한다.<sup>(4)</sup>

### 5.2. 상반효과로 인한 강성도 분석

먼저 각 부속체인에서 독립관절과 비독립관절의 개수를 각각  $N_a$ ,  $N_b$ 라 하고  $T_a$ 와  $T_b$ 를 각각 다음과 같이 독립관절과 비독립관절에서의 주어진 토크벡터를 나타낸다고 하자.

$$T_a = (T_{a1} \quad T_{a2} \quad \dots \quad T_{a_{N_a}})^T \quad (37)$$

$$T_b = (T_{b1} \quad T_{b2} \quad \dots \quad T_{b_{N_b}})^T \quad (38)$$

이러한 토크들에 의해 메카니즘이 평형상태를 이룰 때 이들 사이에 다음의 관계식

$$T_k = T_a + [G_a^1]^T T_b = 0 \quad (39)$$

이 성립하며 이 식에서  $T_k$ 는 내부하중으로 인하여 발생하는 스프링효과와 복원력을 나타내는 힘으로서 평형상태에서는 이러한 힘이 존재하지 않는다. 그러나, 시스템에 미소한 변위가 발생되는 경우 식 (38)은 독립관절변수벡터에 대하여 미분식으로서 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_k}{\partial \phi_a} d\phi_a &= \frac{\partial T_a}{\partial \phi_a} d\phi_a \\ &+ \frac{\partial}{\partial \phi_a} ([G_a^1]^T T_{pe}) d\phi_a \quad (40) \\ &+ [G_a^1]^T \left( \frac{\partial T_b}{\partial \phi_b} \frac{\partial \phi_b}{\partial \phi_a} \right) d\phi_a \end{aligned}$$

여기서  $[K_{aa}]$ ,  $[K_{aa}^*]$ 와  $[K_{bb}]$ 는 각각

$$[K_{aa}] = -\frac{\partial T_a}{\partial \phi_a} \quad (41)$$

$$[K_{aa}^*] = -\frac{\partial}{\partial \phi_a} ([G_a^1]^T T_{pe}) \quad (42)$$

$$[K_{bb}] = -\frac{\partial T_b}{\partial \phi_b} \quad (43)$$

로 정의되며 독립관절에서의 강성도행렬, 상반효과로부터 발생하는 강성도행렬, 그리고 비독립관절에서의 강성도행렬을 의미한다. 식 (40)과 식 (42)에서의  $T_{pe}$ 는 주어진 형상에서 평형상태를 이루는 즉, 식 (39)를 만족시키는 고정된 토크벡터를 나타낸다. 그리고

$$[K_{aa}^e] = -\frac{\partial T_k}{\partial \phi_a} \quad (44)$$

로 정의되는  $[K_{aa}^e]$ 는 이러한 모든 강성행렬을 합한 독립관절에서의 유효 강성행렬을 나타낸다. 상반효과로부터 발생하는 강성행렬  $[K_{aa}^*]$ 은

$$[K_{aa}^*] = (-T_{pe}^T) \circ [H_{aa}^1]^T \quad (45)$$

로 표현된다.

이를 종합하면 독립관절에서의 유효강성행렬은

$$[K_{aa}^e] = [K_{aa}] + [K_{aa}^*] + [G_a^1]^T [K_{bb}] [G_a^1] \quad (46)$$

와 같이 나타내어진다. 식 (46)에서 오른쪽의 첫 번째 항은 독립관절에서의 강성행렬을 나타내고 두 번째 항은 상반효과로부터의 강성행렬 그리고 세 번째 항은 독립관절에서 느껴지는 나머지 비독립관절에서의 강성에 의한 강성행렬을 나타낸다. 출력점에서의 유효 출력 콤플라이언스  $[K_{uu}^e]$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$[K_{uu}^e] = [G_u^1]^T [K_{aa}^e] [G_u^1] \quad (47)$$

### 5.3. RCC점에서의 유효 상반강성을 발생시키는 Preloading 토크해석

식 (46)과 식 (47)로부터 상반효과로 인한 출력점에서의 강성행렬은

$$[K_{uu}^*] = [G_u^1]^T [K_{aa}^*] [G_u^1] \quad (48)$$

로 표현되며 출력점이 RCC특성을 나타내기 위해서는  $[K_{uu}^*]$ 의 비대각요소가 모두 0이 되어야 한다. 여기서 출력점에서의 강성행렬  $[K_{uu}^*]$ 을 다음과 같이 표현하자.

$$[K_{uu}^*] = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} \end{bmatrix} \quad (49)$$

식 (45)를 식 (48)에 대입하면 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} [K_{uu}^*] &= [G_u^1]^T (-T_{pe}^T \circ [H_{aa}^1]^T) [G_u^1] \\ &= -T_{pe}^T \circ ([G_u^1]^T [H_{aa}^1] [G_u^1]) \end{aligned} \quad (50)$$

식 (50)에서  $T_{pe}$ 는 메카니즘이 평형을 유지하는 상태, 즉 식 (39)를 만족시키는 값이다. 식 (50)의  $(m, n)$ 요소는 다음과 같은 행렬식으로 표현된다.

$$[K_{uu}^*]_{mm} = -([G_u^a]^T [H_{aa}^p] [G_u^a])_{:mm} \{ T_{pe} \} \quad (51)$$

그런데  $[K_{uu}^*]$ 는 대칭행렬이므로 여섯 개의 관계식이 존재한다. 또한 이 여섯 개의 관계식이 모두 독립 관계식을 유지하므로 다음과 같이 하나의 행렬식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} k_{xx} \\ k_{yy} \\ k_{zz} \\ k_{xy} \\ k_{xz} \\ k_{yz} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} ([G_u^a]^T [H_{aa}^p] [G_u^a])_{:11} \\ ([G_u^a]^T [H_{aa}^p] [G_u^a])_{:22} \\ ([G_u^a]^T [H_{aa}^p] [G_u^a])_{:33} \\ ([G_u^a]^T [H_{aa}^p] [G_u^a])_{:12} \\ ([G_u^a]^T [H_{aa}^p] [G_u^a])_{:13} \\ ([G_u^a]^T [H_{aa}^p] [G_u^a])_{:23} \end{bmatrix} \{ T_{pe} \} \quad (52)$$

또한 평형상태의 관계식 식 (39)는 다음과 같이 행렬식으로 표현할 수 있다.

$$[L]_{3 \times 3} [G_a^p]^T \begin{bmatrix} T_{ae} \\ T_{pe} \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{3 \times 1} \quad (53)$$

식 (52)와 (53)을 하나의 행렬식으로 정리하면

$$\mathbf{y} = [A] T_e \quad (54)$$

로 표현되며, 여기서

$$[A] = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 3} & - \begin{bmatrix} ([G_u^a]^T [H_{aa}^p] [G_u^a])_{:11} \\ ([G_u^a]^T [H_{aa}^p] [G_u^a])_{:22} \\ ([G_u^a]^T [H_{aa}^p] [G_u^a])_{:33} \\ ([G_u^a]^T [H_{aa}^p] [G_u^a])_{:12} \\ ([G_u^a]^T [H_{aa}^p] [G_u^a])_{:13} \\ ([G_u^a]^T [H_{aa}^p] [G_u^a])_{:23} \end{bmatrix} \\ [L]_{3 \times 3} & [G_a^p]^T \end{bmatrix} \quad (55)$$

$$\mathbf{y} = [k_{xx} \ k_{yy} \ k_{zz} \ k_{xy} \ k_{xz} \ k_{yz} \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (56)$$

$$T_e = [T_{ae} \ T_{pe}]^T \quad (57)$$

이다. 식 (56)에서  $k_{xy}=0$ ,  $k_{xz}=0$ ,  $k_{yz}=0$ 으로 고정하고  $k_{xx}$ ,  $k_{yy}$ 와  $k_{zz}$ 를 임의의 값으로 설정하는 경우 식 (54)로부터 이에 해당하는 preloading 토크  $T_e$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$T_e = [A]^{-1} \mathbf{y} \quad (58)$$

메카니즘이 대칭형상을 유지하는 형상에서는 각 부속체인의  $T_a$ ,  $T_m$ ,  $T_i$  값은 항상 같다는 것을 수치적으로 확인할 수 있다.

구형 3자유도 메카니즘이 coaxial(각 직렬 부속체인의 첫 번째 비틀림각  $\alpha_{01}$ 이 모두  $180^\circ$ )의 형상이 아닌 경우는 메카니즘이 대칭이든 비대칭의 형상을 가지는 항상 rank 6을 가지며 모든방향으로의 출력 콤플라이언스를 독립적으로 변화할 수 있다는 사실을 확인할 수 있다.<sup>(6)</sup> 그러나 coaxial인 경우는 출력점에서의 강성행렬의 rank는 항상 3임을 수치적으로 확인할 수 있다. 이러한 결과로부터 구형 3자유도 메카니즘의 경우 coaxial형상의 경우를 제외하고는 임의의 형상에서 각 직렬체인의 관절에 적절한 크기의 프리로딩을 가함으로써 RCC점에서의 콤플라이언스 크기를 임의로 조절할 수 있으며 특히 대칭의 형상에서는 동일한 크기의 관절 콤플라이언스를 부착함으로써 RCC점에서의 콤플라이언스의 크기를 조절할 수 있다는 것을 알 수 있다. Coaxial형상의 경우는 오직 대칭의 형상에서 출력 콤플라이언스를 조절할 수 있다는 사실을 확인하였다.

## 6. 시뮬레이션

### 6.1. 잉여관절 콤플라이언스를 활용한 출력 콤플라이언스 크기변조에 관한 시뮬레이션

먼저 메카니즘의 형상이  $x$ ,  $y$ ,  $z$ 축에 대한 오일러 각이 모두  $0^\circ$ 이고, 각 부속체인의 비틀림각 중  $\alpha_{01} = 150^\circ$ ,  $\alpha_{12} = 30^\circ$ 라 가정하고 시뮬레이션을 수행하였다. 이때 이러한 메카니즘의 형상은 항상 대칭을 유지한다. Fig. 2.(a)-(c)는 각 부속체인의 모든 관절이 단위 크기의 관절 콤플라이언스를 가지고 있을 때  $\alpha_{23}$ 와  $\alpha_{34}$ 의 변화에 대한 출력 콤플라이언스를 보여준다.

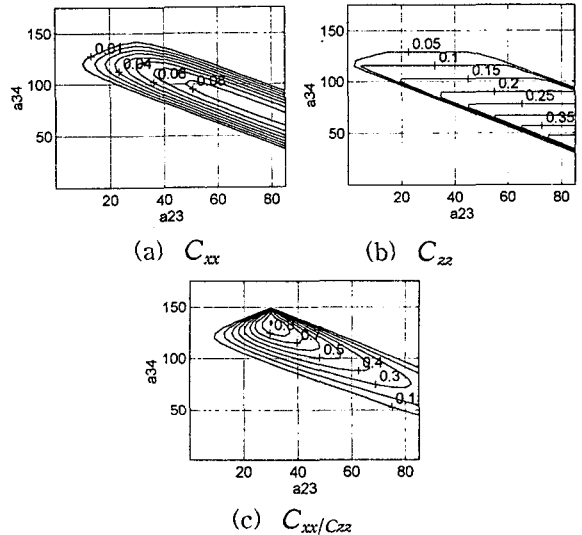


Figure 2. Output compliance w.r.t twist angle  $\alpha_{23}$ ,  $\alpha_{34}$

Fig. 3. (a),(b)는 각 부속체인의 세 번째, 네 번째 비틀림각  $\alpha_{23}$ ,  $\alpha_{34}$ 가 각각  $30^\circ$ ,  $120^\circ$ 인 경우 첫 번째 관절 콤플라이언스를 단위크기로 고정하고 두 번째와 세 번째 관절 콤플라이언스의 크기를 변화할 때 출력 콤플라이언스의 크기를 나타낸다. 이때,  $x$ 축과  $y$ 축에 대한 회전방향으로의 출력 콤플라이언스는 동일한 값을 갖는다.

반대로 Fig. 4. (a)-(c)는 출력 콤플라이언스 값을 변화시키면서 그 주어진 출력 콤플라이언스를 발생시키기 위한 각 관절 콤플라이언스의 크기를 나타낸다. Fig. 4. (a)-(c)에서 공통적으로 양수인 영역만이 잉여 관절 콤플라이언스의 크기를 변화할 때 출력 콤플라이언스를 변화시킬 수 있는 영역을 나타낸다.

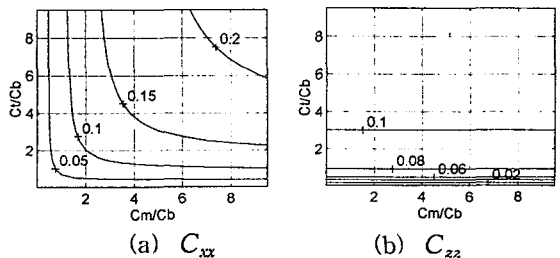


Figure 3. Output compliance w.r.t.  $C_{\phi_n}/C_{\phi_i}$  vs.  $C_{\phi_n}/C_{\phi_i}$

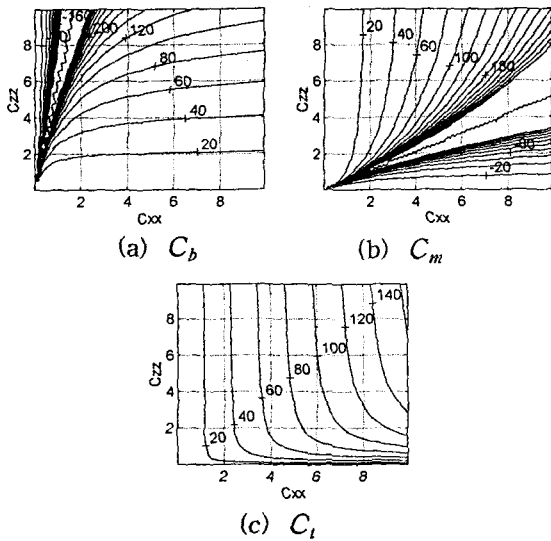


Figure 4. Joint compliances w.r.t.  $C_{xx}$  vs.  $C_{zz}$

6.2. 유효 상반강성도를 발생시키는 preloading 토크

Fig. 5. (a)-(c)는 각 부속체인의 비틀림각  $\alpha_{01} = 150^\circ$ ,  $\alpha_{12} = 30^\circ$ ,  $\alpha_{23} = 30^\circ$ ,  $\alpha_{34} = 120^\circ$ 로 고정하고,  $k_{xx}$ ,  $k_{zz}$ 를 변화시켰을 때 요구되는 관절에서의 최소 preloading 토크의 값을 보여준다.

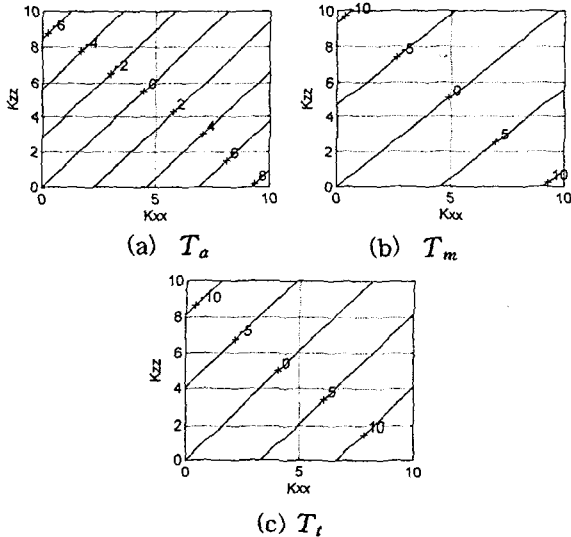


Figure 5. Preloading Torque w.r.t.  $K_{xx}$  vs.  $K_{zz}$

7. 결론

본 논문에서는 구형 3 자유도 메카니즘의 관절에 잉여 콤플라이언스를 부착하였을 경우와 이들 관절에서 메카니즘에 내부하중을 발생시키는 경우에 발생하는 상반강성효과로 인한 출력 콤플라이언스 크기변조 효과에 대해 조사하였으며 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 잉여 관절 콤플라이언스를 부착하는 경우에

RCC점에서 각 회전방향으로 서로 독립적이며 임의의 크기를 갖는 콤플라이언스를 발생시킬 수 있다는 사실을 시뮬레이션을 통하여 확인하였으며 RCC점에서 임의크기의 콤플라이언스를 발생시키기 위하여 요구되는 각 잉여 관절에서의 콤플라이언스의 크기에 관한 해를 제시하였다.

2) RCC점에서 임의크기의 콤플라이언스를 발생시키기 위하여 소요되는 각 관절에서의 preloading의 크기에 관한 해를 제시하고 이를 시뮬레이션을 통하여 확인하였다.

본 연구에서 조사된 구형 3 자유도 메카니즘은 특별히, 회전형 3 자유도 RCC모듈로서 활용될 수 있으므로 일반적인 다자유도 RCC기기의 모듈로서 조립 로봇에 유용하게 활용될 수 있을 것으로 사료된다.

참고문헌

1. D.E. Whitney, "Remote Center Compliance," in *Encyclopedia of Robotics System and Control*, vol 2., edited by J.J. Diponio and Y. Hasegawa, published by Industrial Training Corporation, pp. 1316-1324, 1986.
2. Whee-Kuk Kim, B-J. Yi, and D.G. Kim, "Analysis of a Planar 3-Degree-of-freedom Adjustable Compliance Mechanism," *KSME J. vol. 10, no 4*, pp.286-295, 1996.
3. 이병주, 김희국, 이준용, "구형 3자유도 병렬 메카니즘의 RCC특성과 콤플라이언스 민감도 해석," 로보틱스.제어.계측.자동화 종합학술대회, pp. 341-345, 1996.
4. 김희국, 이준용, 이병주, "잉여의 관절 콤플라이언스를 활용하는 평면형 3자유도 메카니즘의 RCC특성 분석," 추계 제어.자동화.시스템 학술회의, pp. 531-534, 1996.
5. 이병주, 김희국, 이준용, "잉여의 관절강성도를 활용하는 평면형 3자유도 RCC메카니즘의 상반효과로 인한 강성도특성," 추계 제어.자동화.시스템 학술회의, pp. 718-721, 1996.
6. Byung-Ju, Yi and R.A. Freeman, "Geometric Analysis of Antagonistic Stiffness in Redundantly Actuated Parallel Mechanisms," *Journal of Robotic Systems*, Vol.10, No.5, 1993, pp. 581-603.