

# 층밀리기 간섭계에 의한 정량적 수차산출에 관한 연구 (A Study on Determination of Quantitative Aberration Using Lateral-Shearing Interferometer )

김승우(KAIST), 김병창\*, 조우중(KAIST 대학원)

S. W. Kim(KAIST), B. C. Kim , W. J. JO(Graduate School, KAIST)

ABSTRACT:The lateral-shearing interferometer specially devised for production line inspection lenses is presented. The interferometer is composed with immersion oil and four prisms whose relative sliding motion provide lateral-shearing and phase-shifting. A special phase-measuring algorithm of a-bucket is adopted to compensate the phase-shifting error caused by the thickness reduction in the immersion oil. Three different algorithm for determinating quantitative aberration of aspherical lenses are presented and compared with one another.

Key Word : lateral-shearing interferometr(층밀리기 간섭계), aberration(수차),wavefront(파면), zernike-polynomials fitting( zernike 다항식 맞춤 ), circular transformation( 원변환)

## 1. 서론

최근 들어, 비디오 카메라 및 콤팩트 디스크등 광학제품과 관련하여 비구면 렌즈의 수요가 증가하고 있다. 비구면렌즈는 일련의 구면렌즈를 대체하는 장점이 있으므로 소형 광학계의 구성이 가능하다. 최근에 금형의 정밀가공 및 사출성형 기술이 발전하면서 비구면 렌즈의 대량생산이 가능하게 되었다. 따라서 생산라인에서의 비구면 렌즈 양/불판정이 필요하게 되었다. 이는 열악한 환경하에서 정량적이고 안정된 측정이 가능한 측정시스템을 요구한다.

기존의 비구면 렌즈 측정기로는 고가의 기준 렌즈를 필요로 하는 Null Test과 렌즈 표면의 손상이 우려되는 접촉식 표면조도측정기 및 뉴턴 환등이 사용되었으나, 측정환경에 영향을 많이 받고 측정 시간이 많이 걸리는 등의 단점이 있다.<sup>(1)</sup> 또한, 기존의 층밀리기 간섭계에서는 측정환경의 영향과 정량적 수차산출의 문제 등으로 인하여 생산라인에서의 비구면 렌즈 측정기로는 부적합하였다.<sup>(2,3)</sup> 따라서 본 연구에서는 이러한 문제점을 극복한 층밀리기 간섭계를 구성하고 정량화된 수차량 산출에 적절한 알고리즘을 제시하고자 한다.

본 연구에서 사용한 층밀리기 간섭계는 4개의 분할된 프리즘과 immersion oil로 구성되어 있다.

각각의 프리즘들의 상대이동에 의하여 층밀리기 간섭량의 조절과 위상천이가 가능하다. 또한, 위상천이시의 기준위상오차를 제거하기 위한 임의 위상 반복알고리즘을 도입하였다.

정량적 수차값의 산출을 위해서는 Zernike 다항식을 이용하였다.<sup>(1)</sup> 층밀리기 간섭계는 측정렌즈를 투과한 파면의 기울기 값만이 결정되므로 다음과 같은 해석방법들이 가능하다.

1) 파면의 기울기를 적분하여 파면의 형상을 계산한 후 Gram-Schmidt Orthogonalization을 하여 Zernike 다항식 맞춤에 의하여 수차량을 산출한다. 2) 층밀리기 간섭계는 측정영역이 타원이므로 간섭영역을 원으로 변환한 후에 1)과 동일한 방법으로 수차량을 산출한다. 3) 측정 영역을 원으로 변환한 후에 측정된 파면의 기울기로 부터 직접 Differential Zernike 맞춤을 한다.

본 연구에서는 위의 수차산출 방법들을 정량적으로 비교하고 실제의 측정결과에 적용하고자 한다.

## 2. 측정시스템 및 위상측정 알고리즘

### 2.1 측정 시스템

비구면 렌즈를 측정하기 위해서는 측정렌즈를 투과한 파면의 형상을 산출해야 한다. 이를 위하여 집광렌즈와 핀홀을 통과한 발산광을 측정렌즈를 투과시켜 근사화된 평행광을 만든다. 이때 측정렌즈가 수차가 없는 완전한 렌즈라면 평행광이 나오지만, 수차를 포함한 렌즈일때는 왜곡된 파면을 형성한다. 따라서 투과된 파면의 정량적 수차산출에 의하여 비구면 렌즈의 측정이 가능하게 된다.

본 연구에서 사용한 증밀리기 간섭계에서는 측정렌즈를 통과한 파면이 프리즘을 지나면서 그림1.a와 같이 증밀림에 의하여 간섭무늬를 형성한다.

간섭무늬로부터 획득된 광강도로 부터 정확한 위상값을 알기 위해서는 광위상 간섭계의 위상천이 기법을 도입해야 한다. 위상천이는 그림1.b와 같이 프리즘2(P2)를 압전구동기(PZT)로 밀어서 프리즘1(P1)를 미세하게 변화시킴으로서 가능하다. 4개의 프리즘 사이에는 프리즘과 동일한 굴절률의 Immersion oil을 사용하여 조립되었다.

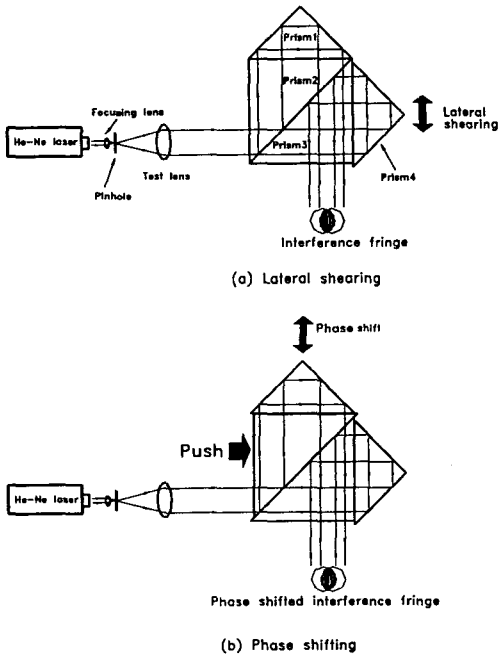


Fig. 1 The process of stable LSI

본 연구의 증밀기 간섭계는 다음과 같은 특징을 가진다. 1) Immersion oil의 유체마찰과 감쇄에 의해 기계적 진동에 매우 강하다. 2) 각 프리즘의 부착으로 인하여 안정된 간섭무늬 획득에 유리하다. 3) 또한 오염방지 효과를 기대 할 수 있다. 4) 구성이 간단하여 단일 부품(modular setup)으로서 사용이 가능하다.<sup>(4)</sup>

## 2.2 임의 위상 반복알고리즘

간섭무늬로부터 파면의 높이 정보인 위상을 얻기 위해서 광위상간섭법을 이용하여 해석한다. 한 파장을 등간격으로 광경로를 변화시켜 위상을 얻는 R bucket은 이미 연구된 바 있으나 본 실험에서는 프리즘2를 미세하게 밀어줄 때 사용된 압전구동기(PZT)의 비선형성(nonlinearity)과 프리즘 사이의 Immersion oil의 두께변화등에 의해 정확한 위상천이가 불가능하여 기준위상 오차가 유발된다. 따라서 본 연구에서는 임의 위상 반복알고리즘(A bucket Algorithm)을 도입하여 기준위상 오차를 보상하고자 한다.

임의 위상 반복알고리즘이란 위상천이가 임의 위상일 때 간섭무늬의 광강도만을 가지고 반복연산법에 의해 위상천이량을 구하는 방법이다.<sup>(5)</sup> 즉, 위상천이량이 같은 측정점들로부터 반복연산에 의해 기준위상변화량과 측정위상을 동시에 구하는 방법이다. 측정된 위상에 전파계수(K)를 곱하여 광경로차 즉, 파면의 기울기  $\Delta W(x,y)$ 가 계산된다. 측정렌즈가 측대칭이라고 하면  $\Delta W(x,y)$ 로부터 측정하고자 하는 파면은

$$W(x_i, y_i) = \frac{1}{S} \int \Delta W(x_i, y_i) dx$$

로 주어지며 S는 증밀림량이다.

그림2)에서는 압전구동기의 구동량과 실제의 위상천이값의 차이에 의한 기준위상오차가 유발됨을 알 수 있다.

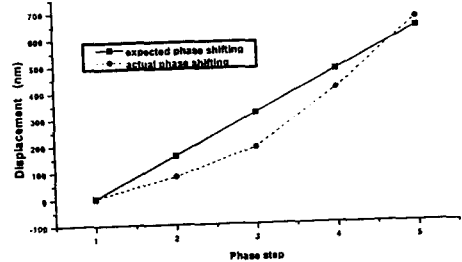
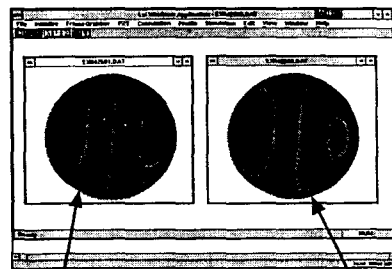


Fig. 2 Comparison of expected and actual value



5-bucket algorithm A-bucket algorithm  
Fig. 3 Comparison of phase distributions by different phase measuring algorithm

그림3)은 기존의 5bucket 알고리즘과 본 연구에서 사용한 일반알고리즘을 사용했을때의 측정위상차를 보여준다.

### 3. 렌즈의 정량적 수차 산출

#### 3.1 Zernike 다항식 이론

생산라인에서 사출성형되는 비구면렌즈의 수차량이 양/불 판정의 기준이 된다. 측정렌즈를 통과하면서 왜곡된 파면은 렌즈의 수차 정보를 가지고 있다. 이는 Zernike 다항식 맞춤을 통하여 산출이 가능하며 각각의 Zernike 계수들은 파면의 수차량을 표시한다.

Zernike 다항식은 단위 원 내에서 정의되며, 극좌표계인 각도와 반경함수의 곱으로 표현된다.

$$U_n^1 = \begin{cases} R_n^1(\rho)\cos l\theta & \text{for } l \leq 0 \\ R_n^1(\rho)\sin l\theta & \text{for } l > 0 \end{cases}$$

$$R_n^{n-2m} = \sum_{s=0}^m (-1)^s \frac{(n-s)! \rho^{n-2s}}{s!(m-s)!(n-m-s)!}$$

$$m = \frac{n-1}{2} \quad (3.1)$$

여기서 n은 다항식의 차수(degree)이며 l은 angular dependence 계수, ρ와 θ는 측정점의 좌표이다.

각각의 zernike다항식 항들이 주어진 측정 데이터에서 직교하게 되면 최소자승법을 이용하여 다항식 맞춤이 수행되어 진다. 측정된 파면의 데이터가 zernike다항식에 대하여 직교하다면 파면은 다음과 같이 표현된다.

$$W(\rho, \theta) = \sum_{r=1}^L A_r U_r \quad (3.2)$$

측정된 파면의 형상 데이터에 대하여 직교하는 임의의 다항식을  $V_r (r=1, 2, \dots, p, \dots, L)$ 라고 하고 측정데이터를  $W'$ 이라고 하면 오차함수(E)와 파면의 형상은 다음과 같이 정의된다.

$$E = \sum_{i=1}^N [W'_i - W(\rho_i, \theta_i)]^2 \quad (3.3)$$

$$W(\rho_i, \theta_i) = \sum_{r=1}^L B_r V_r(\rho_i, \theta_i) \quad (3.4)$$

여기서 i는 N개의 측정 데이터 위치이다. 따라

서 특정한 항의 계수인  $B_p$ 을 구하기 위한 조건을 다음과 같다.

$$\frac{\partial E}{\partial B_p} = 0 \quad (3.5)$$

위의 조건으로부터 p번째 특정항은 다음과 같이 주어 진다.

$$B_p = \frac{\sum_{i=1}^N W'_i V_p}{\sum_{i=1}^N V_p^2} \quad (3.6)$$

위의 최소자승법을 이용하기 위해서는 측정된 파면의 데이터가 zernike 다항식에 대하여 직교해야 한다. 이때  $V_r$ 은  $U_r$ 로 대체되어 zernike 다항식 항의 계수인  $A_r$ 과  $B_r$ 이 된다. 이것은 측정점이 단위원상에 균일하게 분포되어야 하며 비연속적이어서도 않된다. 그러나 일반적인 측정에서는 측정시에 노이즈가 발생하고 전체 측정영역에 대하여 균일한 데이터를 얻을 수 없으며 또한 CCD카메라와 컴퓨터를 이용하므로 비연속적인 데이터를 얻게 된다. 이러한 경우에는 Gram-Schmidt orthogonalization기법을 적용하여 다항식 맞춤을 해야한다.

일반적으로 측정된 파면의 데이터는 zernike 다항식의 각각의 항에 직교하지 않으므로 위에서 언급한 최소자승법을 적용할 수가 없다. Gram-Schmidt orthogonalization은 zernike다항식 항들을 선형 조합한 새로운 다항식을 정의하고 직교성을 만족하도록 하여 각각의 계수를 계산한다. 계산된 계수들은 zernike다항식을 조합한 새로운 다항식의 계수들이 된다. 따라서 이 계수들을 zernike다항식의 계수로 변환하게 되면 측정 데이터에 직교한 zernike 다항식 계수들이 산출된다 zernike다항식 ( $U_r$ )을 선형 조합한 새로운 다항식  $V_r$ 의 계수를  $D_{rs}$ 라고 하면 새로운 다항식  $V_r$ 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$V_r = U_r + \sum_{s=1}^{r-1} D_{rs} V_s \quad (3.7)$$

이 다항식의 계수는 직교성 조건 ( $\sum_{i=1}^N V_r V_p = 0, \text{ if } r \neq p$ )을 이용하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$D_{rp} = \frac{\sum_{i=1}^N U_r V_p}{\sum_{i=1}^N V_p^2} \quad (3.8)$$

$D_{rs}$ 가 구해지면 새로운 다항식  $V_r$ 의 계수  $B_r$ 는 식(3.6)로부터 구해진다. 다항식  $V_r$ 은 직교 조건을 만족하며 zernike다항식( $U_r$ )을 선형 조합하였으므로 zernike 다항식으로 다음과 같이 변환된다.

$$V_r = U_r + \sum_{i=1}^{r-1} C_{ri} U_i \quad (3.9)$$

계수  $D_{rs}$ 와  $C_{ri}$ 간에는 (3.7)식과 (3.9)식으로부터 다음과 같은 관계가 성립하게 된다.

$$C_{ri} = \sum_{s=1}^i D_{r,r-s} C_{r-s,i} \quad (3.10)$$

위 식으로부터  $C_{ri}$ 가 구해지고 식(3.6)식으로부터  $B_r$ 가 결정되면 최종적으로 zernike 다항식 계수  $A_r$ 은 다음과 같이 구해진다.

$$A_r = B_r + \sum_{i=r+1}^{\infty} B_i C_{ir} \quad (3.11)$$

여기서 구해진 zernike 계수는 광학적인 파면 수차를 나타내며 특히  $A_{13}$ 은 구면 수차량을 나타내고  $A_6, A_7$  과  $A_{10}$ 은 비점수차량을 나타내며  $A_8$ 과  $A_9$ 는 코마 수차량을 나타낸다. 여기서 산출된 수차량을 이용하여 사출성형된 비구면 렌즈를 생산현장에서 전수검사하여 양/불을 판정할 수 있게 된다.

### 3.2 Differential Zernike 다항식 맞춤<sup>(6)</sup>

층밀리기 간섭계는 파면의 기울기 만을 산출한다. 따라서 위의 방법들은 적분이 필요하게 된다. 이는 큰 층밀리량과 적분상수에 의하여 영향을 받게된다. 따라서 적분을 수행하지 않고 Zernike계수를 산출하는 Differential Zernike 다항식 맞춤을 하고자 한다.

파면은 식(3.12)과 같이 직교한 Zernike 다항식으로 전개된다.

$$V(x, y) = \sum_{nm} a^{nm} Z^{nm}(x, y) \quad (3.12)$$

타원형태의 간섭무늬영역에서 측정되어지는 파면 기울기식은 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta V_x(x, y; s) = V(x + \frac{s}{2}, y) - V(x - \frac{s}{2}, y) \quad (3.13)$$

이를 간섭영역에서 맞춤(fitting)을 하고 타원변환좌표로 전개하면, 결과적으로 계수  $r_{x,jk}$ 가 구해진다.

$$\begin{aligned} r_{x,jk} &= N_{jk} \int \int_{x^2+y^2 \leq 1} \Delta V_x(\tilde{x}(1-s), \\ &\quad \tilde{y}\sqrt{1-s}; s) X_{jk}(\tilde{x}, \tilde{y}) d\tilde{x}d\tilde{y} \\ &= N_{jk} \sum_{nm} a^{nm} \int \int_{x^2+y^2 \leq 1} \Delta X_x^{nm}(\tilde{x}(1-s), \\ &\quad \tilde{y}\sqrt{1-s}; s) X_{jk}(\tilde{x}, \tilde{y}) d\tilde{x}d\tilde{y} \end{aligned} \quad (3.14)$$

여기서

$$\Delta V_x(x, y; s) = X^{nm}(x + \frac{s}{2}, y) - X^{nm}(x - \frac{s}{2}, y)$$

$X_{jk}$ 는 zernike polinimials이다.

이 알고리즘에서 중요한 점은 계수  $r_{x,jk}$ 와 원파면의 전개 계수  $a^{nm}$ 간의 관계 행렬  $M$ 을 구하는 것이다.

$$r_x = \begin{pmatrix} \vdots \\ r_{x,jk} \\ \vdots \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} \vdots \\ a^{nm} \\ \vdots \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & X_{x,jk}^{nm} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$$r = Ma$$

행렬  $M$ 은 층밀리량  $S$ 의 함수이다. 입사 파면의 전개식은 계수  $a$ 에 의해 표현되며, 본 연구에서는 행렬  $M$ 을 pseudo Inverse함으로써 계수 행렬  $a$  구하였다.

### 3.3 수치모사(simulation)결과

수치모사는 다음과 같은 3가지 다른 방법으로 행하여 서로 비교하고자 한다.

- 1)적분파면으로 부터 Gram-Schmidt Orthogonalization방법을 도입해 Zernike 다항식 맞춤한다. 2) 간섭무늬영역을 원형으로 변환하여 1)과 동일한 다항식 맞춤을 행한다. 3) 간섭무늬영

역을 원형으로 변환하고 Differential Zernike 다항식 맞춤을 수행하여 Zernike 다항식 계수를 구한다.

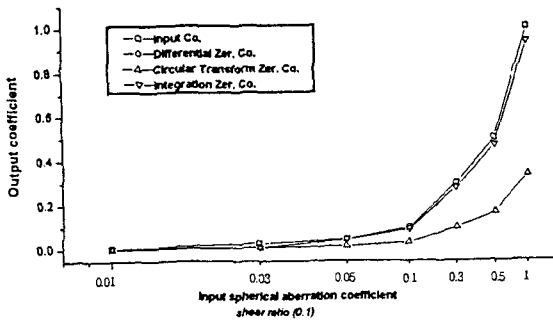


Fig. 4 Comparison of spherical aberration by different fitting algorithm

그림4에서는 Zernike 다항식의 계수값을 바꾸어 가며 수치모사를 했을 때 각 방법에 따른 출력 계수값을 나타내고 있다.

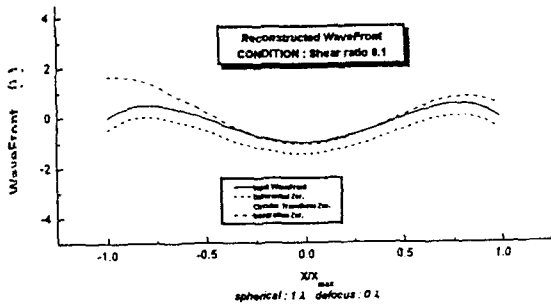


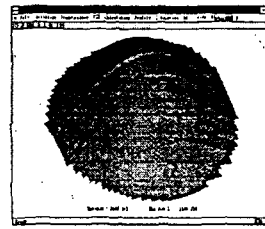
Fig. 5 Reconstructed wavefront with spherical aberration by simulation

그림5는 구면수차를 포함한 파면으로부터 Zernike다항식 계수를 산출하여 이를 근거로 파면을 복구한 결과이다.

위의 수치모사의 결과로부터 간섭무늬영역을 원형으로 변환하고 Differential Zernike 다항식 맞춤을 하였을 때 정량적 수차산출이 잘 수행됨을 알 수 있다.

#### 4. 실험 결과

본 연구에서는 수치모사를 통해 정량적 수차산출이 가능함을 검증하였으며 이를 바탕으로 컴팩트 디스크에 사용되는 Pick-up용 비구면렌즈를 실제로 측정하였다. 그림6은 적분된 파면형상과 Zernike다항식 맞춤을 통해 정량화된 비구면렌즈의 수차값들이다



| 수 차 값 | 비 고               |
|-------|-------------------|
| 1     | 9.361 piston      |
| 2     | -3.289 y-tilt     |
| 3     | 1.085 x-tilt      |
| 4     | -2.572 45-astig.  |
| 5     | -10.120 defocus   |
| 6     | 1.326 0.90-astig. |
| 7     | -0.943 x-astig.   |
| 8     | 1.151 x-coma      |
| 9     | 0.240 y-coma      |
| 10    | 0.432 y-astig.    |
| 11    | -0.142            |
| 12    | 0.229             |
| 13    | 0.511 spherical   |
| 14    | 0.031             |
| 15    | 0.397             |

Fig. 6 Wavefront and aberration of aspherical lens

#### 5. 고찰 및 결론

본 연구에서는 측정환경에 강인한 층밀리기 간섭계를 비구면 렌즈 측정에 적용하였다. 정량적 수차산출을 위한 Zernike 다항식 맞춤기법을 구현하였으며 수치모사를 통해 검증하였다. 실제의 광 pick-up 렌즈를 측정된 결과를 제시하였다.

#### 참고문헌

1. Daniel Malacara, Optical shop testing, Wiley-Interscience Publication, New York (1992)
2. Toyohoko Yatagai and Toshio Kanou, "Aspherical surface testing with shearing interferometer using fringe scanning detection methode." Opt.Eng. 23(4), 357-360 (1984)
3. J. L. Seligson J. E. Gerivenkamp, "Stability of a lateral-shearing heterodyne Twyman-Green interferometer." Opt. Eng. 23(4), 353-354 (1984)
4. Woo Jong Jo and Seung Woo Kim "A study on the stable lateral-shearing interferometer for production line inspection of lenses." Opt. Eng., in press
5. In-Bok Kong and Seung-Woo Kim, "General algorithm of phase-shifting interferometer by iterative least-squares fitting." Opt.Eng. 34(1), 183-188(1994)
6. G.W.R. Leibbrandt "Lateral shearing interferometry with high accuracy." SPIE Vol.2778 Optics for Science and New Technology, 1064-1065 (1996)