

# 유정압안내면의 동적 Modeling에 관한 연구

A Study on the Dynamics Modeling of Hydrostatic tables

노승국(KIMM)	이찬홍(KIMM)	박천홍(KIMM)
S. K. Ro	C. H. Lee	C. H. Park

## ABSTRACT

The dynamic behavior of hydrostatic table is represented as the theoretical model, 1-dof, 2-dof rigid body spring-damper system, and finite element model. By the experimental and theoretical methods, the validity of these models and some other dynamic behaviors, such as the effects of unbalanced load and three dimensional motion, are investigated. To make easier to consider the dynamic behavior of hydrostatic table in design process, the stiffness and damping coefficients are calculated using the simple approximation method delivered from the mass flow continuity condition, and compared with experimental results.

**Key Words** : hydrostatic table(유정압테이블), dynamic modelling(동적 모델링), three dimensional motion(3차원운동), unbalanced load(편하중),

## 1. 서 론

유정압베어링은 고정도, 고감쇠특성을 지니고 있어 고정밀 공작기계용 운동요소에서의 적용에 적합하며 특히 안내면에 적용하는 경우 주축에 비해 상대적으로 운동속도가 작아 발열에 의한 열변위의 우려가 적으면서도 고감쇠효과를 기대할 수 있어 활발히 응용되고 있다.

유정압안내면의 실용화설계에 있어 정적 성능과 더불어 동강성, 감쇠능 등의 동적 성능을 고려하여 설계를 진행하기 위해서는 테이블의 각 패드 및 테이블 전체에 대한 동적 모델링이 필수적이다.

Brown<sup>1)</sup>은 1개의 패드에 대한 등가의 스프링-댐퍼모델을 적용하여 유정압베어링의 고감쇠효과를 확인하였으며 靑山 등<sup>2)</sup>은 이론, 실험적 해석을 통하여 동적 모델의 타당성을 검증하고 유한요소해석에 의한 정, 동적 성능계수의 산출방법을 제시하였으며 편하중상태에 대한 모델의 타당성도 함께 검증하였다. 그러나 이들 연구에서는 모두 1개의 단면지지 패드만을 대상으로 하였으므로 일반적으로 사용되는 멀티패드 2열로 배치된 테이블구조나 양면지지구조에 대해서는 적용하기 어렵다는 단점이 있다. 또한 3차원상의 동적 거동상태에 대해서는 모델링 및

해석이 이루어지지 않았다.

본 연구에서는 실제 유정압안내면의 테이블구조를 대상으로 동적 모델을 제시하고 이론, 실험적 해석을 통하여 3차원 동적 모델의 타당성을 확인하였으며 편하중의 영향 및 국부적인 유정압패드의 강성저하가 동적 특성에 미치는 영향을 파악하였다.

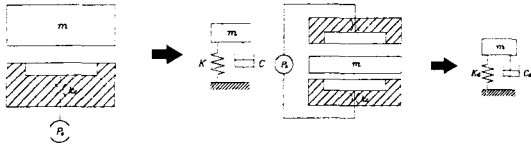
또한 이론해석에 있어 베어링패드의 동적 계수는 유량의 연속조건으로부터 유도된 근사해법<sup>3)</sup>을 이용하여 구하고 이를 실험결과와 비교, 근사해법의 타당성을 확인함으로써 설계시에 테이블의 상태변화에 따른 동적 계수의 변화를 용이하게 산출할 수 있도록 하였다.

## 2. 유정압 안내면의 동적 Modeling

### 2.1 유정압 베어링의 동적 모델

유정압안내면은 기본적으로 그림 1과 같은 단순한 형태로 생각해 볼 수 있다. 유정압베어링의 동특성은 편미분방정식인 레이놀즈 방정식으로부터 구할 수 있으며 유한요소법이나 차분법을 이용한 수치해법이 많이 적용되고 있으나 안내면의 경우 단일 패드에 대하여 압력과 유량관계를 이용하여 근사해를

구하는 방법으로 시스템의 동특성을 용이하게 구할 수 있다.



a. 단면 패드 시스템      b. 양면 패드 시스템  
그림 1 유정압베어링의 구조와 1자유도 모델링

따라서 본 연구에서는 유량근사해법으로 유정압베어링 시스템을 모델링하기로 하였으며 이 경우 그림 1a 및 그림 1b와 같은 모델에서 강성과 감쇠계수의 값은 다음과 같이 된다.<sup>3)</sup>

$$K = \frac{3\bar{A}A\bar{P}P_s}{h_0}(1 - \bar{P}) \quad (1.a)$$

$$C = \frac{\eta}{k_c} \bar{A}^2 A^2 \bar{P} \quad (1.b)$$

$$K_d = 3\bar{A}A\bar{P}_s \left[ \frac{\bar{P}_1(1 - \bar{P}_1)}{h_1} + \frac{\bar{P}_2(1 - \bar{P}_2)}{h_2} \right] \quad (2.a)$$

$$C_d = \frac{\eta}{k_c} \bar{A}^2 A^2 (\bar{P}_1 + \bar{P}_2) \quad (2.b)$$

단, A는 면적,  $\bar{A}$ 는 베어링 패드의 면적계수,  $\bar{P}$ 는 압력비,  $P_s$ 는 공급압력,  $\eta$ 는 작동유체의 점성계수,  $k_c$ 는 모세관 계수,  $h_1, h_2$ 는 베어링 상, 하패드의 간극이다.

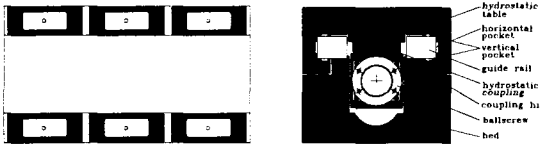


그림 2 유정압 이송시스템

표 1 유정압 테이블의 제원(수직 패드)

테이블 질량 m	15 kg
폭 B × 길이 L	1.5 × 6 cm
유효면적 $A_e$	5.27 cm <sup>2</sup>
베어링 간극 $h_1, h_2$	47.19, 50.81 μm
압력비 $\bar{P}_1, \bar{P}_2$	0.5289, 0.4728
공급압력 $P_s$	11 Kg/cm <sup>2</sup>
모세관계수 $k_c$	2.87 × 10 <sup>-4</sup> mm <sup>2</sup>
강성계수 $K_d$	17.4 N/μm
감쇠계수 $C_d$	85.8 kNs/m

## 2.2 이송시스템의 동역학적 모델 및 운동방정식

그림 2에는 본 연구의 대상인 유정압이송계의 테이블을 나타내었다. 모두 6개의 양면 패드로 구성되어 있으며 그 제원은 표 1과 같다. 표 1에 표시한 동적 계수는 식(2)에 의해 구해진 값이다.

### ① 1자유도 모델

그림 1과 같은 기존의 M-C-K 1차원 모델은 이송테이블의 변위가 상하방향으로 크기와 위상면에서 동일하게 움직이는 것을 가정하고 있는데 이 가정은 테이블의 크기가 커지면서 동적 해석결과의 신뢰성에 문제가 생기게 된다. 예를 들면 테이블의 이송방향 길이가 커지고 유정압 패드의 분포가 안내면을 따라 여러개로 나뉘어 있을 경우, 테이블의 주요 진동형태가 상하방향의 운동보다는 앞뒤 경사방향(pitch운동)의 운동형태가 되므로 테이블상의 각 점은 실제로 다른 변위와 위상을 갖게 된다.

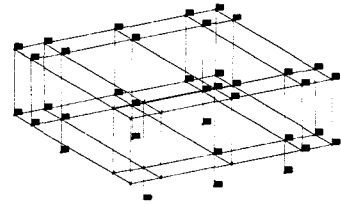


그림 3 유한요소해석 모델

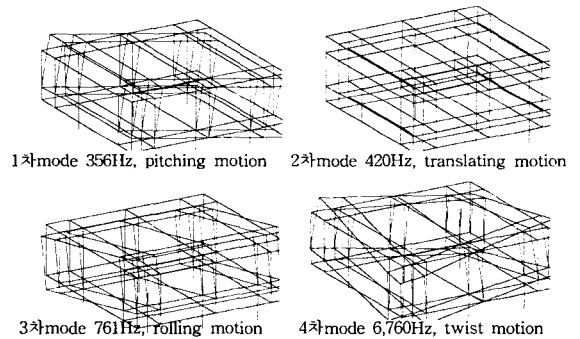


그림 4 유한요소 해석 결과

### ② 유한요소 모델

그림 3과 그림 4에 나타난 바와 같이 1차 진동모우드는 앞뒤 경사모양의 거동으로서 1차원 모델에 의한 해석으로는 많은 해석오차를 유발시키는 진동형태라 할 수 있다. 2차 진동모우드는 상하방향의 운동으로서 1차원 모델 해석시에 주로 사용하는 진동형태이다. 3차 진동모우드는 rolling운동 모우드로서 유정압안내면의 진동특성에 의한 마지막 진동모우드이다. 4차 진동모우드는 안내면과는 관계없는 이송테이블의 강성에 의한 비틀림진동이라 할 수 있

다. 여기서 중요한 것은 이송테이블상의 대부분의 노우드가 어느 진동모우드의 영향을 가장 많이 받는 기이다. 이송계의 감쇠계수가 작은 경우에는 1차 모우드 형태의 진동에 의해 영향을 가장 많이 받고, 유정압안내면 같이 고감쇠가 되는 경우에는 고유진동의 공진은 나타나지 않으나 저주파수 영역에서 1차 진동모우드와 유사한 진동영향을 많이 받는다. 따라서 유정압안내면의 특성과 각 부위의 진동레벨을 고려한 이송테이블상의 질량분포를 설계하려면 기존의 1차원 모델로서는 어려우며 보다 이송계의 특성을 잘 표현할 수 있는 모델의 설정이 필요하다.

③ 3자유도 강체 모델

유정압테이블은 기하학적으로 매우 간단한 대칭형 구조이고 유정압패드는 C-K로 모델링할 수 있으며 또한 과대감쇠로 전달함수상에 peak가 존재하지 않는 상황이므로 복잡한 상용 유한요소해석프로그램보다는 뚜렷한 동적 경향을 나타내는 수학적 모델링 방법을 적용하는 것이 효과적이다.

테이블을 강체로 가정하고 상하방향과 피칭 모션만을 고려하면 그림 5와 같이 두 개의 2자유도 모델로 나타낼 수 있다.

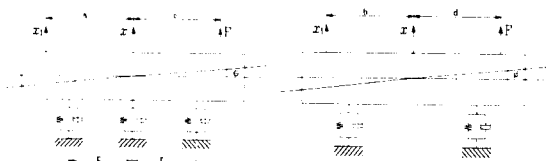


그림 5 유정압테이블의 동역학적 모델

이때의 운동방정식은 임의의 위치 b에 가진력이 주어질 때 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$m\ddot{x} + 3c\dot{x} + 3kx = F \tag{3.a}$$

$$I_1 \ddot{\theta} + 2r^2c \dot{\theta} + 2r^2k\theta = cF \tag{3.b}$$

$$I_2 \ddot{\phi} + 3r^2c \dot{\phi} + 3r^2k\phi = dF \tag{3.c}$$

$$x_1 = x - a\theta - b\phi \tag{3.d}$$

여기서 관성모멘트  $I_1 = I_2 = ml^2/12$ 이고 c, k는 좌우의 양쪽패드의 강성과 감쇠값으로 (2)식에서 구한  $K_d$   $C_d$ 의 2배로 가정할 수 있다.  $x_1$ 은 센서를 위치시킨 지점에서의 변위이다. 이를 가진력에 대한 센서의 전달함수로 나타내면 다음과 같다.

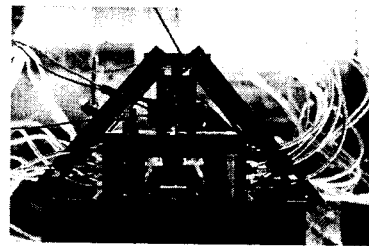
$$\frac{X_1}{F} = \frac{1}{ms^2 + 3cs + 3k} - \frac{ac}{Is^2 + 2r^2cs + 2r^2k} - \frac{bd}{Is^2 + 3r^2cs + 3r^2k} \tag{4}$$

여기서 s는 Laplace연산자이다. 만약 가진하는 지점이나 센서의 위치가 무게중심에 위치하는 경우 (a=0 or b=0, c=d=0)에는 1자유도 시스템으로 모델링할 수 있음을 알 수 있다. 이 모델은 피칭운동뿐만 아니라 롤링운동에도 적용할 수 있고, 간단한 수치해석으로 구할 수 있다.

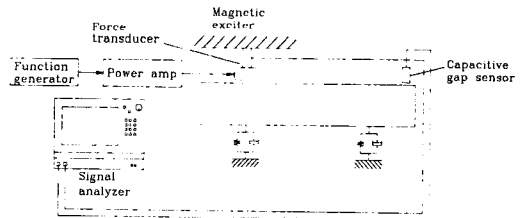
3. 유정압테이블의 실험적 특성 해석

3.1 실험 방법과 실험 장치

시스템의 강성과 감쇠특성을 보기 위해서 그림 6에서와 같이 전자석형의 비접촉식 가진기를 이용하여 가진 실험을 수행하였다.



a. 실험장치 사진



b. 장치 구성도

그림 6 실험 장치도

가진기는 전자기력으로 비접촉 상태에서 가진을 하며 지지부에 force센서를 장치하여 힘을 측정할 수 있도록 하였다. 정현파의 신호를 신호발생기에서 발생시켜 전력 증폭기를 통해 가진기에 인가하며 가진기의 대역폭을 늘리기 위해 전류케환회로를 자체에 내장하고 있는 증폭기를 사용하였다. 용량형센서(Microsense, 주파수응답범위 40kHz)를 이용하여 변위를 측정하고 각 주파수에 따른 컴플라이언스와 위상차를 신호분석기를 이용하여 구했다. 위상차로부터 고유진동수가 구해지며 이를 이용하여 강성을 계산하였다.

3.2 실험 결과 및 이론치와의 비교

그림 7은 테이블중앙부를 가진했을 때의 테이블 끝단에서의 주파수 응답특성을 측정한 것이다.

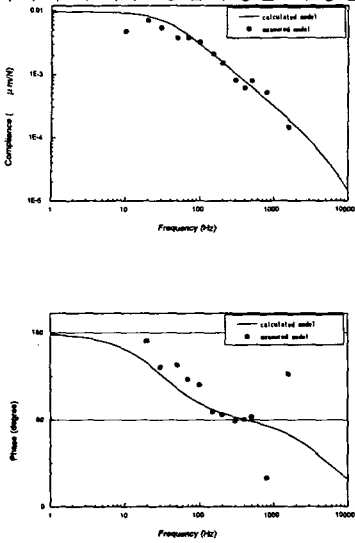


그림 7. 주파수 응답(공급압력  $P_s=11\text{kg/cm}^2$ )

위의 그림에서 실선은 2차원 강체 모델인 식(4)를 이용하여 주파수 응답을 구한 것으로 실험결과와 경향이 비교적 잘 일치하고 있는 것을 알 수 있다. 또한 테이블의 과도감쇠로 인해 কম플라이언스스펙트럼에서는 고유진동수의 peak가 나타나지 않으나 위상스펙트럼으로부터 구해지는 고유진동수( $90^\circ$ 위상에서의 진동수)를 이용하여 비교해보면 실험값은 408Hz로서 이론치와 11Hz의 오차를 가지고 근접하는 것을 알 수 있다. 한편 다른 위치에 대한 가진에서도 유사한 결과가 얻어지는지를 확인하기 위해 가진기를 앞쪽( $a=100, c=70$  mm 위치)에 설치하고 가진실험을 수행한 결과를 그림 8에 나타내었다. 이 경우에서도 이론치는 실험치를 잘 추종하고 있으나 저주파수에서는 가진기 자체의 노이즈로 인해 오차가 다른 주파수대역보다 커짐을 보이고 있다.

그림 9는 한 쪽 안내면의 중앙에 있는 패드의 압력을 제거하고 가진실험을 수행한 결과를 나타낸 것으로 테이블의 강성과 감쇠가 감소하고 있으며 이론치도 유사한 결과를 나타내고 있다.

이상의 결과로부터 1개의 유정압패드에서 구한 동적계수를 이용하여 다수의 패드를 갖는 유정압테이블을 2차원 강체모델로 해석하는 것이 타당함을 확인할 수 있다.

#### 4. 편하중에 의한 테이블의 동적 거동 해석

일반적으로 테이블위에는 큰 하중의 주축대나 마그네틱클램프, 공구대 등이 장착되며 이 경우 유정압테이블에는 편하중에 의하여 간극과 압력, 유량 등의 변화가 생겨 동특성이 변화할 가능성이 있다.

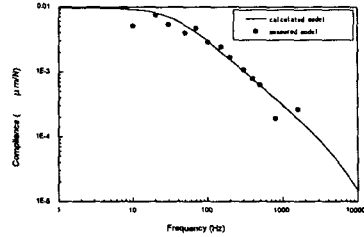


그림 8. 편심된 가진력을 주었을 때의 주파수 응답

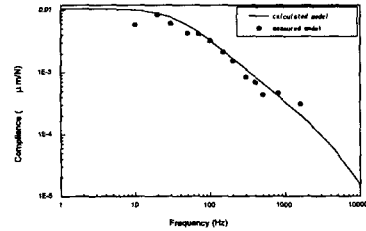


그림 9 주파수 응답(1개 패드 압력제거)

그림10은 편하중의 영향을 파악하기 위하여 테이블의 한쪽 단에 약 5kg의 사하중을 올려 놓고 테이블중앙부에서 가진했을 때의 반대쪽 단에서의 응답을 실험한 결과를 나타낸 것으로 유정압테이블의 강성과 감쇠가 매우 크므로 편하중이 작용하지 않았을 때와 큰 특성의 변화를 보이지 않았다.

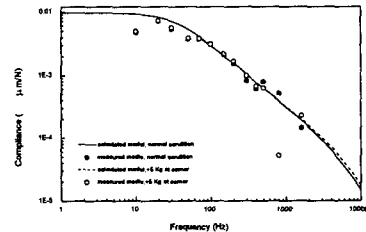


그림 10 편하중에 대한 주파수 응답( $W=50\text{N}$ )

편하중이 더 크게 작용하는 경우에 대한 영향을 알아보기 위하여 끝단의 한쪽 모서리에 30, 60, 100, 150kg의 하중을 가하고 그 지점에서 가진하는 경우, 같은 점에서의 응답과 중앙에서의 응답을 식(4)의 3자유도 모델로 계산하여 그림 11에 나타내었다.

그림으로부터 가진점에서는 관성력이 커지므로 정상상태(0kg)일 때에 비하여 고유진동수와 감쇠비가 낮아지며 하중이 커짐에 따라 약간의 공진현상을 나타낼 수 있다. 그러나 가진점에서의 컴플라이언스는 중앙부에 비해 상당히 작은 값이므로 테이블은 중앙부의 영향을 주로 받게 되어 결과적으로 편하중의 증가에 의한 동특성의 변화는 크지 않음을 예측할 수 있다.

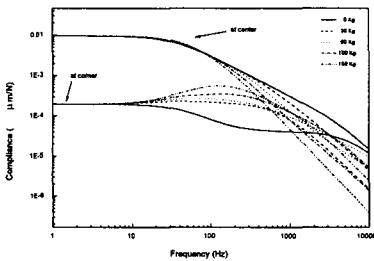


그림 11 편하중이 작용할 때의 동적 거동 해석

한편 패드형상의 불균일, 오일공급압력이나 모세관 저항값의 불균일 등에 의해 발생하는 테이블의 경사로 인해 부분적으로 동적계수가 불균일하게 분포되었을 때의 동특성 예측을 위해, 그림 11에서의 하중작용점과 그와 반대측 대칭위치에서의 동적계수가 각각 100, 90, 70, 50%로 감소하였을 때의 주파수 특성의 계산결과를 그림 12에 나타내었다.

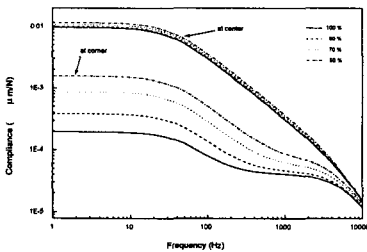


그림 12. 동적계수의 국부 변화시의 주파수 응답

그림으로부터 양 측의 동적계수가 감소하는 경우에는 테이블이 병진운동에 대한 강성보다 피칭 혹은

롤링운동에 대한 강성이 급격히 감소하는 것을 알 수 있다.

실제 유정압테이블에 있어서 편하중이 작용하는 경우에는 그림 11에서의 편심질량효과와 그림 12에서의 테이블경사에 의한 패드강성의 저하가 동시에 나타나므로 두 가지 현상을 함께 고려해야 할 필요가 있다. 이 경우 편하중에 의한 경사는 결과적으로 양측 단에서의 진폭을 증가시키게 되어 가공조도 등에 영향을 미칠 수 있으므로 카운터웨이트 등을 이용하여 수평을 유지하는 것이 바람직하다.

## 6. 결 론

본 연구를 통해 얻어진 결론을 요약하면 다음과 같다.

1. 3자유도 진동시스템에 의한 유정압테이블의 동적 모델링의 결과는 실험의 결과와 잘 일치하고 있다.
2. 유정압테이블의 동적거동은 1차 및 2차 진동모드에 의해 주도되며 특히 1차모우드인 pitching운동의 영향이 크다.
3. 유정압테이블에 작용하는 편하중은 테이블 경사운동에 대한 진폭을 증가시킨다.

## 참 고 문 헌

1. G. M. Brown, "The Dynamic Characteristics of a Hydrostatic Thrust Bearing", Int. J. MTDR Res., Vol.1, pp157-171, 1961
2. 青山藤詞郎 外, "靜壓スラスト軸受の振動特性", 精密機械, 43-3, pp439-444, 1977
3. W. B. Rowe, "Hydrostatic And Hybrid Bearing Design", Butterworths, 1983
4. Manfred Weck, H. B. Bring, "Handbook of Machine Tools Volume 2 Construction and Mathematical Analysis", John Wiley & Sons, 1984