

# 수정된 꼭지점 자료구조에 대한 오일러 작업자 및 불리안 작업자의 구현

한 순 흥(한국과학기술원), 황 진 상\*(한국과학기술원)

## 1. 서론

### 1.1 연구 배경 및 목적

형상 모델링은 CAD/CAM이나 다른 공학 응용 시스템을 구성하는 데에 있어서 중요한 기술 중에 하나이다. 그리고, 이러한 형상 모델링이 효율적으로 구현되기 위해선, 보다 효율적인 형상 모델을 구현할 수 있어야 한다.

형상 모델은 Wireframe 모델, Surface 모델, Solid 모델과 같이 많은 종류가 존재하는데, 이러한 다양체 모델은 불리안 작업에 단혀있지 않으며, 선과 면의 정보를 동시에 제공해줄 수 없기 때문에, 설계 과정의 중간 단계에 있어서 모델의 모든 정보에 대한 인식, 저장이 불가능하게 된다.

복합 다양체는, 이러한 모든 문제점에 적용되지 않는 적절한 형상 모델이다. 그리고, 모델링 영역의 확장에 따라 아래와 같은 장점을 갖는다.[12]

- \* 점, 선, 면 등이 혼합된 물체의 표현이 가능하다.

- \* 물체의 중심 축, 절단면 등의 표현이 가능하다.
- \* 설계의 중간 단계에 있는 물체 표현이 가능하다.

복합 다양체에 해당하는 형상 모델은 K. Weiler 가 제안한 Radial Edge 자료 구조와 이상현의 Partial Face 자료 구조, 최 영의 Vertex Based 자료 구조, 그리고, Yamaguchi 에 의해 제안된 Modified Vertex Based 자료 구조(Yamaguchi 자료 구조)가 연구되어 있다. 그러나 이러한 여러 가지 자료 구조에서도 장단점이 존재하며, 구체적으로는 자료의 저장량과 인접 정보의 추출에 대한 사용자의 요구를 모두 만족시키기엔 기존의 자료 구조들도 아직 미흡한 실정이라 할 수 있다.

### 1.2 관련 연구 현황

#### 1.2.1 복합 다양체 자료 구조

형상 모델링의 대표적인 방법으로는 CSG 와 B-rep 방식이 있는데, CSG 란 형상 모델을 기본 도형과 불리안 작업자로 이루어진 이진 트리로 모델링하는 기법이며, B-rep 은 곡면 모델링 기법을 기본으로 한 형상 모델링 기법으로서, 물체를 면, 모서리, 꼭지점과 각 위상 요소에 대한 정보를 이용하여 표현하는 방식이다. 본 연구는 B-rep 방식을 기반으로 한 것이다.

현재까지 제안된 복합다양체 자료 구조는, Radial

Edge 자료 구조(K. Weiler)와 Partial Face 자료 구조[10], 그리고 Vertex Based 자료 구조[1]와 Modified Vertex Based 자료 구조[3]가 있다. 이들 자료 구조의 구성 요소는 Primitive Entity, Bounding Entity, 그리고 Coupling Entity 로 구분될 수 있다. Primitive Entity 로는 Region, Face, Edge, Vertex 가 있으며, 이는 모든 자료 구조에 공통적으로 사용이 되고 있다. Bounding Entity 는 Primitive Entity 의 경계를 지정해 주는 작용을 하는데, Shell, Loop 는 모든 자료 구조에서 공통적으로 사용이 되고 있다. 그리고 Vertex Based 자료 구조와 Modified Vertex Based 자료 구조에는 Disk 라는 Entity 를 추가하여, 꼭지점에서의 상황 정보를 추가적으로 가지고 있다. Coupling Entity 는 각 자료 구조마다 상이한 형태를 가지고 있으며, 이로 인해 자료 구조의 특성이 구분이 된다. 표 1 에서는 각 자료구조의 entity 를 비교하여 도식화하였다.

		region, face, edge, vertex			
Primitive Entity	종류				
	상위				
Bounding Entity	종류	shell, loop			
	상위				
Coupling Entity	상위	face_use loop_use edge_use vertex_use	P_face P_edge P_vertex	zone wall EO Cusp	disk disk corner(ball) side end feather (ring,tube)

표 1. 각 자료구조의 위상요소 비교[9]

(1) Radial Edge 자료 구조는 모서리에서의 복합다양체 표현에 중점을 두었으며, Face, Loop, Edge, Vertex 에 Use 의 개념을 도입하였다. 이는 Face\_use 의 방사 순환 정보 추출이 용이하다는 장점이 있으나, 꼭지점에서의 복합다양체에 대한 인접 관계 추출이 어렵다.

(2) Partial Face 자료 구조는 자료의 저장량 감소에 중점을 두었으며, Radial Edge 자료 구조와 유사하지만, Loop\_use 의 개념이 없다. 이는 꼭지점에서의 복합다양체에 대한 인접 관계 추출이 어렵다는 단점 이외에 방사 순환 정보 추출이 직접적으로 될 수 없다는 단점을 가지고 있게 된다.

(3) Vertex Based 자료 구조에서는 모서리와 꼭지점에서의 복합다양체 상황이 모두 표현되어 모든 인접 정보의 추출이 용이하다.

(4) Modified Vertex Based 자료 구조에서는 Vertex

Base 자료 구조와 거의 유사하나, **Coupling Entity** 인 **Cusp**의 정보가 일부 변형되었으며, **Loop**의 소속이 변경되었다는 차이점이 있다. 이로 인해, 인접 정보의 추출은 더욱 쉬워졌으나, 자료량이 과다하다는 단점이 생기게 되었다.

### 1.2.2 Euler 작업자

**Euler** 작업자란 위상 구조의 일관성을 유지하면서 안정되게 물체를 생성, 수정, 소멸시키는 기능을 해주는 작업자를 뜻한다. 이 작업자는 형상 모델링을 하는 데에 있어서 가장 기본적인 수준의 작업을 하는 것이며, 자료 구조를 직접 다루게 된다. 오일러 작업자의 특징은 아래와 같이 정리할 수 있다.[12]

- (1) 물체의 생성작업 등의 모든 위상작업들은, 모두 기본적인 오일러 작업의 연속으로 볼 수 있다.
- (2) 오일러 작업에 의해 생성된 물체는 위상 구조의 일관성을 유지할 수 있다.
- (3) 오일러 작업은 각 작업자에 해당하는 역 작업을 가지고있기 때문에 **Undo** 기능이 용이하다.

기본적인 **Euler** 식으로부터 다양체와 복합다양체에 대한 새로운 형태의 식이 도입되었는데, 실질적으로는 각기 그 자료 구조에 합당한 형태로서 **Euler** 식을 변형시킨 차이점을 가지고 있다고 볼 수 있다.

**Baumgart**에 의해 도입된 **Euler** 식은 **Winged-Edge** 자료구조에 적용이 되었는데, 이 식을 **Euler-Poincare** 식이라 말한다. 이 식은 다양체 자료 구조에 한정된다. 식의 형태는 다음과 같다.

$$v - e + f - r = 2(s - h) \dots \text{식 1.2.1}$$

식 1.2.1에 이용된 변수들에 대한 의미는,  $v$ 는 꼭지점의 갯수,  $e$ 는 모서리의 갯수,  $f$ 는 면의 갯수,  $r$ 은 ring, 즉 면에 있는 구멍의 갯수,  $s$ 는 셸의 갯수,  $h$ 는 hole, 즉 솔리드에 있는 구멍의 갯수이다. 이 식은 하나의 솔리드 모델이 모든 위상 요소와 인접하고 있으며, 단 하나의 체적을 가지는 데에 기초하고 있기 때문에, 다양체만을 지원할 수 있는 것이다.

복합다양체에 대한 **Euler** 식으로는 **Yamaguchi**에 의해 **Modified Vertex Based** 자료 구조에 적용되었던 식이 있으며, **Masuda**에 의해 제안된 식이 있다. **Yamaguchi**의 오일러 식은 다음과 같다.

$$v - e + f - r = S - C + R \dots \text{식 1.2.2}[7]$$

$v$ 는 꼭지점의 갯수이고,  $e$ 는 모서리의 갯수이며,  $f$ 는 면의 갯수,  $r$ 은 ring, 즉 면에 있는 구멍(cavity)의 갯수,  $S$ 는 안쪽 셸(void shell)의 갯수,  $C$ 는 꼭면 상에서 한 점으로 수축시킬 수 없는 cycle의 갯수,  $R$ 은 무한대의 영역을 제외한 region의 갯수를 의미한다. 이 식에서는 변수의 갯수가 7개이므로,

6개의 기저 벡터를 가지며, 이것은 기본적인 오일러 작업자가 역 변환을 포함하여 12개가 필요함을 의미한다.[12]

### 1.2.3 Boolean 작업자

불리안 작업이란 미리 주어진 기본 형상들을 이용하여 이들의 합집합(Union), 교집합(Intersection), 차집합(Difference)을 수행함으로써, 원하는 형상을 얻는 작업이다.[13]

**CSG**에서는 불리안 작업이 경계 평가(Boundary Evaluation)에 의해 수행된다. 경계 평가란 **CSG** 표현에 의해 서술된 솔리드에 상응하는 경계 표현(**B-rep**)을 만들거나 유지하는 과정이다. 경계 평가는, 솔리드 기본 요소(Primitive)와 몇몇 set 작업들의 집합으로써 한 물체의 표현을 기록하는, 하나의 **CSG tree** 상에서 작업하게 된다. 즉, 복합 물체의 **B-rep**이 **CSG tree**에서 만의 정보로 결정되는 것이다. 현재 대부분의 솔리드 모델러에서는 경계 평가 과정이 다음 4가지 단계의 알고리즘으로 구성된다. 그러나, 이런 현재의 솔리드 모델러의 경계 평가 알고리즘들은 솔리드에만 국한되어 있어서 와이어프레임과 꼭면 정보를 다룰 수 없다. 또한, 선택 과정에서 불필요한 정보들을 없애기 때문에 **CSG editing** 작업 시 전체의 **CSG tree**를 재평가해야 하는 단점을 가지고 있다.

- (1) 교차(Intersection) - 각각의 기본 요소들 간의 교차 계산을 수행한다.
- (2) 분류(Classification) - 각각의 기본 요소들에 대한 원래의 형상(Geometry)과 교차의 결과로 생성된 형상의 분류(in/out/on)를 결정한다.
- (3) 선택(Selection) - 분류 결과를 이용하여 불리안 작업을 수행한다. 즉, 불리안 작업에 필요한 형상은 취하고 나머지는 버린다.
- (4) 위상 생성(Topological Construction) - 형상 사이의 필요한 인접 관계를 생성한다.

**B-rep**에서는 **Binary set operations** 알고리즘을 사용하여 불리안 작업을 하게 된다. 복합 물체의 **B-rep**이 두개의 물체들의 **B-rep**으로 결정된다.

현재 복합다양체 모델링에서는 경계 평가의 알고리즘으로 병합과 선택(Merge and Select)을 많이 사용하고 있다. 개념적으로 병합 과정은 작업 순서와는 상관없이 교차 결과물을 만드는 것이고, 선택 과정은 병합 결과물을 가지고 직접적으로 불리안 작업을 적용시키는 과정이다.

## 2. 수정된 꼭지점 기반 자료 구조

**Topology Model**의 중요한 점은 근접한 상황에서 각각의 기본 Entity들에 대한 순서에 대한 정보를 알아낼 수 있어야 한다는 것이다.

3 차원 Topology 에 대한 Entity 나열의 순서는 하나의 Cycle 을 형성하는데, 그 종류는 loop cycle, radial cycle, disk cycle 로 3 종류가 있다.

Loop Cycle 은 Solid Model 에서의 Face-Edge Cycle 에 대응되는 형태이다. 그리고, Radial Cycle 은 하나의 Edge 에 연결된 Face 들의 Cycle 이다. 마지막으로, Disk Cycle 은 Solid Model 에서의 Vertex-Edge Cycle 에 해당되는 것으로서, 하나의 Vertex 에 연결된 각 Edge 들에 대한 Cycle 이라 할 수 있다.

Coupling Entity 는 Primitive Entity 들의 인접 정보를 제공하는 기능을 하는데, 그 종류는 Primitive Entity 쌍의 종류에 따라 구분된다. Bounding Entity 는 하나의 Primitive Entity 의 경계를 정의하는 데 있어서 기본 단위와 같은 것이다. Region 은 여러 개의 Shell 이 모여서 이루어지고, Face 는 여러 개의 Loop 가 모여서 이루어진다. 그리고, Corner 는 여러 개의 Disk 가 모여서 이루어지게 된다. 여기서는 결합 요소의 각 Entity 에 대한 설명을 아래에 제공하였다. 이들 모든 위상요소 사이의 연결 형태는 그림 2 에서 보여주고 있다.

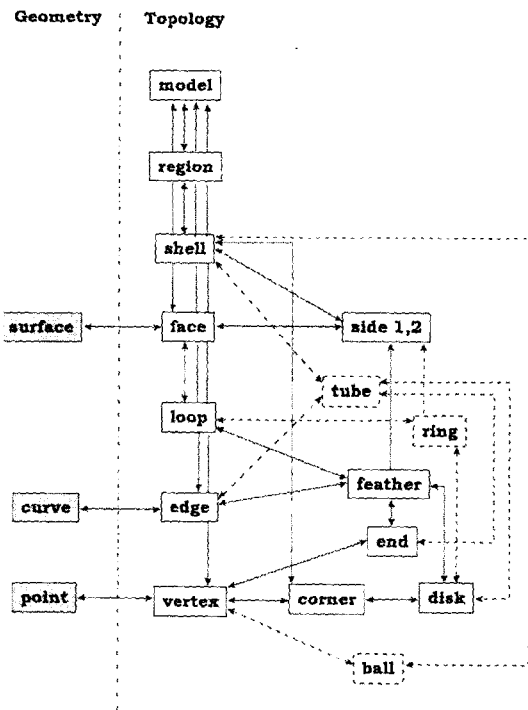


그림 2. 수정된 꼭지점 기반 자료구조

- Feather - 이 Entity 는 fan mate 와 blade mate, 그리고, wedge mate 를 가지고 있으며, 이 Entity 에 의해 우리는 하나의 모서리에서의 인접 정보를 구할 수 있게 된다.
- End - Edge 의 끝을 의미하며, Vertex 에 대한 정

보를 가진다.

\* Fan(Ring) -Face 에 속한 각 꼭지점의 부위에서의 인접 정보를 의미한다.

\* Corner - Shell 에서 하나의 꼭지점에 대한 여러 Disk 에 대한 정보로 구성되어진다.

\* Blade - Face 의 경계가 되는 각 Edge 들에 대한 인접 정보를 의미한다.

\* Wedge(tube) - Region 에 속한 각 Edge 들에 대한 인접 정보를 의미한다.

\* Side - 사이드는 하나의 Face 에 대한 양쪽을 나타내는 것으로서 Face 와 동일한 개념이다.

### 3. Euler Operator

본 논문에서 구현한 Masuda 의 오일러 식은 다음 식과 같다. 이 식은 영역을 채워진 공간(Volume)과 빈 공간(Cavity)으로 구분하였다.

$$v - e + (f - r) - (V - V_h + V_c) = C - C_h + C_c \dots \text{식 3.1}$$

좌변의  $v$  는 꼭지점의 갯수이고,  $e$  는 모서리의 갯수이며,  $f$  는 면의 갯수,  $r$  은 면에 있는 cavity 의 갯수,  $V$  는 volume 의 갯수,  $V_h$  는 Volume 의 관통 구멍 (through hole) 의 갯수,  $V_c$  는 Volume 내의 빈 공간 (cavity) 의 갯수이다. 우변의  $C$  는 complex 의 갯수이고,  $C_h$  는 complex 의 관통 구멍 (through hole) 의 갯수이며,  $C_c$  는 complex 내의 빈 공간 (cavity) 의 갯수이다. volume 이란 것은 속이 찬 솔리드를 말하며, complex 란 것은 서로 연결된 위상 요소들의 집합을 뜻한다.

식 3.1 에서, 기저 벡터 (basis vector) 가 9 개라는 것을 알 수 있으며, 필요한 최소한의 오일러 작업자는 역 변환을 포함하여, 총 18 개가 됨을 알 수 있다.

식 3.1 을 실제 문제에서 어떻게 적용시킬 것인가에 대한 예를 그림 3 에서 구현해 보았다.

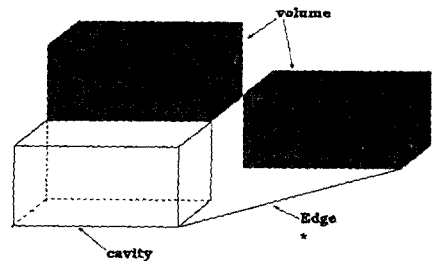


그림 3. 복합 다양체의 예

식 3.1 의 각 변수의 값을 채워서 대입하면,  
 $21 - 36 + 18 - 0 - (2 - 0 + 0) = 1 - 1 + 1$   
 $1 = 1$

과 같이 된다. 여기서 주의할 점은, volume 이 존재하지 않는 경우엔 volume cavity가 존재하지 않는다는 것이다. 또한 edge가 하나 연결됨으로 인해서, complex hole이 1개 생성되며, 속이 빈 직육면체는 volume의 갯수엔 들어가지 않으며, complex cavity로서 가산된다. 이 예에서 조금 수정하여서, edge \*x(그림 상에서 edge라고 명시되어 있는 선분)를 제거한다면, edge의 갯수가 하나 줄어들며, complex hole의 갯수 역시 하나 줄어든다. 또 이 예에서 cavity라 지정된 직육면체의 속을 꼭 차있는, 다시 말해 솔리드로 바꾼다면, volume의 갯수가 한 개 늘어나며, complex cavity의 갯수는 한 개 줄어들게 된다.

이와 같은 Masuda의 오일러 식을 이용하여, 오일러 작업자를 구현하였다.

#### 4. Boolean 작업자

복합다양체 모델링에서의 불리안 작업은 공통적으로 병합과 선택의 개념을 사용한다. 이는, 기존의 솔리드 모델러에서 사용한 경계 평가 과정과 비교하여, 불리안 작업의 수정이 용이하고, 일단 병합체를 구하면 불리안 결과를 얻는데 걸리는 시간을 많이 단축시킬 수 있다. 따라서, 본 연구에서도 병합과 선택의 개념을 적용하여 불리안 작업을 수행하려 한다. 먼저 교차 요소들을 구한 후에, 병합체를 얻어 선택 과정으로 불리안 작업을 수행한다.

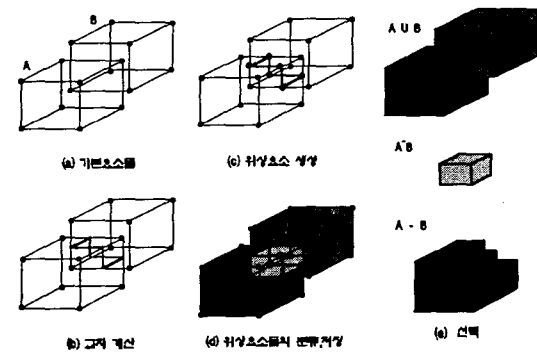


그림 4 불리안 작업의 개요[13]

구체적으로, 교차 계산을 행한 후에 이 결과로 생기는 새로운 위상 요소들을 생성시키고, 각각의 생성된 위상 요소들과 기본 물체의 위상 요소들의 정보를 분류, 저장한 후, 최종적으로 선택을 하여 불리안 작업을 완성시킨다. 그림 4는 본 연구의 병합과 선택의 개략적인 그림이다. 이를 정리하면 다음과 같다. 여기서 ① ~ ③은 병합 과정이고 ④는 선택 과정이다.

- ① 교차 계산
- ② 교차 위상 요소 생성

- ③ 위상 요소들의 분류, 저장
- ④ 선택

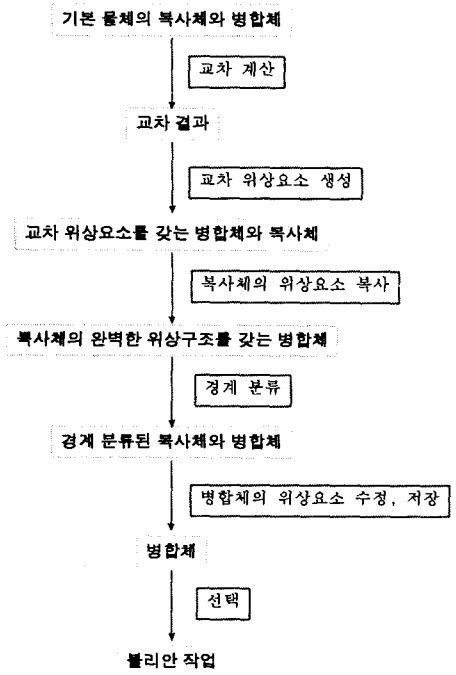


그림 5. 병합과 선택 과정[13]

#### 4.1 병합

병합 과정은 교차 계산, 교차 위상 요소 생성, 위상 요소들의 분류, 저장의 순서로 이루어진다. 우선 기본 물체의 복사체를 만들어 불리안 작업의 Reworking 작업 시 Cancel 작업에 이용하기 위해 기본 물체의 정보를 보존한다.

##### ① 교차 계산

병합체와 기본 물체의 복사체 사이의 교차 계산을 수행한다. 꼭지점, 모서리 및 면들 사이의 교차 계산으로 교차점, 교차 곡선, 접친 면들을 구한다.

##### ② 교차 위상 요소 생성

교차 계산으로 얻은 교차 요소들의 위상 요소를 생성한다. 교차점은 꼭지점으로, 교차 곡선은 모서리로, 병합체와 복사체에 각각 생성시킨다.

##### ③ 위상 요소들의 분류, 저장

병합체에 아직 기록되지 않은 복사체의 위상 요소들을, 병합체에 기록한다. 그리고 이 병합체를 경계 분류에 의해 분류하고, 위상 요소의 정보들을 저장한다.

#### 4.2 선택

병합 과정으로 병합체가 얻어지면 위 ③의 과정에서 분류된 방식으로 불리안 작업을 적용시켜, 원하는 불리안 작업을 선택 과정으로 얻을 수 있다. 그림 5에서는, 병합과 선택의 과정을 나타내고 있다.

5. 결론

Yamaguchi의 자료 구조는, 저장량은 비교적 큰 편이지만, 모든 위상 정보에 대한 인접 정보가 상세하지 구현되어 있기에, 원하는 정보를 얻어내는 면에서 비교적 용이하다. 그러나, Yamaguchi의 오일러 식에 의거한 오일러 작업자는, 복합다양체의 특이한 상황에 따라 식의 적용 방식이 다름으로 인해 개념의 일관성이 결여된다고 본다. 그렇기에 보다 일반적인 적용 형태를 가지고 있는 Masuda의 오일러 식에 의거한 오일러 작업자를 생성, Yamaguchi의 자료 구조에 접목시킨 형태의 연구가 필요성을 느끼게 된다.

불리안 작업은 여러 연구 결과가 큰 차이는 없으나, 오일러 작업과의 수월한 연계와 cancel 작업을 이용한 대화식 모델링에 중점을 두었다는 점을 고려하여, 역시 Masuda의 불리안 작업을 적용하였다.

Masuda는 Weiler의 Radial Edge 자료 구조를 이용하였으나, Radial Edge 자료구조에는 Disk Cycle과 같은 꼭지점에서의 인접 정보가 없기에 인접 정보의 추출이 용이하지가 못하다는 단점을 가지고 있다. 본 연구는 이러한 단점들을 개선하는 형태이며, 이에 대한 연구는 아직 수행된 적이 없다.

따라서, 본 연구는, 기존의 여러 관련 연구들 중 가장 범용적인 형태를 가지고 있는 연구 결과들의 집합체로서, 통합 모델러로의 수월한 확장성을 가지게 될 것이며, 부가적으로는, 다른 자료 구조에 적용시킨 Masuda의 오일러/불리안 작업자가 어떤 형태로 구현되며, 어떤 장단점이 생성되는지 평가할 수 있는 근거가 될 것이라는 기대 효과를 가지게 된다.

5. 참고 문헌

- 1) Y. Choi, Vertex Based Boundary Representation of Non-Manifold Geometric Models, Phd. Thesis, Dept. of Mechanical Engineering, Carnegie Mellon University, August.1989
- 2) E. Levent Gursoz, Y. Choi, F. B. Frinz, Vertex Based Representation of Non-

- Manifold Boundaries, in. M. J. Wozny, J. U. Turner, K. Preiss. (Eds.), Geometric Modeling for Product Engineering, Elsevier, 1990, pp.107-130
- (3) Y. Yamaguchi, K. Kobayachi, F. Kimura, Geometric Modeling with Generalized Topology and Geometry for Product Engineering, in J. Turner, J. Pegna, M. Wozny (Eds.), Product Modeling for Computer-Aided Design and Manufacturing, IFIP TC5/WG5.2 Working Conference, North-Holland, 1991, pp.97-115
- (4) Y. Yamaguchi, F. Kimura, Non-Manifold Topology Based on Coupling Entities, IEEE, Computer Graphics and Applications, Jan. 1995, pp.42-50
- (5) H. Masuda, Topological Operators and Boolean Operations for Complex-Based Non-Manifold Geometric Models, CAD, 25(2):119-129, Feb. 1993
- (6) 한순흥, 이현찬, 김재정, 박준영, 개방형 구조를 갖는 객체 지향적 모델러의 개발, 특정 연구 과제 제 1 차 중간보고서, 과학재단, 1994년 6월
- (7) 최국현, 한순흥, 복합 다양체 모델러의 자료 구조 비교, 정밀공학회지, 제 12 권 제 11 호, 1995. 11, pp.74-81
- (8) 한순흥, 최국현, 명세현, 개방형 형상 모델러의 시스템 설계, 대한조선학회 논문집, 제 32 권 제 4 호, 1995. 11, pp.9-18
- (9) 최국현, 한순흥, 객체 지향 언어를 이용하여 구현한 복합 다양체 오일러 작업자, 96 한국 CAD/CAM 학회 학술 발표회 논문집, 1996. 2, pp.29-33
- (10) 이상현, 이건우, 비다양체 형상 모델링을 위한 간결한 경계 표현 및 확장된 오일러 작업자, 한국 CAD/CAM 학회 논문집, 제 1 권 제 1 호, 1996. 3, pp.1-19
- (11) 김성환, 이건우, 김영진, 비다양체 모델을 수용하는 CAD 시스템 커널을 위한 불리안 조작의 개발, 한국 CAD/CAM 학회 논문집, 제 1 권 제 1 호, 1996. 3, pp.20-31
- (12) 명세현, 복합 다양체 자료구조를 갖는 형상 모델러에서 오일러 작업자의 구현, 석사학위논문, 자동화/설계공학과 KAIST, 1995
- (13) 김재동, 개방형 구조를 갖는 복합다양체 모델러에서의 불리안 작업, 정밀공학회지, 자동화/설계공학과 KAIST, 1995. 봄