

추상 예술로서의 서양 음악 Western Music as an Abstract Art Form

윤중선(부산대 공대),

황성호(부산대 정밀기계공학), 주동욱(부산대 정밀기계공학), 하영명(부산대 정밀기계공학)

Joongsun Yoon(Pusan National University), Sungho Hwang(Pusan National University)

Dongwook Joo(Pusan National University), Youngmyoung Ha(Pusan National University)

ABSTRACT

Emotional intelligence is investigated in terms of a composing machine as a modern abstract art form. Music has the longest tradition of being an art form which has an explicit formal foundation. Formal aspects of traditional and modern music theory are explained in terms of simple numerical relationship and illustrated with examples. The exploration of art in the view of intelligence, information and structure will restore the balanced sense of art and science which seeks happiness in life.

Key Words : emotional intelligence(감성지능), composing machine(자동작곡기), abstract art(추상예술)

1. 서 론

이 논문은 컴퓨터를 음악의 창조적인 표현에 쓰는 미학 체계를 더듬는 과정을 보여주려는 것이다[1]. 그 하나로 서양 음악의 형식적 특성을 살펴 본다. 음악은 분명한 형식을 지니는 예술의 형태로 오랫동안 인식되어 왔다.

인간의 경험인 소리라는 성질(quality)을 비(proportions)라는 수(quantity)의 체계로 보는 서양의 Pythagoras의 음악 철학은 음악을 형식 및 창작 과정상 수학적, 추상적, 체계적, 구조적 특성을 가지는 가장 잘 정리된 예술의 장르로 인식하고 계승 발전 시켰다[2, 3].

서양 고전 조성(tonality) 음악의 체계인 circle of fifths[2, 3], 20세기 초의 무조(atonality) 음악의 체계인 serialism[2, 3], 20세기 중반의 음향 합성(sound synthesis)에 따른 electronic music[3, 4]과 확률론(chance operation)에 따른 stochastic music[3, 5, 6], 20세기 후반의 0과 1(bit)에 의한 음향 구조의 자동 생성(automatic generation of sound structure)이라는 digital music[3, 5, 7]등이 그 대표적 흐름이다.

서양의 전통 음악과 현대 음악 이론의 형식적 측면을 예와 더불어 수학적 관계로 설명하고자 한다.

2. 추상예술로서의 음악(Music: Abstract Art Form)

2.1 수와 조화(Deterministic Algorithms)

기원전 5세기쯤의 Pythagoras와 그의 추종자들은 순수지식(pure knowledge)을 영혼의 정화(catharsis)로 보고 인간이 감지할 수 있는 그 무엇을 넘어서는 것으로 생각했다. 순수하고 핵심적인 실체는 수의 영역에서만 찾을 수 있고 간단하고 놀라운 수의 비(proportion)들이 귀에 아름다운 음악의 조화를 설명 할 수 있다고 했다. 즉 음악과 음악의 관계를 수와 수의 관계로 보았다. Pythagoras 학파는 여러 다른 음의 간격(intervals)은 주어진 음높이(pitch)를 내기 위해 필요한 줄 길이의 비로 나타낼 수 있다는 것이다[3, 8].

음계는 하나의 줄(monochord)의 길이 비에 따른 분할이나 여러 줄(sonometer)의 길이의 비로 이루어 진다[8]. monochord의 줄을 2등분하면 두 음의 관계가 12 개의 반음(semitone) 간격인 octave가 만들어 진다. $\text{octave}=1/2$ 과 같은 미적 가치와 과학적 측정의 동식은 수와 질을 종합하려는 조화관을 엿볼 수 있다. 질을 단순히 수치로 추출하려는 현대의 노력과는 달리 Pythagoras의 열정은 수를 들을 수 있다는 것이다. octave성을 통해 음악과 청각은 질과 양의 조화 그리고 가치와 측정의 전체성을 보여준다.

줄을 3등분하면 두 음의 관계가 7개의 반음 간격인 fifth가 만들어진다. 가장 조화롭고 아름다운 화성적 공간인 팔림음(1/3)과 벼금팔림음(fifth=2/3, G)이 만들어진다. 줄을 4등분하면 두 음의 관계가 5개의 반음 간격인 fourth=3/4(F)가 만들어진다. 줄을 5등분하면 두 음의 관계가 4 반음 간격인 third=4/5(E)가 만들어진다. 줄을 6등분하면 두 음의 관계가 3 반음 간격인 minor third=5/6(D#)가 만들어진다. 줄 길이에 따른 음관계는 Fig. 1과 같다.



Fig. 1 Monochord division

Albert von Thimus는 고대의 조화적 상징(Die harmonikale Symbolik des Althertums)에서 줄 길이의 곱과 나눗으로 음의 관계를 나타낸 표를 Pythagoras 도표라 이름 붙였다[8]. 이 표의 행과 열은 각각 줄 길이의 나눗과 곱을 나타낸다(Fig. 2 참조). 줄의 길이를 나누면 장 3화음이 만들어지고 길이를 곱하면 단 3화음이 만들어진다는데서 맨 위쪽의 수열을 ‘장’으로 맨 왼쪽의 수열을 ‘단’으로 부른다. 이 두 줄 사이의 중간항들은 두 수열의 교점들에 위치한다. 같은 음을 잇는 직선들을 동일성 직선(identity rays)이라 하고 이 중 대각선 위의 수열은 ‘장’과 ‘단’이 소거됨을 보여준다. Pythagora 도표는 마음의 구조를 바깥에 적용하려는 것과 달리 내적 형식(form)인 구조 자체를 보여주는 것이다.

$\frac{1}{1} \cdot c$	$\frac{1}{2} \cdot c^1$	$\frac{1}{3} \cdot g^1$	$\frac{1}{4} \cdot c^2$	$\frac{1}{5} \cdot e^2$	$\frac{1}{6} \cdot g^2$	$\frac{1}{7} \cdot bb^{v2}$
$\frac{2}{1} \cdot c_1$	$\frac{2}{2} \cdot c$	$\frac{2}{3} \cdot g$	$\frac{2}{4} \cdot c^1$	$\frac{2}{5} \cdot e^1$	$\frac{2}{6} \cdot g^1$	$\frac{2}{7} \cdot bb^{v1}$
$\frac{3}{1} \cdot f_2$	$\frac{3}{2} \cdot f_1$	$\frac{3}{3} \cdot c$	$\frac{3}{4} \cdot j$	$\frac{3}{5} \cdot a$	$\frac{3}{6} \cdot c^1$	$\frac{3}{7} \cdot eb^{v1}$
$\frac{4}{1} \cdot c_2$	$\frac{4}{2} \cdot c_1$	$\frac{4}{3} \cdot g_1$	$\frac{4}{4} \cdot c$	$\frac{4}{5} \cdot e$	$\frac{4}{6} \cdot g$	$\frac{4}{7} \cdot bb^v$
$\frac{5}{1} \cdot ab_3$	$\frac{5}{2} \cdot ab_2$	$\frac{5}{3} \cdot eb_1$	$\frac{5}{4} \cdot ab_1$	$\frac{5}{5} \cdot c$	$\frac{5}{6} \cdot eb$	$\frac{5}{7} \cdot gb^v$
$\frac{6}{1} \cdot f_3$	$\frac{6}{2} \cdot f_2$	$\frac{6}{3} \cdot c_1$	$\frac{6}{4} \cdot f_1$	$\frac{6}{5} \cdot a_1$	$\frac{6}{6} \cdot c$	$\frac{6}{7} \cdot eb^v$
$\frac{7}{1} \cdot d_3^{\wedge}$	$\frac{7}{2} \cdot d_2^{\wedge}$	$\frac{7}{3} \cdot a_2^{\wedge}$	$\frac{7}{4} \cdot d_1^{\wedge}$	$\frac{7}{5} \cdot f_{\#}^{\wedge}$	$\frac{7}{6} \cdot a_1^{\wedge}$	$\frac{7}{7} \cdot c$
.

Fig. 2 Pythagorean table

한 octave를 이루는 12개의 반음들

C C# D D# E F F# G G# A A# B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

으로 이루어지는 major scale과 minor scale은 다음과 같은 반음 음정(semitone interval)의 수 체계를 가진다[3].

major scale: +2 +2 +1 +2 +2 +2
minor scale: +2 +1 +2 +2 +1 +2

앞 음계의 일곱번째 반음들로 이루어진 12음의 수열들을 circle of fifths라고 한다. 이러한 circle of fifths로 이루어진 12개의 major scale들은 다음과 같은 수의 체계를 가진다[3].

C	1	3	5	6	8	10	12
G	8	10	12	1	3	5	7
D	3	5	7	8	10	12	2
A	10	12	2	3	5	7	9
E	5	7	9	10	12	2	4
B	12	2	4	5	7	9	11
F#	7	9	11	12	2	4	6
C#	2	4	6	7	9	11	1
G#	9	11	1	2	4	6	8
D#	4	6	8	9	11	1	3
A#	11	1	3	4	6	8	10
F	6	8	10	11	1	3	5

Pythagoras 학파들은 각 혹성의 진동은 특정 음을 만들어 내며 혹성들 사이의 관계는 화성(harmony) 법칙에 따라 지배된다고 믿었다. 혹성의 거리 간격으로 Fig. 3과 같은 수의 체계인 Pythagorean scale을 정의한다[3].

moon Venus Mars Saturn
earth Mercury Sun Jupiter stars

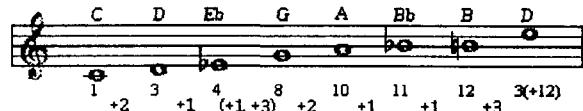


Fig. 3 Pythagorean scale

소리라는 인간의 경험에서 수를 끌어낼 수 있다는 이러한 Pythagoras 학파의 철학은 Koestler가 지적하듯이 과학(Science)의 시초를 알리는 혁신적인 것 이었다[3]. 음악과 수는 하나로서 같은 것이었다.

가장 조화롭다는 circle of fifths에 따른 조성음악(tonality)은 수세기 동안 작곡 과정의 주류를 이루는(dominate) 매우 형식적인 기반이었다.

Johann Sebastian Bach는 생애 마지막 작품이었던 푸가의 기법(Die Kunst der Fuge, 1750년)의 주제(theme)를 circle of fifths에 따라 만들었다. Fig. 4에서 보듯 주제 A2는 중심 주제 A1의 backward 연산, 주제 E2는 주제 E1의 upside-down 연산, 주제 C2는 주제 C1의 backward and upside-down 연산으로 만드는 등 25개의 주제로 19 곡의 푸가 전집을 작곡하였다[3, 9, 10].



Fig. 4 Bach's Fuge theme

Mozart, Haydn, Beethoven, Schumann, Brahms, Wagner, Bruckner, Mahler는 circle of fifths를 다양하게 실험하며 음악들을 작곡하였다. base key의 주제 1과 fifth key의 주제 2로 이루어진 제시부와 이를 주제를 여러 key로 진행시키는 전개부와 base key의 주제 1과 base key의 주제 2로 이루어진 재현부로 이루어진 sonata 형식은 circle of fifths에 따른 대표적 작곡 기법이다.

20세기 작곡가들에게 큰 영향을 끼친 serialism 또한 매우 형식적인 기반을 갖추고 있다. Arnold Schoenberg는 서로 관련된 12음의 수열을 주제로 하고 이를 주제를 다루는 12음 기법(twelve-note serialism)을 쓴 무조(atonality) 음악을 만들었다[2, 3]. 작품 23(Five Piano Pieces, 1923년)의 5번째 곡의 수열(series)은 Fig. 5와 같다[3].

Alban Berg는 열정적이고 감성적인 느낌의 주제의 선정으로 Schoenberg의 serial 음악보다 따뜻하고 인간다운 음악을 작곡하였다. 같은 2개의 6음으로 이루어진 독특한 수열들은 주제의 upside-down 연산으로만 다른 주제를 만들 수 있는 즉 backward와 backward and upside-down 연산으로는 새로운 주제를 만들 수 없는 구조를 보여준다. 조곡(Lyric Suite, 1925년)의 수열은 Fig. 6과 같다[3].



Fig. 5 Schoenberg's op. 23 series

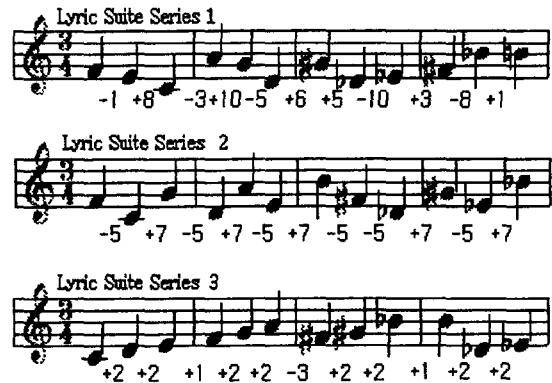


Fig. 6 Berg's Lyric Suite series

Anton Webern은 하나의 주제 수열이 모든 serial 연산에 따른 작은 수열(miniseries)로 이루어진 음악을 모색하였다. 그의 간결미의 극치는 Fig. 7의 작품 24 (Concerto, 1934년)에서 엿볼 수 있다[3, 11].

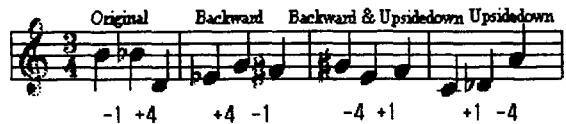


Fig. 7 Webern's op. 24 series

2차대전후(postwar) serialism 작곡가들은 주제의 구성 및 연산을 선율에서 음악 표현의 모든 요소로 넓혀 적용했다[3]. Olivier Messiaen의 1949년작 *Mode de valeurs et d'intensité*의 선율은 12음의 3그룹으로 이루어지고 그룹 2와 3의 선율은 그룹 1의 선율을 serial 연산으로 재배치하여 만든다. 그룹 2와 3의 길이(duration)는 그룹 1의 길이의 2배와 4배의 길이 패턴을 가진다. 7 단계의 음의 세기(attack)와 12종류의 음의 연주 방법(dynamic)을 가진다 (Fig. 8 참조). Messiaen의 1941년작 *Quator pour la Fin Temps*와 Pierre Boulez의 1952년작 *Structures*가 postwar serialism 음악의 대표적 예이다[3].

pitch 1: 4 3 10 9 8 7 5 2 1 11 6 12
duration 1: 1d 2d 3d 4d 5d 6d 7d 8d 9d 10d 11d 12d
duration 2: 2(1d 2d 3d 4d 5d 6d 7d 8d 9d 10d 11d 12d)
duration 3: 4(1d 2d 3d 4d 5d 6d 7d 8d 9d 10d 11d 12d)
dynamic : ppp pp mf f ff fff
attack : legato, staccato, sforzando ...

Fig. 8 Messiaen's Mode de valeurs et d'intensité

Stockhausen은 전자기술을 써서 serial 원리를 작곡의 구조 뿐 아니라 음을 만들어내는데까지 넓힌 전자음악(elektronische Musik)을 모색하였다[3, 4]. 1953년작 *Studie I*은 Fig. 9에서 보듯 조화수열로 만든 주파수 표의 요소를 특정 순으로 골라서 음질(timbres)을 만든다. 길이와 세기 또한 특정 수열로 만든다[4]. 1954년작 *Studie II*에서 Fig. 10과 같이 25×5의 같은 간격을 가지는 81음 주파수를 섞고 특정 모양의 진폭을 덧붙여 음을 만든다[4].

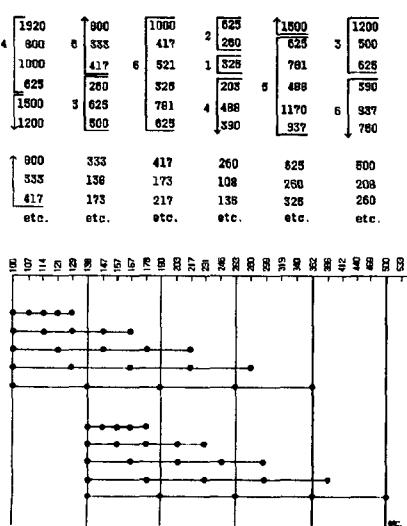


Fig. 9 Stockhausen's Studie I & II

2.2 일탈의 조화(Stochastic Algorithms)

일탈(aleatoric)이란 말은 작품의 상세한 일부를 해석자에게 맡기거나 주사위를 던지는 것과 같은 임의의 과정으로 작곡을 하는 것을 일컫는다[5].

Wolfgang Amadeus Mozart는 두 주사위의 힘에 따라 미리 씌어진 음악 조각들을 고르고 이어서 minuet를 작곡하였다[7]. Fig. 11의 Roma 수(열)는 waltz의 8부분을, 아라비아 수(행)는 주사위 합을, 요소의 수는 네 쪽에 달하는 음악의 조각을 나타낸다[5]. 작곡의 과정에 우연(chance)의 요소를 덧붙인 것이다.

Zahlentafel 1. Walzerteil								
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	
2	98	22	141	41	105	122	11	30
3	32	6	128	63	146	46	134	81
4	69	95	158	13	153	55	110	24
5	40	17	113	85	161	2	159	100
6	148	74	163	45	80	97	36	107
7	104	157	27	167	154	68	118	91
8	152	60	171	53	99	133	21	127
9	119	84	114	50	140	86	169	94
10	98	142	42	156	75	129	62	123
11	3	87	165	61	135	47	147	33
12	54	130	10	103	28	37	106	5

2. Walzerteil								
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	
2	70	121	26	9	112	49	109	14
3	117	39	126	56	174	18	116	83
4	66	139	15	132	73	58	145	79
5	90	176	7	34	67	160	52	170
6	25	143	64	125	76	136	1	93
7	138	71	150	29	101	162	23	151
8	16	155	57	175	43	168	89	172
9	120	88	48	166	51	115	72	111
10	65	77	19	82	137	38	149	8
11	102	4	31	164	144	59	173	78
12	35	20	108	92	12	124	44	131

Fig. 10 Mozart's musikalisches Würfelspiel

Stockhausen은 1957년작 *Klavierstücke XI*에서 절제된 우연(controlled chance)을 보여주었다[3, 5]. 19 그룹의 선율의 끝은 다음 연주될 그룹의 속도, 세기, 연주법의 지시를 포함한다. 연주자는 한 그룹의 음악에서 다음 그룹의 음악으로 임의로 움직이되 그룹 끝의 지시를 따르며 연주를 한다.

Lejaren Hiller는 Illiac이라는 컴퓨터로 최초의 컴퓨터 음악인 조곡(The Illiac Suite for String Quartet, 1956년)을 만들었다[5, 7, 12]. 일종의 Monte Carlo 법으로 음을 무작위(random)로 만들고 통계적이고 휴리스틱(heuristic)한 기법을 써서 거른다(filter). 특히 두 번째 동기(movement)는 8개의 짧은 sequence로 이루어지고 각 sequence는 대위법(counterpoint)의 법칙을 보여준다.

1960년대 초 소련의 콘트라토프의 컴퓨터는 기존의 찬가들을 분석하여 한 음 다음에 이어지는 음의 확률에 따라 음악을 만들었다[12]. 발생 확률에 따라 무작위로 음을 만들어 간다. 앞의 음이 ‘도’라면 확률을 이를 ‘미’나 ‘솔’이 나올 확률이 다른 음보다 높을 것이다. 바로 앞 ‘한’음만의 확률 고리를 1연(first-order) Markov 체인이라고 하고 앞서는 둘 이상의 확률 고리를 다연(higher-order) Markov 체인이라고 한다. 체인의 고리 수가 늘어날수록 곡은 더 그럴 듯 해진다. 2연 체인과 8연 체인에 따른 곡은 Fig. 11와 같다.



Fig. 11 Stochastic music by Markovian chains

Xenakis는 확률론에 바탕을 둔 stochastic 기법으로 만들어진 풍부한 소리들(thick textures) 덩어리로 음악을 만들었다[3, 5, 6]. 음악은 Fig. 12과 같은 주파수, 장도, 밀도를 덩어리 사이의 확률적 변환표로 만든다. 작곡에 Stochastic Music Program라는 컴퓨터 프로그램을 썼다[5].

A (fg ₁ gd ₁)	B (fg ₁ gd ₁)	C (fg ₁ gd ₁)	D (fg ₁ gd ₁)	E (fg ₁ gd ₁)	F (fg ₁ gd ₁)	G (fg ₁ gd ₁)	H (fg ₁ gd ₁)
0.021	0.357	0.084	0.189	0.165	0.204	0.408	0.096
B (fg ₁ gd ₁)	0.084	0.069	0.076	0.126	0.150	0.136	0.072
C (fg ₁ gd ₁)	0.084	0.323	0.021	0.126	0.150	0.036	0.272
D (fg ₁ gd ₁)	0.336	0.081	0.019	0.084	0.135	0.024	0.048
E (fg ₁ gd ₁)	0.019	0.063	0.336	0.171	0.110	0.306	0.120
F (fg ₁ gd ₁)	0.076	0.016	0.304	0.114	0.100	0.204	0.018
G (fg ₁ gd ₁)	0.076	0.057	0.084	0.114	0.100	0.054	0.068
H (fg ₁ gd ₁)	0.304	0.014	0.076	0.076	0.090	0.036	0.012

Fig. 12 Xenakis' Matrices of transition probabilities of Z=fgd(f:frequencies/g:intensities/d:densities)

컴퓨터는 전통적 조성 음악의 캐논으로부터 결정론적(deterministic) 또는 확률적(stochastic)인 serial 기법까지 어떤 형식 과정도 나타낼 수 있다. 컴퓨터 프로그램은 미학의 논리적 연장으로 보인다[5]

3. 행성계적음악(Musical Analog of Planetary Orbits)

Pythagoras는 행성의 움직임에서 조화로운 소리 즉 음악을 들었다. Robert Keefe의 도움으로 여기 그 음악을 재현한다[13]. 행성의 좌표를 특정 방법으로 음으로 바꾸어(map) 작곡할 수 있다. 대화형 프로그램 EZCosmos로 입력 날짜에 해당되는 행성의 적경(right ascension)과 적위(declination)를 찾는다 [14]. 변환식 (1)과 (2)로 이들 각들에서 황경(ecliptic longitude)과 황위(ecliptic latitude)를 셈한다[15].

$$\cos \lambda = \cos \alpha \cos \delta / \cos \beta \quad (1)$$

$$\sin \beta = \sin \delta \cos \epsilon - \cos \delta \sin \epsilon \sin \alpha \quad (2)$$

여기서 λ 는 황경, β 는 황위, δ 는 적위, ϵ 는 황도경사(일정각 23.43°)를 나타낸다.

행성의 latitude의 소수 둘째(1/100) 자리 수를 A에서 G까지의 음 높이(pitch)로 다음과 같이 바꾼다.

A	B	C	D	E	F	G
0/1	2/3	4/5	6	7	8	9

latitude의 소수 첫째(1/10) 자리 수를 #, b, ♭(natural)의 반음 높낮이(accidentals)로 다음과 같이 바꾼다.

$$\# / b / \flat (\text{natural}) = 0, 1, 2, 3 / 4, 5, 6 / 7, 8, 9$$

latitude의 절대 값은 octave 자리를 나타낸다. 1.0은 첫 octave(+1)즉 keyboard의 왼쪽 건반인 가온음도(middle C)의 두 octave 아래로 하고 0.5는 한 octave위인 두 번째 octave(+2)를 나타내도록 한다.

longitude로는 360°의 백분율(%)로 음의 세기(loudness)를 나타낸다. 360°면 100%의 세기(dynamic level)인 fortessimo(fff)를, 180°이면 50% 세기인 mezzo-forte(mf)를 지정한다.

음의 길이는 모두 같은 박자(rhythical values)를 주거나 각도 크기의 범위에 따라 다른 박자를 줄 수 있다. 또한 이웃하는 각도의 차나 비에 비례하는 지속 시간을 줄 수 있다.

Keefe는 행성의 궤적과 행성의 궤적 사이의 분포는 자기상사(self similarity)의 성질을 가지는 1/f fractal 분포를 보여준다고 한다[5]. Keefe는 1991년작 Three Movements for Imaginary Dance의 동기(movement) I인 De Stella Nova에서 1/f 분포로 달과 8개의 행성으로 이루어진 태양계의 음악을 작곡하였다. 측정값에 따른 Venus의 음악적 궤적과 1/f

분포로 만든 태양계의 음악적 궤적은 고무공의 탄력 을 가진 진동하는 맑은 마림바 악기와 같은 소리를 만들어내고 있다.

Fig. 13은 1595년 7월 19일에서 1596년 10월 1일 까지 측정된 Venus의 궤적을 보여준다. latitude 0.25는 음 C# +3로 바꿀 수 있다. 관측된 1596년과 1996년의 Venus 궤적에 따른 음악(musical analog)은 Fig. 14의 MIDI(Musical Instrument Digital Interface) 프로그램의 하나인 Cakewalk으로 구성하였다[16]. 구성된 음악은 Keefe의 음악 sample과 비슷하였다[17]. 음의 길이를 모두 16분음표를 쓸 경우 만족스러운 소리를 내었다. latitude가 +1.00에서 +1.99일 때는 4분 음표를 +2.00에서 +2.99일 때 2분 음표를 쓴 실험은 만족스러운 소리를 만들지 않았다. 채택된 1/f 분포는 0과 1사이의 실수(fraction) 값을 준다. 이 값을 적절한 음으로 바꾸는 (mapping) 여러 방법을 실험 중이다[5].

소수 둘째 자리 수와 첫째 자리 수의 역할을 바꾸면 만족스럽지 못한 다른 음악이 만들어 진다는 Keefe의 경험은 수의 내재적 규칙을 생각하게 한다. 위와 같은 큰 줄기(coarse)의 알고리즘에 따른 음악은 미세 조정(fine tuning)으로 섬세하게(delicate) 만들 수 있을 것이다.

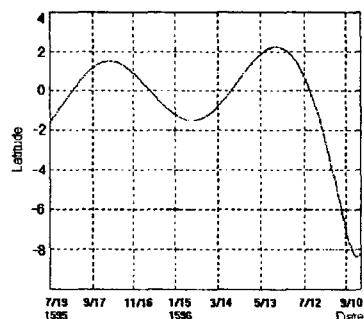


Fig. 13 Venus orbit of the year 1595-1596



Fig. 14 Musical Venus orbits of the yrs 1596/1996

4. 결 론

서양의 전통 음악과 현대 음악 이론의 형식적 측면을 예와 더불어 수학적 관계로 설명하였다. 음악의 형식미를 이 후 감성과 어울려져 자동작곡기로 구현하고자 한다. 예술과 과학의 균형감을 되찾아 삶의 풍요로움을 꾀하고 싶은 것이다.

참 고 문 헌

1. 윤중선, “음악에서의 디지털 미학”, *한국자동제어학술회의 논문집*, 1996년 10월.
2. Grout, D., *A History of Western Music*, Revised edition, W. W. Norton & Company, New York, 1960.
3. Holtzman, S., *Digital Mantras*, MIT Press, Cambridge, 1995.
4. Manning, P., *Electronic and Computer Music*, Clarendon Press, Oxford, 1985.
5. Roads, C., *The Computer Music Tutorial*, MIT Press, Cambridge, 1996, Chapters 18-19.
6. Xenakis, I., *Formalized Music*, Revised edition, Pendragon Press, New York, 1992.
7. Baggi, D., *Readings in Computer-Generated Music*, IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, 1992.
8. Levarie, S., and Levy, E., *음이란 무엇인가*, 삼호 출판사, 전지호역, 1991.
9. “푸가의 기법”, 최신명곡 해설전집 11: 실내악곡 1, 세광음악출판사, 1988, pp. 202-209.
10. Bach, J., *Die Kunst der Fuge*, Karl Münchinger & Stuttgart Chamber Orchestra, DECCA SET 303-4/ SEL-0391, 1977.
11. Webern, A., *Werke für Streichquartett & Streichtrio*, Emerson String Quartet, PolyGram DG 3704 445 828-2, 1995.
12. 진중권, *미학 오디세이 2*, 샛길, 1994, 231-236쪽.
13. Keefe, R., “Composing by Musical Analog: A Look at Planetary Orbits”, *IEEE Computer*, Vol. 24, No. 7, July 1991, pp. 72-75.
14. *EZCosmos Version 3.0*, Astrosoft, Inc., 1990.
15. 민영기, 우종옥, 윤홍식, 교양 천문학, 형설출판사, 1993, pp. 16-24.
16. *Cakewalk Professional(TM) 3.00*, Greg Hendershott, 1994.
17. Keefe, R., “Planetary Orbits”, Skybow Records, IEEE Computer Society, recorded July 1991.