韓國精密工學會 '96年度 秋季學術大會論文集 pp.787~792

타격되는 강체 부품의 평면 거동
Planar Motion of a Rigid Part Being Striked

박상욱(홍익대 대학원) · 한인환(홍익대)
S. U. Park(Graduated School, Hong Ik Univ), Inhwan Han(Hong Ik Univ)

ABSTRACT

The method of manipulation by striking a part and letting it slide until it comes to rest, has been very little studied. However, the manipulation method is not uncommon in our daily lives. We analyze the dynamic behavior of a rigid polygonal part being striked and sliding on a horizontal surface under the action of friction. There are two parts to this problem; one is the impact problem, and the other is the sliding problem. We characterize the impact and sliding dynamics with friction for polygonal parts, and present the possibility of reverse calculation for motion planning of striking operations. Using a high speed video camera, the computer simulation results are experimentally verified.

Key Words : striking(타격), polygonal part(다각형 부품), friction(마찰), impact(충돌), sliding(미끄럼), dynamic behavior(동적 거동), reverse calculation(역계산), motion planning(동작계획)

1. 서론

로봇의 부품 처리 방식은 통상 파지, 이동, 탈착의 3단계로 이루어져 있다. 그러나 대상 부품이 소형 강체일 경우 통상적인 처리방식 보다는 밀기 또는 타격으로 부품을 처리하는 것이 보다 효율적일 수 있다. 로봇을 이용한 밀기 동작의 경우는 비교적 많은 연구가 진행되어 왔으나, 타격 동작에 대해서는 거의 연구 결과가 발표되고 있지 않다[1]. 실제 우리 생활에서 미세 위치 조정에는 타격동작을 많이 사용하고 있을 뿐만 아니라, 동작속도가 빠른 동적 상황에서는 밀기 동작 모델은 의미를 잃고 타격동작으로 모델링되어야 하므로 타격동작의 해석은 중요하다.

Huang 등[1]은 평면 위에 회전대칭 물체를 타격하여 특정 위치로 보내기 위해, 충돌과 미끄럼운동의 역해석에 관한 연구를 하였고, Voyenli 등[2]은 수평면 위에서 회전 대칭 평판의 운동에 대해 연구한바 있다. 그들의 연구 결과는 대략 5가지 정도로 요약할 수 있다. 첫째는 순수병진운동하는 물체는 멈출 때까지 순수병진운동하고 둘째, 순수 회전하는 물체는 멈출 때까지 순수 회전 운동을 한다. 셋째, 초기 속도의 증가는 멈추는데 걸리는 시간을 증가시킨다. 넷째, 회전 및 병진운동이 동시에 진행되는 물체 속도 방향이 변하지 않는다. 다섯째, 회전과 병진운동은 초기속도와 관계없이 동시에 멈춘다. 이상의 특징 중 둘째와 넷째, 다섯째는 회전대칭물체의 경우에만 유효하고 일반적인 형태의 평판에는 적용되지 않는다. Goyal 등[3]은 한계표면(limit surface)의 개념과 순간회전 중심에 대한 마찰 모멘트함수를 이용하여 마찰에 의한 힘과 모멘트와의 관계와 병진과 회전운동의 관계에 대해 연구한바 있다. Mason[4]은 대상 물체가 밀림을 당한 후 동작을 정성적으로 예측할 수 있는 해석적인 기법을 제시하였으며, 이때 물체에 작용하는 마찰모멘트의 단조 특성을 증명하였다. Lynch 등[5]은 한계표면의 개념을 도입하여 물체를 어떤 위치로 움직이기 위한 밀기동작의 가제어성과 이에 대한 필요조건과 충분조건에 대해 연구하였다. Balorda[6]는 준정역학적(quasi-static) 가정 하에서, 이점 접촉 밀기동작을 해석하고, 이를 이용하여 파지의 자동 계획 알고리즘을 제시하였다. Zumel 등[7]은 기존의 밀기동작 연구가 준정역학적 가정에 근거한데 반해, 동역학적 해석을 위한 충돌 문제를 제기하였다. Pham 등[8]은 밀기 또는 끌기에 의해 움직이는 사각형 물체에 대해, 초기운동을 특성화하는 초기회전중심을 관성력과 마찰력의 크기에 따라 준정역학적 해석과 동역학적 해석을 통해 해석하였다. Jia 등[9]은 형태를 알고 있는 물체의 밀기 동작중 세 개의 중간 접촉 위치 또는 미는 손가락의 접촉운동으로부터 밀기 동작의 초기 상태를 해석하였다.

본 논문은 수평면 위에 있는 다각형 부품이 로봇에 의해 타격될 때, 부품의 동적 거동에 대한 해석 결과를 제시한다. 타격되는 부품의 동적 거동 해석은 진행과정에 따라 충돌거동과 미끄럼거동의 두 부분으로 나눌 수 있다. 충돌의 경우 강체 역학의 범주

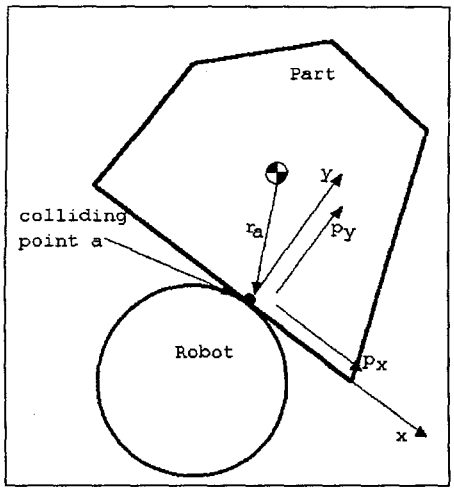


Fig. 1 The impact problem

내에서 짧은 충돌시간 동안 역적-운동량 이론과 Coulomb의 법칙을 사용하여 마찰력을 수반하는 충돌 거동에 대한 해석결과[10]를 이용하였다. 미끄럼 거동 해석은 충돌거동의 해석 결과를 초기 조건으로 사용한다. 부품이 거친 평면 위에서 움직이게 되므로 마찰력과 마찰토오크가 외력으로 작용하게 되며, 이들의 크기와 방향은 속도와 부품의 기하학적 형상의 복잡한 함수로 나타나게 된다. 결국 이들 마찰력에 의해 부품은 어떤 위치에서 정지하게 된다.

본 논문에서는 타격되는 부품의 동적 거동을 해석할 때, 그 역계산의 가능성을 심각하게 고려했다. 로봇의 타격동작 계획을 수립하기 위해서는, 부품을 원하는 위치(position)나 자세(orientation)로 보내기 위한 타격 방법이 결정되어야 하기 때문이다.

2. 타격 동작 해석

Fig. 1에서 보는바와 같이, 다각형 형태의 부품이 타격전 정지되어 있는 것으로 고려한다. 이때, 타격하는 로봇의 질량과 관성모멘트는 부품에 비해 매우 큰 값을 가지는 것으로 가정한다. 역적을 구하기 위해서는 타점(충돌접촉점) a에서의 속도가 고려되어야 하며, 접촉점에서의 상대미끄럼속도(relative velocity of sliding)와 상대접근속도(relative velocity of compression)는 식(1)로 표현된다.

$$\begin{aligned} s(t) &= s_0 - AP_x(t) + BP_y(t) \\ c(t) &= c_0 + BP_x(t) - A'P_y(t) \end{aligned} \tag{1}$$

where

$$A=\frac{1}{m}+\frac{r_{ay}^2}{I}\ ,\quad A'=\frac{1}{m}+\frac{r_{ax}^2}{I}\ ,\quad B=\frac{r_{ax}r_{ay}}{I}$$

Han and Gilmore[10]에 의해 발표된 마찰 충돌 해석의 결과로부터 마찰 및 법선 역적 P_x, P_y 를 각각 구할 수 있다. 타격 직후, 부품의 운동 속도는 식(2)로 나타나며,

$$\begin{aligned} V_{Gx} &= \frac{1}{m}P_x\ ,\quad V_{Gy}=\frac{1}{m}P_y \\ \Omega &= -\frac{1}{I}[r_{ay}P_x - r_{ax}P_y] \end{aligned} \tag{2}$$

미끄럼 운동 해석에서 해당 부품의 초기 속도로 사용된다. 한편, 타격의 역해석시에는 이와 반대로 타격 종료 속도로부터 로봇의 타격속도와 평판의 타격위치를 구해야 한다. 먼저 타격 종료 속도의 방향으로부터 타격할 면(edge)을 결정하면, r_{ay}는 고정된다. 따라서 r_{ax}는 타격 종료 속도와 r_{ay}의 함수가 되므로 타격 위치를 결정할 수 있다. 그리고 로봇의 타격 속도는 각각의 충돌 경우[10]를 결정 짓기 위한 경계조건에 따라서 역적의 함수로 구할 수 있으며, 역적은 타격 종료 속도의 함수로 나타낼 수 있으므로 로봇의 타격 속도를 결정할 수 있게 된다.

3. 미끄럼 거동 해석

해당 부품이 거친 평면 위에서 움직이게 되므로 마찰력과 마찰 토오크가 외력으로 작용하게 되며, 부품의 각 미소 면적에서 발생하는 마찰력을 부품의 전체 접촉면에 대해 적분함으로써 마찰력과 마찰 토오크를 결정할 수 있다.

Fig. 2 에 보여지는 접촉면의 미소면적에 작용하는 마찰력은 식(3)으로 나타나며,

$$dF_X=-\frac{f\,\dot{X}\,dS}{\sqrt{\dot{X}^2+\dot{Y}^2}}\ ,\quad dF_Y=-\frac{f\,\dot{Y}\,dS}{\sqrt{\dot{X}^2+\dot{Y}^2}} \tag{3}$$

where $f=\mu P(x,y)$

$P(x,y)$와 f는 각각 단위 면적에 작용하는 수직력과 마찰력이다. 식(3)에 가상 일 법칙(principle of virtual work)을 적용하면,

$$\begin{aligned} \delta W_{total} &= -\int \delta X\cdot dF_X - \int \delta Y\cdot dF_Y \\ &= -\int\left[\frac{f\,\dot{X}\,\delta X}{\sqrt{\dot{X}^2+\dot{Y}^2}}+\frac{f\,\dot{Y}\,\delta Y}{\sqrt{\dot{X}^2+\dot{Y}^2}}\right] dS \\ &= -\int\frac{f}{\sqrt{\dot{X}^2+\dot{Y}^2}}R\,dS \\ &= F_X\,\delta X_G + F_Y\,\delta Y_G + T\,\delta\theta \end{aligned} \tag{4}$$

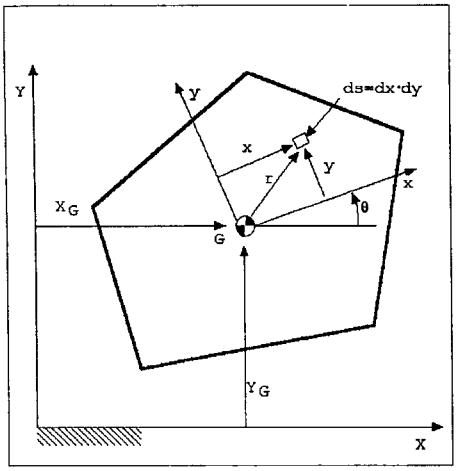


Fig. 2 The sliding problem

where

$$\mathcal{R}=[\ddot{X}_G-x\ddot{\theta}\sin\theta-y\ddot{\theta}\cos\theta]\,\delta X_G$$
$$+[\ddot{Y}_G+x\ddot{\theta}\cos\theta-y\ddot{\theta}\sin\theta]\,\delta Y_G$$
$$+[-(\ddot{X}_{Gx}+\ddot{Y}_{Gy})\sin\theta$$
$$-(\ddot{X}_{Gy}-\ddot{Y}_{Gx})\cos\theta+x^2\ddot{\theta}+y^2\ddot{\theta}]\delta\theta$$

따라서, 운동하는 부품에 작용하는 마찰력과 마찰모멘트는 식(5)로 나타낼 수 있으며,

$$F_X=-\int\frac{f(\ddot{X}_G-x\ddot{\theta}\sin\theta-y\ddot{\theta}\cos\theta)}{H}\,dxdy$$

$$F_Y=-\int\frac{f(\ddot{Y}_G+x\ddot{\theta}\cos\theta-y\ddot{\theta}\sin\theta)}{H}\,dxdy \qquad (5)$$

$$T=-\int f[(x^2+y^2)\ddot{\theta}+(\ddot{Y}_{Gx}-\ddot{X}_{Gy})\cos\theta$$
$$-(\ddot{X}_{Gx}+\ddot{Y}_{Gy})\sin\theta]/H\,dx\,dy$$

where

$$H=[\ddot{X}_G^2+\ddot{Y}_G^2+(x^2+y^2)\dot{\theta}^2$$
$$+2\dot{\theta}(\ddot{Y}_{Gx}-\ddot{X}_{Gy})\cos\theta-2\dot{\theta}(\ddot{X}_{Gx}+\ddot{Y}_{Gy})\sin\theta]^{\frac{1}{2}}$$

부품의 운동방정식은 식(6)으로 나타낼 수 있다.

$$m\ddot{X}_G=F_X\ ,\quad m\ddot{Y}_G=F_Y\ ,\quad I_G\ddot{\theta}=T \qquad (6)$$

Fig. 3과 같이 속도의 방향을 x축으로 하는 부품에 고착된 국부좌표계를 설정하고, 접촉면에서 압력분포가 균일하다고 가정한다. 이 때 순간회전 중심은 y축상에 존재하게 되며, 식(7)로 구해질 수 있다.

$$y_c=\frac{v}{\omega} \qquad (7)$$

마찰력과 마찰 토오크는 식(8)로 나타낼 수 있다.

$$F_f=-\mu g\int\frac{\bar{u}}{|\bar{u}|}\,dm \qquad (8\text{-a})$$
$$=-\mu g\ sgn(\omega)\int\frac{-(y-\frac{v}{\omega})\hat{x}+x\hat{y}}{\sqrt{x^2+(y-\frac{v}{\omega})^2}}\,dm$$

$$T_f=-\mu g\ sgn(\omega)\int\frac{y(y-\frac{v}{\omega})+x^2}{\sqrt{x^2+(y-\frac{v}{\omega})^2}}\,dm \qquad (8\text{-b})$$

3.1 병진 및 회전 운동

부품의 초기 회전운동 속도가 0인 경우 마찰력의 크기는 속도에 무관하며, 물체가 정지할 때까지 일정한 크기를 가지고 계속해서 무게중심 속도의 반대방향으로 작용하게 된다. 이것은 부품의 각 미소면에서 속도의 방향이 같으므로 작용하는 마찰력의 방향이 같아지기 때문이다. 따라서 부품의 속도는 선형적으로 감소하게 되며, 회전운동은 발생하지 않게 된다. 이러한 경우 부품에 작용하는 마찰력은 무게중심에 작용하는 단일힘(single force)으로 고려할 수 있다. 식(8)에 ω=0으로 하면, 쉽게 알 수 있다.

부품의 초기 병진 속도가 0인 경우 식(8)에서 v=0으로 하면, 각개 방향의 마찰력과 마찰 토오크는 식(9)로 나타낼 수 있다.

$$F_x=-\mu g\ sgn(\omega)\int\frac{-y}{\sqrt{x^2+y^2}}\,dm \qquad (9\text{-a})$$

$$F_y=-\mu g\ sgn(\omega)\int\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\,dm \qquad (9\text{-b})$$

$$T_f=-\mu g\ sgn(\omega)\int\sqrt{x^2+y^2}\,dm \qquad (9\text{-c})$$

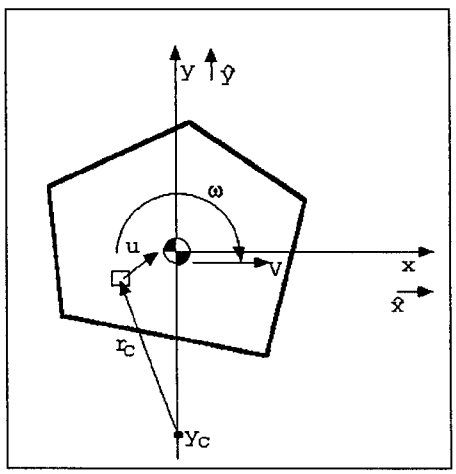


Fig. 3 The instantaneous center of velocity

Table 1 Periodical change in the direction of frictional force

shape / S_R / iteration	①	②	③	④
	0.785	0.419	0.642	0.863
1st period	45.2°	88.2°	91.1°	90.5°
2nd period	44.7°	89.9°	91.1°	88.2°
3rd period	45.3°	88.8°	88.8°	87.1°

식(9-a, b)의 적분항은 중요한 의미를 지닌다. 즉, 질량이 일정할 경우 식(9-a, b)는 부품의 기하학적 형상의 함수이다. 따라서 부품의 형태에 따라 크게 회전 대칭 부품과 회전 비대칭 부품으로 구분해서 부품의 운동 특성을 살펴 볼 수 있다. 원판이나 링 같은 회전 대칭의 부품의 경우 식(9-a, b)의 적분항은 항상 0이 된다. 따라서 마찰력은 0이 되며, 결과적으로 부품은 제자리에서 회전하다가 정지하게 된다. 그러나 회전 비대칭의 부품의 경우 식(9-a, b)의 적분항은 일반적으로 0이 아니며, F_y는 부품의 형상이 속도의 방향에 수직한 직선, 즉 y축 대칭일 때 0이 되고, F_x는 속도방향 즉, x축 대칭일 경우에 0이 된다. 따라서 회전비대칭 부품의 경우, 초기 운동이 순수회전운동이어도 병진운동 요소가 발생한다.

3.2 일반적인 평면 운동(General Planar Motion)

회전 대칭인 부품의 경우, 식(8-a)로부터 속도방향에 수직한 방향의 마찰력성분(F_y)은 0이 됨을 알 수 있다. 이 사실은 속도의 방향이 변하지 않음을 의미한다.

그러나 회전 비대칭의 부품의 경우에는 식(8-a)으로부터 속도방향에 수직한 마찰력 성분은 일반적으로 0이 아니고, 부품의 형상이 y축(속도의 방향)에 대칭일 경우에 0이 될 것임을 알 수 있다. 회전 비대칭의 부품의 경우 마찰력과 속도의 방향은 회전함에 따라서 변하게된다. 이러한 변화량은 부품의 형상이 원의 형상에서 멀어질수록 커지는 것으로 여겨진다. 회전대칭성(rotational symmetricity) S_R에 대해 식(10)과 같이 정의하였다.

$$S_R = \frac{\pi R^2}{S} \tag{10}$$

S는 다각형의 면적이고 R은 무게중심으로부터 부품 접촉면의 외각 경계선(edge)까지의 최소 거리이다. 식(10)으로 정의한 회전대칭성 S_R이 작을 수록 마찰력 방향의 변화가 커질 것이다.

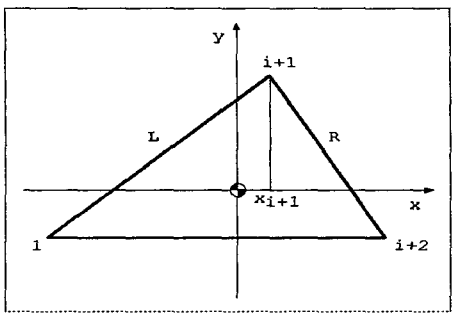


Fig. 4 An elementary triangle

4. 시뮬레이션 및 실험

전 절에서 제시한 바와 같이 일반적인 다각형에 대해 유도한 식을 가지고 마찰력과 마찰 토오크를 계산하기 위한 면적분 수치해석에서 적분 구간을 적분변수의 함수로 나타내기 위해, n 개의 꼭지점을 갖는 다각형을 (n-2) 개의 단위삼각형으로 분할하여 해석하였다. Fig. 4에서 보여지는 단위 삼각형에 대한 마찰력은, 식(11)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} F_i(x,\ y) &= \int f_i\ (x,\ y)\ dA \\ &= \int_{x_1}^{x_{i+1}} \left[\int_{y_1}^{L(x)} f_i(x,\ y)\ dy \right] dx \\ &+ \int_{x_{i+1}}^{x_{i+2}} \left[\int_{y_1}^{R(x)} f_i(x,\ y)\ dy \right] dx \end{aligned} \tag{11}$$

where

$$L(x) = \frac{y_{i+1} - y_1}{x_{i+1} - x_1} x + \frac{x_{i+1} y_1 - x_1 y_{i+1}}{x_{i+1} - x_1}$$

$$R(x) = \frac{y_{i+2} - y_{i+1}}{x_{i+2} - x_{i+1}} x + \frac{x_{i+2} y_{i+1} - x_{i+1} y_{i+2}}{x_{i+2} - x_{i+1}}$$

식(11)에 근거하여 Fig. 5에서 제시되는 일반적인 다각형에 대해 작용하는 마찰력과 마찰 토오크를 시뮬레이션에 보다 용이하도록 구할 수 있다.

미소일은 식(12)와 같이 나타낼 수 있으며,

$$\delta W_{total} = \sum_i [F_{Xi}\ \delta X_{Gi} + F_{Yi}\ \delta Y_{Gi} + T_i\ \delta\theta_i] \tag{12}$$

다각형에 작용하는 마찰력과 마찰 토오크는 식(13)으로 구해진다.

$$\begin{aligned} F_X &= \sum_i F_{Xi} \quad , \quad F_Y = \sum_i F_{Yi} \\ T &= \sum_i [\ (T_i - F_{Xi}\ (x_{Gi} \sin\theta + y_{Gi}\ \cos\theta) \\ &+ F_{Yi}\ (x_{Gi} \cos\theta - y_{Gi}\ \sin\theta)] \end{aligned} \tag{13}$$

접촉면에 대한 압력분포가 균일하지 않은 부품의 경

Table 2 Physical parameters

coeff. of rest.	0.51
coeff. of contact frict.	0.4
coeff. of surpport frict.	0.25
velocity of robot	1.2 m/s
mass of part	0.2 kg

수에도 본 논문에서 제시하는 알고리즘은 유효하다.

시뮬레이션 결과, 마찰계수와 질량에 따라서 마찰력과 마찰 모멘트는 단조 증가한다는 것을 확인할 수 있고, 이는 식(5)로부터 쉽게 예측할 수 있다. 마찰력과 마찰 모멘트는 소산력으로 부품의 형태와 속도의 함수이다. 따라서 병진과 회전속도비의 변화에 따른 마찰력과 마찰 모멘트의 변화로부터 회전과 병진 운동에 의한 에너지 감소 관계를 알 수 있다. ω/v에 따라서 마찰력은 감소하고 마찰 모멘트는 증가하는데, 이 사실은 이미 Mason등[1]에 의해 알려진 바 있으며, 식(8)을 미분함으로써도 예측할 수 있다. Fig. 6은 ω/v에 따른 이러한 변화를 여러 마찰계수에 대해 나타낸 것이다.

회전비대칭 부품에 대해서는 마찰력 방향의 변화가 중요한 관심대상이다. Table 1에 보여지는 결과는 운동 중에 마찰력의 방향과 초기 속도의 방향이 같아지는 순간이 거의 반복해서 주기적으로 발생하게 되는데 그 순간 동안의 회전 변위량을 나타낸 것이다. 이 변위량은 부품의 형상에 따라서 거의 일정한 값을 가지는 것으로 여겨진다. 이 사실은 식(9)로부터 유추가 가능하며, 평판의 형상에 따라 속도방향의 주기적인 변화를 Fig. 7에서 확인할 수 있다. 또한 부품의 회전대칭성 S_R이 작을수록 마찰력의 방향이 크게 변한다는 사실을 볼 수 있다.

Table 1에서 보여지는 것과 같은 형상으로 제작된 실제 부품들을 로봇(SCOBOT ER VII)을 이용하여 타격하고, 이 때 타격과정과 미끄럼운동을 고속 비

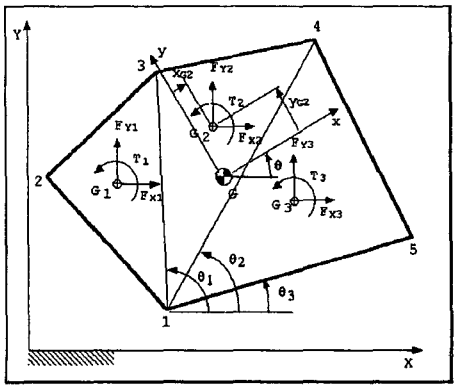
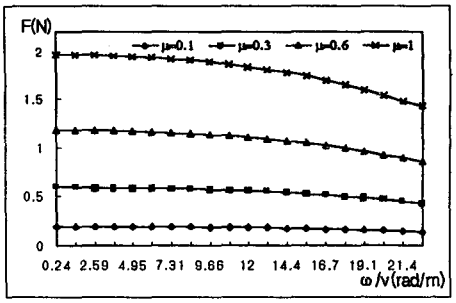
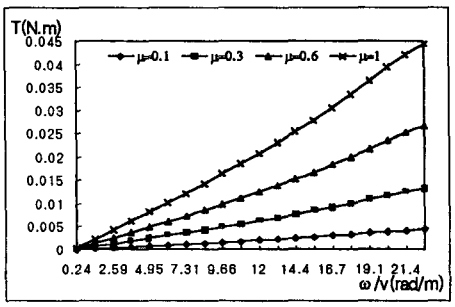


Fig. 5 A general polygonal part



(a) Friction force



(b) Frictional Torque

Fig. 6 Frictional Force and Torque

디오 카메라로 초당 240 프레임으로 촬영하여 시뮬레이션 결과와 프레임별로 비교하였다.

Fig. 8에 보여지는 결과는 부품 ③을 대상으로 한 것이며, 0.042초 간격으로 부품의 위치 및 자세에 대한 실험과 시뮬레이션 결과를 각기 보여주고 있다. Table 2는 실험과 관련된 여러 계수들의 값을 요약하고 있다. 실험과 시뮬레이션 결과의 불일치가 다소 발생하게 되는 데는 여러 가지 요소가 개재될 수 있겠지만 마찰계수의 불확실성에 따른 영향이 가장 크리라 여겨진다. 여러 다각형 부품들에 대해 실험을 수행한 결과, 부품②와 ③의 경우가 시뮬레이션 결과와의 차이가 비교적 크게 나타났다. 이는 회전대칭성이 보다 작은 형태의 부품일수록 마찰계수에 따른 민감도가 커지기 때문이라 여겨진다.

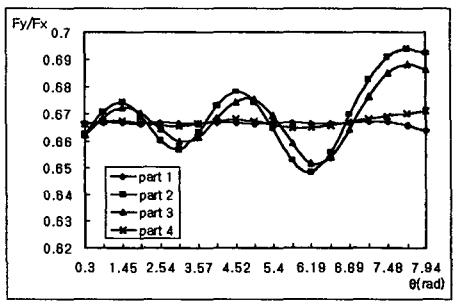
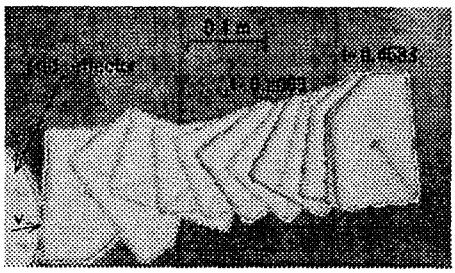


Fig. 7 Change in the direction of frictional force

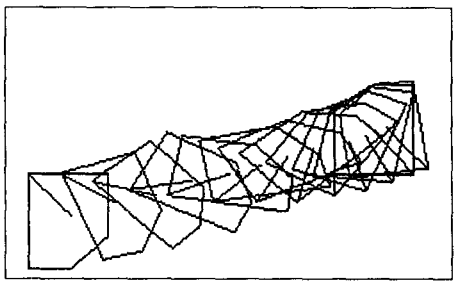
5. 토의 및 결언

회전비대칭 부품은 회전대칭의 경우와 마찬가지로 마찰력은 ω/v에 따라서 단조 감소하고, 마찰토오크는 단조 증가한다. 그러나, 부품이 멈출 때까지 각개 방향으로의 변위량이 초기속도에 대해 단조적이라는 회전대칭 부품이 가지는 특성은 더 이상 유효하지 않다. 이는 속도방향에 수직한 방향으로 작용하는 마찰력 성분 때문인데, 속도의 방향이 운동중 변화한다는 것을 의미한다. 속도방향 변화 양상은 부품 형상에 따라서 다르게 나타나며, 거의 주기적으로 변화하는 모습을 보여준다. 또한 회전대칭성이 작을수록 그 변화의 폭은 크게 나타나게 된다. 따라서 Mason등[1]이 제시한 회전대칭 부품에 대한 미끄럼 운동의 역해석 방법은 직접 적용할 수 없게 된다. 그러나 회전대칭성이 비교적 큰 회전비대칭 부품을 회전대칭으로 가정하여, Mason등이 제시한 역해석 방법을 이용한 근접한 해를 구하고, 이러한 가정으로 발생하는 오차를 적절히 줄여 나감으로써 회전비대칭 부품에 대한 역해석을 할 수 있을 것이다. 이때, 회전각에 따른 마찰력 방향의 주기적인 변화의 특징과 회전대칭성에 대한 특징은 매우 유용할 것으로 여겨진다. 즉, 주기성을 이용하여 회전각에 따른 속도방향의 대략적인 추정과, 회전 대칭성 S_R을 이용한 속도 방향의 변화량의 추정도 가능할 것이다.

본 논문에서는 수평면 위에 있는 다각형 부품이 로봇에 의해 타격될 때, 부품의 동적 거동을 해석하고 시뮬레이션과 실험을 통해서 검증하였다. 또한 다각형 부품을 로봇에 의해 타격하여 원하는 위치로 보내기 위한 즉, 역해석을 위한 동특성들을 구하였다. 본 연구의 결과는 각종 기계 부품처리 시스템 그리고, 자동차 충돌사고 재구성 등에도 적용이 가능할 것으로 사료된다.



(a) Experimental result



(b) Simulation result

Fig. 8 Experimental Validation

본 논문은 부분적으로 한국과학재단 연구비 지원 (951-1009-056-2)에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

1. Huang, W.H., Krotkov, E.P, and Mason, M.T., 1995, "Impulsive Manipulation," Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 120~125.
2. Voyenli, K., Eriksen, E., 1985, "On the Motion of an Ice Hockey Puck," Am. J. Phys., Vol. 53, No. 12, pp. 1149~1153.
3. Goyal, S., Ruina, and A. Papadopoulos, J., 1991, "Planar sliding with dry friction 1 : Limit Surface and Moment Function," Wear. Vol. 143, pp. 307~330.
4. Mason, M.T., 1986, "Mechanics and Planning of Manipulator Pushing Operations," Int. Journal of Robotics Research, Vol. 5, No. 3, pp. 53~71.
5. Lynch, K.M., Mason, M.T., 1995, "Controllability of Pushing," Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 112~119.
6. Balorda, Z., 1993, "Automatic Planning of Robot Pushing Operations," Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 732~737.
7. Zumel, N.B., Erdmann, M.A., 1994, "Balancing of a Planar Bouncing Object," Proc. of IEEE Int. conf. on Robotics and Automation, pp. 2949~2954
8. Pham, D.T., Cheung, K.C., and Yeo, S.H., 1990, "Initial motion of a Rectangular Object Being Pushed or Pulled," Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 1046~1050.
9. Jia, Y.B., Erdmann, M., 1996, "Pose from Pushing," Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 165~171.
10. Han, I., Gilmore, B.J., 1993, "Multi-Body Impact Motion with Friction -Analysis, Simulation and Experimental Validation," ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 115, pp. 412~422.