

## 후리에 급수 표현에 의한 로봇 팔의 장애물 중에서의 최적 운동

### Optimal Motions for a Robot Manipulator amid Obstacles by the Representation of Fourier Series

박 종 근(경남대 공대)  
Jong-keun Park(Kyungnam Univ)

#### ABSTRACT

Optimal trajectory for a robot manipulator minimizing actuator torques or energy consumption in a fixed traveling time is obtained in the presence of obstacles. All joint displacements are represented in finite terms of Fourier cosine series and the coefficients of the series are obtained optimally by nonlinear programming. Thus, the geometric path need not be prespecified and the full dynamic model is employed. To avoid the obstacles, the concept of penalty area is newly introduced and this penalty area is included in the performance index with an appropriate weighting coefficient. This optimal trajectory will be useful as a geometric path in the minimum-time trajectory planning problem.

**Key Words** : robot manipulator(로봇 팔), optimal motion(최적 운동), nonlinear programming(비선형 계획법), penalty area(벌칙 면적), obstacle(장애물), Fourier series(후리에 급수)

#### 1. 서론

지금까지 로봇 팔의 최적 운동에 관한 연구는 크게 세 가지로 나눌 수 있다. 그 중 하나는 작업 공간 내에 존재하는 장애물을 피하기 위한 기하학적 경로(geometric path)를 구하는 문제이다. 이 분야의 연구에서 거리 함수(distance function)가 자주 사용되고 특히 성장 거리(growth distance) 개념이 최근에 도입되어 장애물 회피 경로를 구하는데 이용되고 있다.<sup>(1,2)</sup> 이 성장 거리는 논리가 단순하고 계산 시간이 작게 걸리는 반면, 링크 혹은 장애물이 세장형(細長型)일 때 병진 거리(translational distance)와 아주 다른 값이 계산될 수 있다.

로봇 팔의 운동에 관한 두 번째 연구 방향은 기하학적 경로가 미리 결정되고 이 경로 상에서 운동 시간 혹은 에너지를 최소화시키는 운동에 관한 연구이다. 주로, 동적 계획법(dynamic programming)이나 시간 척도법(time scaling method)을 이용하여 해를 구하였다.

로봇 팔의 운동에 관한 세 번째 연구 방향은 기하학적 경로가 미리 정해지지 않은 상황에서 운동학(kinematics)과 동역학(dynamics)을 동시에 고려하여 최적 운동을 구하는 것이다<sup>(3,5)</sup>. 본 연구도 이런 부류에 속한다. 이 분야의 연구는,

기하학적 경로와 그것의 속도 분포가 별개의 계산 논리(algorithm)로 계산되는 한, 이것이 최적 운동은 아니라는 인식에서 출발한다. 그러나 이 두 가지를 동시에 최적으로 구하는 것이 매우 어렵고 계산 시간도 많이 걸린다. 관절 공간을 격자 무늬로 나누고 모든 가능한 경로 상에서 시간 최소화 궤도를 구하여 이 중에서 최선의 경로를 선택한 논문이 있다.<sup>(3)</sup> 이와 같은 방법으로 2 자유도 로봇 팔에서는 최적 궤도가 구해지겠지만 자유도가 늘어날수록 엄청난 계산이 소요될 것으로 생각된다. 평면 2 절 로봇 팔에서 각각 좌표 공간<sup>(4)</sup> 혹은 관절 공간<sup>(5)</sup>의 기하학적 경로를 3 차 B-spline으로 표시하고 장애물 회피 시간 최소화 궤도를 비선형 계획법으로 구한 연구가 있다. 그들의 연구에서 성능 지수(performance index)인 운동 시간의 미지 계수에 관한 구배(gradient)가 연속인지 아닌지에 관한 확인이 다루어지고 있다.

본 연구의 전체적인 윤곽은 다음과 같다. 즉, 관절 공간에서의 전체 궤도를 유한 개수의 Fourier cosine 급수로 표시하고 이 급수의 계수에 임의의 초기 값을 대입한다. 전체 운동 시간을 고정하고 관절 변위를 시간에 대하여 미분하여 관절 속도와 관절 가속도를 구한다. 로봇 팔의 운동 방식식을 이용하여 관절 회전력을 구함으로써 이런 운동을 하는데

필요한 제어 노력(control effort)이나 에너지 소모를 계산한다. 이 성능 지수(performance index)의 위의 계수에 관한 구배(gradient)를 수치적으로 계산하여 비선형 계획법(nonlinear programming)에서의 탐색 방향(search direction)을 결정하고 최적화 과정을 수행한다. 장애물을 피하기 위한 전략은 아래와 같다. 즉, 로봇 팔의 각 링크를 길량을 가진 선분(line segment)으로 가정하고 이 선분이 임의의 시간에서 장애물에 침투(penetrates)하는 부분을 벌칙 선분 함수(penalty line function)로 정의하였다. 로봇 팔이 어떤 주어진 운동을 할 때 이 움직이는 벌칙 선분들의 3차원 공간에서의 체적을 벌칙 면적(penalty area)으로 계산하여 적당한 가중 계수와 함께 위의 동역학적인 성능 지수와 결합시킨다. 이 벌칙 면적이 결합된 성능 지수를 최소화시키는 운동을 비선형 계획법으로 구함으로써 장애물 속에서의 최적 운동을 결정하게 된다.

## 2. 최적 운동의 공식화

### 2.1 로봇 팔의 운동 방정식

로봇 팔의 운동 방정식의 일반적인 형태는 다음과 같다.

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + V(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) \quad (1)$$

여기서,  $\tau$ 는  $n$  차원 일반화 구동력,  $n$ 은 로봇 팔의 운동 자유도,  $M$ 은  $n \times n$  차원 대칭 관성 행렬,  $\theta$ 는  $n$  차원 일반화 관절 변위,  $V$ 는  $n$  차원 구심력과 코리올리력 그리고  $G$ 는  $n$  차원 중력이다.

식 (1)은 비선형성이 크고 매우 복잡하므로 초기 조건과 관절 회전력이 주어진다 하더라도 시간 영역에서의 수치적 분은 오차가 누적되어 계산 결과의 신뢰성이 떨어진다. 반면 관절의 변위가 시간 함수로 주어 진다면 관절 속도, 관절 가속도 및 관절 회전력이 오차 없이 계산될 수 있다. 운동 방정식이 식 (1)과 같이 닫힌 형태(closed form)로 표현되지 않는다 하더라도 관절력 계산에 관한 외향 및 내향 반복법(outward and inward iteration)<sup>(6)</sup>에 의하여 식 (1)에 의한 계산과 같은 정밀도로 계산이 가능하다.

### 2.2 관절 변위 표시와 제약 조건

어떤 닫힌 구간에서 부분 연속인 임의의 함수는 Fourier 급수의 반구간 전개공식을 이용하여 표현될 수 있다. 엄밀한 표현을 위하여 무한 개수의 급수 항이 필요하지만 유한 개수로도 공학적으로 충분히 근사한 해를 얻을 수 있다. cosine 급수를 이용하여 관절 변위를 아래와 같이 표현한다.

$$\theta_i(t) = C_{i0} + \sum_{j=1}^m C_{ij} \cos \frac{j\pi t}{T}, \quad (2)$$

$$0 \leq t \leq T, \quad i = 1, \dots, n$$

여기서,  $T$ 는 전체 운동 시간이고,  $C_{ij}$ 는 최적으로 결정되어야 할 계수이다.

전체 운동 시간을 상수로 놓고, 식 (2)를 시간에 대하여 미분하면 관절 속도와 관절 가속도는 아래와 같다.

$$\dot{\theta}_i(t) = - \sum_{j=1}^m \frac{j\pi}{T} C_{ij} \sin \frac{j\pi t}{T} \quad (3)$$

$$\ddot{\theta}_i(t) = - \sum_{j=1}^m \left(\frac{j\pi}{T}\right)^2 C_{ij} \cos \frac{j\pi t}{T} \quad (4)$$

식 (3)으로 표현되는 관절 속도는 운동의 시작과 끝에서 속도가 영이라는 조건을 만족시킨다. 즉

$$\dot{\theta}_i(0) = \dot{\theta}_i(T) = 0 \quad (5)$$

운동의 시작과 끝에서 관절 변위를  $\theta_{i0}$ ,  $\theta_{iT}$ 라고 두면, 식 (2)에 의하여 아래와 같은 계수에 관한 제약 조건이 성립해야 한다.

$$C_{i0} + \sum_{j=1}^m C_{ij} = \theta_{i0} \quad (6)$$

$$C_{i0} + \sum_{j=1}^m (-1)^j C_{ij} = \theta_{iT} \quad (7)$$

식 (6), (7)은 선형이므로 이 제약 조건을 이용하여 미정 계수를 이 식과 같은 개수만큼 줄이는 것이 용이하다. 즉, 제약 조건 있는 최소화 문제를 제약 조건 없는 최소화 문제로 바꾸는 것이다. 식 (6)과 (7)을 더하거나 빼고 마지막 두 계수에 대하여 정리하면  $m$ 이 짝수 일 때 다음과 같다.

$$C_{im} = \frac{1}{2} (\theta_{i0} + \theta_{iT}) - C_{i0} - C_{i2} - \dots - C_{i(m-2)} \quad (8)$$

$$C_{i(m-1)} = \frac{1}{2} (\theta_{i0} - \theta_{iT}) - C_{i1} - C_{i3} - \dots - C_{i(m-3)} \quad (9)$$

$m$ 이 홀수일 때에도 이와 유사한 식을 유도할 수 있다. 식 (8), (9)를 식 (2), (3), (4)에 대입하면 모든 관절의 변위, 속도 및 가속도를 다음과 같이  $n(m-1)$  개의  $C_{ij}(i=1, \dots, n; j=0, \dots, m-2)$  및 알려진 시간 함수(Fourier cosine 급수)로 표시할 수 있다. 즉

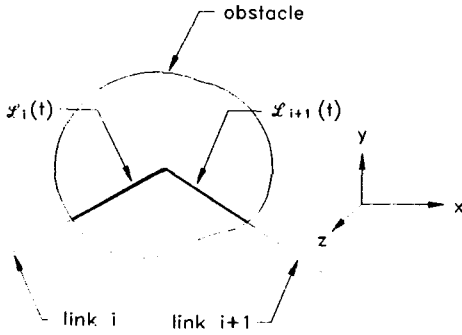


Fig. 1 Definition of penalty line function

$$\theta_i(t) = F_i(t) + \sum_{j=0}^{m-2} C_{ij} f_{ij}(t) \quad (10)$$

$$\dot{\theta}_i(t) = \dot{F}_i(t) + \sum_{j=0}^{m-2} C_{ij} \dot{f}_{ij}(t) \quad (11)$$

$$\ddot{\theta}_i(t) = \ddot{F}_i(t) + \sum_{j=0}^{m-2} C_{ij} \ddot{f}_{ij}(t) \quad (12)$$

여기서,

$$F_i(t) = \frac{1}{2}(\theta_{i0} + \theta_{iT}) \cos \frac{m\pi t}{T} + \frac{1}{2}(\theta_{i0} - \theta_{iT}) \cos \frac{(m-1)\pi t}{T} \quad (13)$$

$$f_{ij}(t) = \begin{cases} \cos \frac{j\pi t}{T} - \cos \frac{m\pi t}{T}, & j = 0, 2, \dots, m-2 \\ \cos \frac{j\pi t}{T} - \cos \frac{(m-1)\pi t}{T}, & j = 1, 3, \dots, m-3 \end{cases} \quad (14)$$

### 2.3 장애물 제약 조건의 공식화

본 연구에서 로봇 링크는 질량을 가진 선분으로 취급된다. 임의의 시간에서 벌칙 선분 함수(penalty line function)  $L_i(t)(i=1, \dots, n)$ 는 Fig. 1과 같이 정의된다. 즉, 링크가 정적 혹은 동적 장애물에 파묻히는 부분을 뜻한다. Fig. 2에 표시한

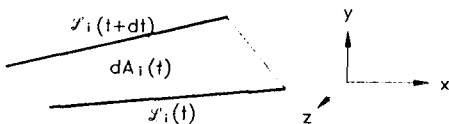


Fig. 2 Infinitesimal penalty area  $dA_i(t)$

바와 같이, 미소 시간 동안  $L_i(t)$ 의  $E^3$  공간에서의 운동 궤적을  $dA_i(t)(i=1, \dots, n)$ 라 두면 벌칙 면적(penalty area)은 아래와 같다.

$$A_p = \int_0^T \sum_{i=1}^n dA_i(t) \quad (15)$$

로봇 팔이 장애물을 피하기 위한 조건은 다음과 같다.

$$A_p = 0 \quad (16)$$

### 2.4 최적 운동을 위한 성능 지수

작업 공간 내에 장애물이 없는 경우, 관절 회전력을 최소화하고자 한다면 성능 지수는 다음의 식이 적당하다.

$$J_1 = \int_0^T \sum_{i=1}^n \tau_i^2 dt \quad (17)$$

전체 에너지 소모를 최소화하고자 한다면 성능 지수는 다음과 같다.

$$J_2 = \int_0^T \sum_{i=1}^n (\tau_i \dot{\theta}_i)^2 dt \quad (18)$$

작업 공간 내에 장애물이 존재한다면, 식 (17), (18) 대신 다음의 식을 사용하면 된다.

$$J_3 = \int_0^T \sum_{i=1}^n \tau_i^2 dt + wA_p \quad (19)$$

$$J_4 = \int_0^T \sum_{i=1}^n (\tau_i \dot{\theta}_i)^2 dt + wA_p \quad (20)$$

여기서,  $w$ 는 가중 계수로서 이 값을 정하는 구체적인 방법은 다음의 <계산 논리>에서 언급한다. 단위는 식 (19)에서  $N^2 \text{sec.}$ , 식 (20)에서  $N^2/\text{sec.}$ 이다.

본 연구에서 모든 성능 지수는 수치적으로 계산된다. 즉, 관절 변위, 관절 속도 및 관절 가속도가 식 (10), (11) 및 (12)로 표현되고, 이 식들의 계수에 구체적인 값이 주어지면 운동 방정식에 의하여 관절 회전력이 계산될 수 있다. 등분된 짧은 시간 구간 동안 이 값들이 선형이라고 가정하면 사다리꼴 면적 적분 공식을 이용하여 성능 지수를 계산할 수 있다. 구간의 수를  $N_1$ 이라고 하면

$$\Delta t_1 = T/N_1 \quad (21)$$

$$J_1 \cong \sum_{i=1}^n \left[ \sum_{k=1}^{N_1-1} \tau_i^2 |_{t=k\Delta t_1} + \frac{1}{2} (\tau_i^2 |_{t=0} + \tau_i^2 |_{t=T}) \right] \Delta t_1 \quad (22)$$

$$J_2 \cong \sum_{i=1}^n \left[ \sum_{k=1}^{N_1-1} (\tau_i \dot{\theta}_i^2 |_{t=k\Delta t_1} + \frac{1}{2} \{ (\tau_i \dot{\theta}_i^2)^2 |_{t=0} + (\tau_i \dot{\theta}_i^2)^2 |_{t=T} \} \right] \Delta t_1 \quad (23)$$

성능 지수  $J_3, J_4$ 에 포함되어 있는 벌칙 면적  $A_p$ 를 계산하기 위하여, 짧은 시간 구간 동안 모든 링크의 양 끝점은 직선 상을 운동한다고 가정한다. 이 구간의 수를  $N_2$ 라고 두면

$$\Delta t_2 = T/N_2 \quad (24)$$

$$A_p \cong \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{N_2-1} \wedge A_i |_{t=k\Delta t_2} \quad (25)$$

여기서, 미소 벌칙 면적  $\Delta A_i |_{t=k\Delta t_2}$ 는 벌칙 선분 함수  $x_i(t)$ 가 짧은 시간 구간  $[k\Delta t_2, (k+1)\Delta t_2]$  동안에 생성하는 운동 궤적이다. 구간의 수  $N_1, N_2$ 의 값에 대하여 다음 절의 <계산 논리>에서 설명한다.

### 3. 수치 최적화 및 계산 논리

식 (2), (3), (4) 및 (6), (7) 대신, 식 (10), (11) 및 (12)를 사용하면 제약 조건 없는 최적화 기법을 이용할 수 있다. 다 차원 최적화 기법으로 BFGS법<sup>(7)</sup>, 그리고 1 차원 최소화 기법으로 황금 분할 탐색 기법(golden section search technique)<sup>(7)</sup>을 이용하였다.

비선형 계획법을 이용하기 위하여 성능 지수의 설계 변수에 관한 구배가 수치적으로 계산되었다(central difference method). 즉, 설계 변수에 음과 양의 증분을 가하고 성능 지수 값을 계산하여 그 차를 설계 변수에 가한 증분의 누배로 나누었다. 비선형 계획법의 성공 여부는 구배의 정확한 계산에 있다. 저자의 수치적인 실험 결과, 위의 방법으로 계산한 구배가 충분한 신뢰성이 있음이 입증되었다. 이에 대한 자세한 설명은 계산 결과와 함께 언급하기로 한다.

지금까지 설명한 계산 논리를 정리하면 다음과 같다.

#### <계산 논리>

<단계 1.1> 식 (10), (11) 및 (12)의 계수에 임의의 값을 할당한다. 계산 시간을 절약하기 위하여 이 초기 추정치(initial guess)는 식 (2)의 첫 두 항을 사용하고 이것이 제약 조건, 식 (6), (7)을 만족시키도록 그 계수를 결정한다.

<단계 1.2> 식 (21)의  $N_1$  값을 결정한다. 본 계산에서 식 (2)의  $m$  값을 12, 18, 혹은 24로 놓았을 때  $N_1$  값을 각각 60, 90 및 120으로 두었다. 즉, 급수에 사용된 cosine 함수의 한 주기가 최소한 10 개의 구간으로 등분되도록 하였다.

<단계 1.3> 식 (19), (20)의  $u$ 를 영으로 둔다. 즉, 이 단계에서는 장애물을 무시한다.

<단계 1.4> 성능 지수인 식 (22) 혹은 (23)을 최소화시키는 관절 변위, 관절 속도, 관절 가속도 및 관절 회전력을 BFGS 법으로 구한다. 식 (1), (10), (11), (12)이 사용된다.

<단계 2.1> 식 (24)의  $N_2$  값을 결정한다. 본 연구에서 이 값을  $10N_1$ 으로 두었다. 계산 시간을 절약하기 위하여 <단계 1.2>에서 나눈 구간에서 벌칙 면적이 영이 아닌 구간만을 다시 10 등분하였다.

<단계 2.2> <단계 1.4>에서 구해진 최적 경로 상에서 식 (25)를 이용하여 전체 벌칙 면적을 계산한다.

<단계 2.3> 식 (19), (20)의  $u$  값을 결정한다. 이 값은  $wA_p$ 가 <단계 1.4>에서 구해진 최적 궤도에서의 성능 지수 값과 같도록 정해진다.

<단계 2.4> 벌칙 면적이 결합된 성능 지수를 최소화시키는 관절 변위, 관절 속도, 관절 가속도 및 관절 회전력을 BFGS 법으로 구한다. 앞 단계에서 구해진 최적 궤도를 초기 추정 치로 사용한다.

<단계 3> <단계 2.4>에서 구해진 최적 궤도에서  $A_p$ 가 영이면 계산을 끝내고, 그렇지 않으면  $u$ 에 2 내지 3을 곱하여 <단계 2.4>로 되돌아 간다.

계산의 초기에는  $u$  값을 비교적 작은 값으로 하여 최적화를 수행한 후 이 값을 점점 증가시켜야 한다. 그 이유는 로봇 링크가 장애물의 표면과 접촉하는 경로에서 벌칙 면적의  $E^2$  거리에 대한 미분이 불연속일 가능성이 있기 때문이다.

### 4. 로봇 팔에의 적용

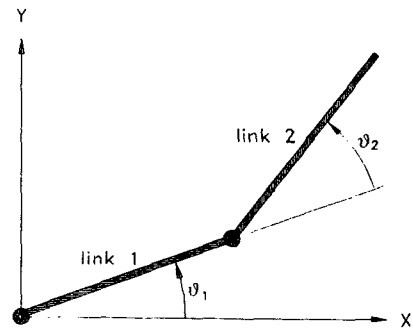


Fig. 3 2-link planar manipulator

#### 4.1 본 기법의 수렴 성능

2 개의 회전 대우를 갖는 평면 2 절 로봇 팔에 본 방법을 적용하였다. 모델은 Fig. 3과 같고, 그 사양을 Table 1에 표시하였다. 이것은 참고 문헌 (3)에서 사용한 것과 같다.

Table 1 The specifications of the model

link		1	2
mass(kg)		50	30
length(m)		0.5	0.5
moment of inertia (kg m <sup>2</sup> )	w.r.t. mass center	1.875	1.125
	w.r.t. joint axes	5	3
gravitational acceleration (m/s <sup>2</sup> ) : 9.8 (-y direction)			

BFGS법을 사용하기 위하여 목적 함수(성능 지수)의 설계 변수(급수의 계수)에 관한 구배가 계산되어야 한다. 본 연구의 계산 결과, 수치적으로 계산된 구배는 설계 변수에 가하는 증분이  $10^{-9} \sim 10^{-6}$ 의 범위에 있을 때 충분한 신뢰성을 가짐이 확인되었다. 식 (22) 혹은 (23)으로 계산되는 성능 지수는 약간의 오차를 포함한다. 그러나, 관절 범위, 관절 속도 및 관절 가속도가 유한 개수의 Fourier cosine 급수 항으로 표현되었고, 이 cosine 함수의 한 주기가 최소 10 등분되도록 구간을 설정하였으므로 이 성능 지수의 오차는 구배의 신뢰성에 별 영향을 미치지 않는다. 또한, 앞에서 언급한 바와 같이 벌칙 면적을 계산할 때, 한 구간을 다시 10 등분하였고 이 세분된 구간에서 로봇 링크의 양 끝점이 직선 상을 운동한다고 가정하였다. 이 가정도 약간의 오차를 포함하지만 위에서 언급한 것과 같은 이유로 구배의 신뢰성에 별 영향을 미치지 않는다.

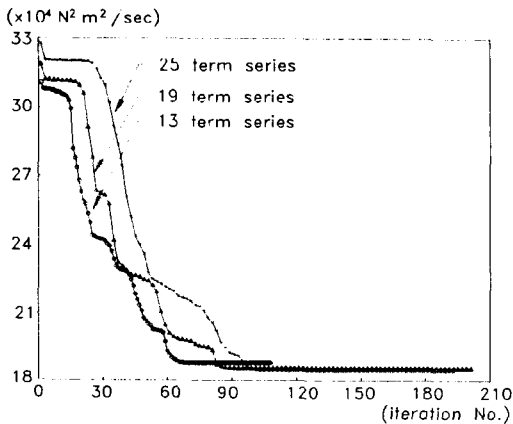


Fig. 4 Performance index profiles v.s. iteration no. in case of no obstacle.

본 기법의 수렴 성능을 Fig. 4, Fig. 5에 표시한다. 즉, BFGS법에서 반복 계산에 따른 성능 지수 값의 변화이다. Fig. 4는 장애물을 무시했을 때 식 (23)으로 계산되는 성능 지수 값의 변화이다. 즉, 계산 논리 상의 <단계 1.4>이다. 운동의 시작점과 끝점은 각각  $\theta_{10} = \theta_{20} = -45^\circ$ ,  $\theta_{1T} = \theta_{2T} = 45^\circ$  이고, 운동시간은 1초이다. 운동의 초기 추정치는 식 (6), (7)의 제약 조건을 만족시키는 첫 두 항의 Fourier cosine 급수이다.

Fig. 4에서 알 수 있는 바와 같이 전체 궤도를 표시하는 급수의 수가 많을수록 유연하게 수렴할 뿐만 아니라 성능 지수 값이 최적화 계산의 초기에는 다른 경우보다 다소 큰 값을 가지지만 최적 점에서는 더 작은 값을 가진다. 즉, 진 최적점(true optimal point)에 더 가까이 수렴한다. 그러나, 반복 회수는 늘어나고 따라서 계산 시간은 더 많이 소요된다. 어느 정도 예상되었던 현상이다.

Fig. 5는 같은 예제에서, <단계 2.4>를 처음 수행할 때의 변화이다. 여기서, 그림 (a)는 성능 지수  $J_4$ 의 변화, 그림 (b)는  $J_4$ 에 포함되어 있는  $J_2$ 의 변화, 그리고 그림 (c)는  $J_4$ 에 포함되어 있는  $A_p$ 의 변화이다. 장애물은 Fig. 7(b)에 표시되어 있는 2 개의 원이다.

Fig. 5는 로봇 팔이 장애물을 피하기 위하여 에너지가 더 많이 소모함을 나타내고 있다. 또한, 최적화 계산의 초기에는 장애물을 피하기 위하여 에너지 소모가 크게 증가하지만 반복 계산이 진행됨에 따라 에너지 소모도 같이 감소함을 보여준다. 급수 항이 많을수록 에너지 소모는 더 작다. 즉, 궤도의 자유도(유연성)가 더 커지기 때문이다.

<단계 2.4>의 끝에서, 전체 벌칙 면적이 영이 되지 않았다. 따라서, 가중 계수를 증가시킨 후 다시 <단계 2.4>를 수행하

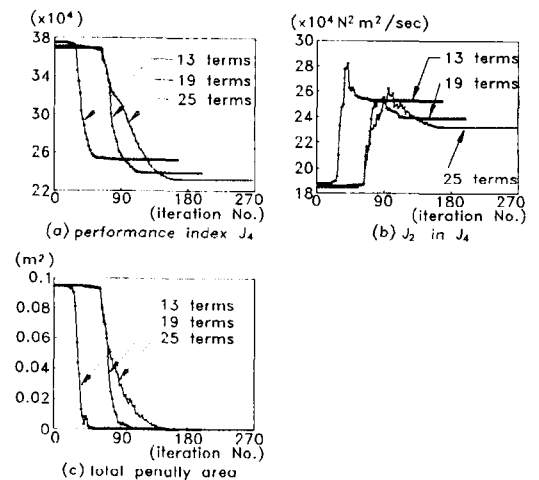


Fig. 5 Performance indices and penalty area profiles v.s. iteration no. of step 2 with 2 obstacles.

Table 2 The values of  $J_1$ ,  $J_2$  in  $J_4$ ,  $A_p$  and  $w$  at the end of each step

no. of series	step no.	iteration no.	weighting coef. $w$	performance index $J_4$	$J_2$ in $J_4$	penalty area $A_p(m^2)$
13	1	108	0.000000E+00	0.187649E+06	0.187649E+06	
	2	167	0.198395E+07	0.253083E+06	0.252819E+06	0.133109E-03
	3	27	0.396789E+07	0.253188E+06	0.253091E+06	0.241967E-04
	4	2	0.793579E+07	0.253284E+06	0.253092E+06	0.241967E-04
	5	2	0.158716E+08	0.253476E+06	0.253092E+06	0.241967E-04
	6	31	0.317431E+08	0.253251E+06	0.253251E+06	0.000000E+00
19	1	202	0.000000E+00	0.185448E+06	0.185448E+06	
	2	200	0.195903E+07	0.239512E+06	0.239086E+06	0.217364E-03
	3	108	0.391806E+07	0.239675E+06	0.239564E+06	0.284076E-04
	4	158	0.783612E+07	0.239717E+06	0.239689E+06	0.359109E-05
	5	75	0.156722E+08	0.239725E+06	0.239719E+06	0.423175E-06
25	1	193	0.000000E+00	0.184472E+06	0.184472E+06	
	2	267	0.194825E+07	0.232338E+06	0.232047E+06	0.149731E-03
	3	77	0.389650E+07	0.232450E+06	0.232374E+06	0.195797E-04
	4	77	0.779300E+07	0.232479E+06	0.232459E+06	0.249656E-05
	5	63	0.155860E+08	0.232475E+06	0.232474E+06	0.643354E-07

였으며 이것을 Table 2에 나타낸다. 관절 회전력 최소화를 나타내는  $J_1$ 의 수렴 성능도  $J_2$ 의 그것과 유사하였으며 그 결과는 생략하였다. 본 연구에서 수행한 모든 예제에서, 초기 추정 궤도를 서로 다르게 하여 여러 번 최적화 계산을 수행한 결과, 모두 유일 최적 점으로 수렴하였다. 비록 이 점이 전체 최적 점(global optimal point)이라는 수학적 근거를 제시하기는 어렵지만 수치 실험 결과는 이를 뒷받침할 만하다.

#### 4.2 최적 궤도

본 연구에서 구해진 최적 운동을 일정 시간 간격으로 Fig. 6, Fig. 7에 나타낸다. Fig. 6은 관절 회전력 최소화 궤도이고, Fig. 7은 에너지 최소화 궤도이다. 이 두 그림에서, 예제 (c)의 장애물은 중심의 좌표가 각각 (0.62, -0.65), (0.16, -0.60)이고, 반경은 각각 0.2, 0.15이다. 단위는 미터이다. 운동의 시작과 끝 위치는 위에서 언급하였다. 예제 (c)의 장애물은 중심이 (0.75, 0.55)이고, 반경은 0.3이다. 이 예제는  $\theta_{10} = 0^\circ$ ,  $\theta_{20} = 30^\circ$ ,  $\theta_{1T} = 80^\circ$ ,  $\theta_{2T} = -30^\circ$  이

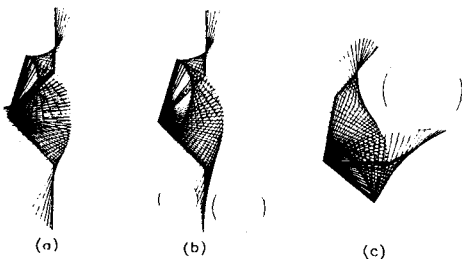


Fig. 6 Moving configurations minimizing control effort.

고, 운동 시간은 역시 1 초이다.

이 그림에서 알 수 있는 바와 같이 관절 회전력 최소화 궤도와 에너지 최소화 궤도는 서로 다르다. 전자는 이웃한 관절이 서로 반대 방향으로 크게 운동하면서 관절 회전력을 낮춘다. 즉, 로봇 동력학의 연성 효과를 이용하고 있다. 그 반면 후자는 관절 회전력과 관절 속도의 곱이 최소화되므로 관절의 운동이 크지 않다.

Fig. 8은 Fig. 7(b)의 예제에서 최적으로 구해진 관절 변위, 관절 속도, 관절 가속도, 및 관절 회전력을 각각 나타낸다. 25 항 급수 전개 결과이다.

이 그림들에서 알 수 있는 바와 같이 운동의 시작점과 끝점에서 큰 구동력이 걸림으로써 전체 성능 지수의 값을 낮추고 있다. 작은 과동 형태의 변화는 급수 표현 때문이다. 또 하나의 특징은 두 관절의 가속도의 변화는 서로 반대 방향으로 크지만 관절 회전력은 크지 않다. 즉 로봇 팔의 동력학에서 관절의 연성 효과 때문이다.

본 연구에서 모든 프로그램은 FORTRAN으로 작성되었고, 컴퓨터에 의한 계산 시간은 급수항의 수, 시간 구간의

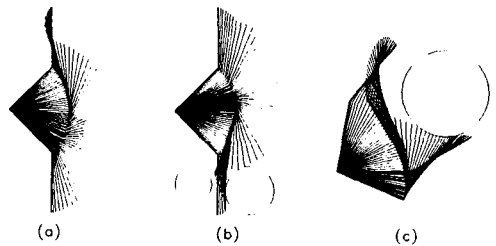


Fig. 7 Moving configurations minimizing energy consumption.

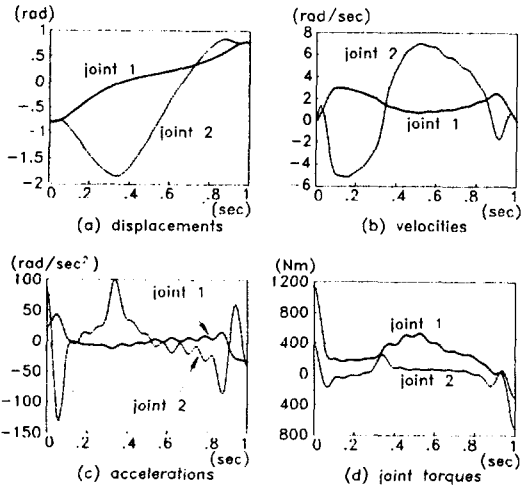


Fig. 8 Optimal trajectory and its joint torques minimizing energy consumption.

1. Gilbert, E. G. and Ong, C. J., "New Distances for the separation and Penetration of Objects," Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 579-586, 1994.
2. Ong, C. J. and Gilbert, E. G., "Robot Path Planning with Penetration Growth Distance," Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 2146-2152, 1994.
3. Sahar, G. and Hollerbach, J. M., "Planning of Minimum-Time Trajectories for Robot Arms," Int. J. of Robotics Research, Vol. 5, No. 3, pp. 90-100, 1986.
4. Bobrow, J. E., "Optimal Robot Path Planning Using the Minimum-Time Criterion," IEEE J. of Robotics and Automation, Vol. 4, No. 4, pp. 443-450, 1988.
5. Gilbert, E. G. and Johnson D. W., "Distance Functions and their Application to Robot Path Planning in the Presence of Obstacles," IEEE J. of Robotics and Automation, Vol. 1, pp. 21-30, 1985.
6. Craig, J. J., "Introduction to Robotics; Mechanics and Control," Addison-Wesley, 1986.
7. Fletcher, R., "Practical Method of Optimization," 2nd ed., John Wiley & Sons, 1987.

수 및 장애물의 수에 따라 다르지만, 80586 PC에서 대략 수 분에서 수 십분이 소요되었다. 본 연구의 주된 목표는 최적 운동을 알아내는데에 두었으므로 계산 시간이 많이 소요되는 것은 중요한 문제가 아니다. 또한, PC에 사용되는 CPU 칩의 발전 속도로 보아 조만간 계산 시간은 크게 줄어들 수 있을 것이다.

## 5. 결론

장애물 속에서 로봇 팔이 관절 회전력이나 에너지 소모를 최소화시키는 운동을 비선형 계획법을 이용하여 구하였다. 여기서, 전체 운동 시간은 고정되었지만 기하학적 경로는 미리 결정되지 않았다.

지금까지 사용되던 거리 함수와는 다른 벌칙 면적 개념을 새로이 도입하였고, 이것을 비선형 계획법의 목적 함수에 포함시켜 장애물 회피 궤도를 찾았다. 거리 함수를 이용하는 방법에서는 전체 궤도를 등분한 유한 개수의 절점에서만 장애물 회피를 보장하지만 본 기법에서는 연속된 전체 운동 시간에서 장애물 회피를 보장한다. 또한 움직이는 장애물에 대하여도 적용하기 쉬운 것이다.

전체 구간을 유한 개수의 Fourier cosine 급수로 표현하였으므로 수치적으로 계산된 구배와 성능 지수는 충분한 신뢰성과 안정성을 가졌고 이 기법은 수렴 성능이 우수하였다. 특히 급수 항을 늘일수록 이런 장점이 더 크게 나타났다. 관절 공간에서의 궤도를 급수 항으로 표현하고 역 동력학 (inverse dynamics)을 사용하였기 때문에 잉여 자유도 로봇 팔이나 3 자유도 이상의 문제에도 적용할 수 있다.

비록 운동 시간은 고정되었지만 여기서 구해진 기하학적 경로를 이용하여 시간 최소화 궤도를 구할 수 있을 것이다.