

# 쿨롱마찰을 갖는 유연 링크 로봇의 $H_2/H_\infty$ 최적제어

한 성 익\* (순천공업전문대 제어계측과), 김 종 식 (부산대 기계설계공학과)

## ABSTRACT

A new method of nonlinear robust controller synthesis is introduced which is an extension of linear mixed  $H_2/H_\infty$  control. This method guarantees robust stability for hard nonlinearity and uncertainty of the plant. The method is applied to the control of a flexible link of robot with Coulomb friction. Simulation shows good performances with respect to the response and the robustness.

**Key Words** : Mixed  $H_2/H_\infty$ , RIDF, LTR, IRIDF, Nonlinear Flexible Link, Robust Stability

### 1. 서론

비선형 쿨롱마찰을 갖는 다변수시스템에 대한 제어는 불연속점이 있는 비선형이므로 Taylor 급수전개를 통한 선형화가 불가능하다. 이러한 하드비선형을 갖는 다변수 시스템에 대한 제어는 기술함수법을 도입하여 준선형화를 시도하여 제어를 설계하는 방법이 있는데 일반적으로 랜덤입력에 대한 준선형화(Random Input Describing Function: RIDF)를 시도하여 제어를 설계하는 방법이 많이 연구되어 있다<sup>1) 2)</sup>. 본 연구에서는 기존의 방법외에 Doyle<sup>4)</sup>등이 선형 시스템에 대해 연구한 혼합된  $H_2/H_\infty$  제어 방법을 쿨롱마찰동의 하드비선형 특성을 갖는 비선형 시스템에 적용할 수 있는 비선형 제어방법을 개발하고 이러한 제어기법을 쿨롱마찰을 갖는 탄성링크의 위치제어 시스템에 대해 적용하여 제안한 비선형 제어기법이 비선형성과 무시한 고차모드에 대해 강인함을 보이고자 한다.

### 2. 비선형 $H_2/H_\infty$ 혼합 최적제어

하드 비선형 시스템에 대한 동적방정식은

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + B_0 w_0(t) + B_1 w_1(t) + B_2 u(t) \quad (1)$$

여기서  $x(t)$ 는 상태벡터,  $f(x(t))$ 는 비선형 동적벡터,  $w_0(t)$ 는 Gaussian 백색잡음,  $w_1(t)$ 는 bounded power를 갖는 확정신호이며 각각 적당한 차원을 갖는다. RIDF 기법을 이용하여 준선형화한 플랜트의 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= N(\sigma_x)x(t) + B_0 w_0(t) + B_1 w_1(t) + B_2 u(t) \\ z(t) &= C_1 x(t) + D_{12} u(t) \\ y(t) &= C_2 x(t) + D_{20} w_0(t) + D_{21} w_1(t) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $\sigma_x$ 는 플랜트 상태벡터의 표준편차이며 (2)의 플랜트에 대해 다음과 같은 가정을 한다.

- 1)  $(N, B_1)$ 과  $(N, B_1)$ 은 안정가능
- 2)  $(C_1, N)$ 과  $(C_2, N)$ 은 검출가능
- 3)  $D_{12}^T C_1 = 0, D_{12}^T D_{12} = I$
- 4)  $B_1 D_{21}^T = 0, D_{21} D_{21}^T = R_1 \geq 0$
- 5)  $B_0 D_{20}^T = 0, D_{20} D_{20}^T = R_0 \geq 0$

준선형화된 시스템 (2)에 대한  $H_2/H_\infty$  혼합 최적제어는 주어진  $\gamma$ 에 대해 가격함수

$$J_D := \sup_{w_i \in \mathcal{E}} \left\{ \|z\|_p^2 - \gamma^2 \|w_1\|_p^2 \right\} \quad (3)$$

를 최소화하는 제어기  $K(s)$ 를 찾는 것이다. 여기서

$$\|z\|_p^2 := \lim_{T \rightarrow \infty} 1/2T \int_{-T}^T \|z(t)\|^2 dt \quad (4)$$

**정리 1.** 주어진  $\gamma$ 와 시스템 (2)에 대해 다음의 Riccati 방정식을 만족하는 해  $P, X_\infty, Y$ 가 존재한다면 가격함수  $J_D$ 를 최소화하며 시스템(2)를 내부적으로 안정화하는 제어기  $K(s)$ 가 존재한다.

$$\begin{aligned} N^T X_\infty + X_\infty N + X_\infty (\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T) X_\infty \\ + C_1 C_1^T = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} Y(N + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X_\infty - LC_2) + (N + \gamma^{-2} B_1 B_1^T - LC_2)^T Y \\ + \gamma^{-2} Y(B_1 B_1^T + LR_1 L^T)Y + X_\infty B_2 B_2^T X_\infty = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} [N + \gamma^{-2} B_1 B_1^T (X_\infty + Y)]P + P[N + \gamma^{-2} B_1 B_1^T (X_\infty + Y)]^T \\ - LR_0 L^T + B_0 B_0^T + 2tr \left[ P \frac{\partial N^T}{\partial (X_\infty + Y)} (X_\infty + Y) \right] = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

제어기는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= N(\sigma_c)_k x_c(t) - Ly(t) \\ u(t) &= F_\infty x_c(t) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $L$  은  $-PC_2^T + LR_0 + \gamma^{-2}PYLR_1 = 0$  을 만족한다.

$$F_\infty = B_2^T X_\infty, N_k = N + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X_\infty - LC_2 - B_2 F_\infty$$

**증명:** 생략. 참고문헌 (4) 참조.

(3)으로 주어진 가격함수  $J_D$  의 최소화는 다음과 같은  $\|T_{zw_i}\|_\infty \leq \gamma$  에 종속되는

$$J_1 := \text{tr} \tilde{X}_r \begin{bmatrix} B_0 B_0^T & 0 \\ 0 & LR_0 L^T \end{bmatrix} = J_D \quad (9)$$

의 최소화와 동가이다. 여기서  $T_{zw_i}$  은  $w_i$  에서  $z$  로의 전달함수행렬이고  $\tilde{X}_r$  은 다음의 Riccati 방정식의 안정해이다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} N & B_2 F_\infty \\ -LC_2 & N_k \end{bmatrix}^T \tilde{X}_r + \tilde{X}_r \begin{bmatrix} N & B_2 F_\infty \\ -LC_2 & N_k \end{bmatrix} \\ & + \gamma^{-2} \tilde{X}_r \begin{bmatrix} B_1 B_1^T & 0 \\ 0 & LR_1 L^T \end{bmatrix} \tilde{X}_r \\ & + \begin{bmatrix} C_1^T C_1 & 0 \\ 0 & F_\infty^T D_{12}^T D_{12} F_\infty \end{bmatrix} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

이 때 보상기를 설계하기 위해서는 미리 가정한 표준편차에 대해 Riccati 방정식 (5), (6), (7)을 풀고 또한 페루프 Riccati 방정식 (10)을 동시에 풀어야 하는데 Riccati 방정식 (7)은 수치적으로 해를 구하기 어려운 비선형 보정항을 포함하고 있기 때문에 시스템의 차수가 커질 경우 해를 구하기가 매우 어렵게 된다.

그래서 이러한 문제를 LTR 조건을 이용하여 해결하고자 한다.

### 3. 저가제어를 이용한 LTR

루프형성을 위해 다음과 같은 가정을 한다.

$$B_1 = B_2 = B / \sqrt{\rho}, R_1 = \beta^2 R_0, \beta = 0, R_0 = \mu I,$$

$$\alpha^{-2} = 1 - \gamma^{-2}, B_0 = B$$

이러한 가정에 대해 Riccati 방정식과 제어기는 다음과 같이 주어진다.

$$N^T X_\infty + X_\infty N - \alpha^{-2} / \rho X_\infty B B^T X_\infty + C_1 C_1^T = 0 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & Y(N + \gamma^{-2} / \rho B B^T X_\infty - 1 / \mu P C_2^T C_2) \\ & + (N + \gamma^{-2} / \rho B B^T X_\infty - 1 / \mu P C_2^T C_2)^T Y \\ & + \gamma^{-2} / \rho Y B B^T Y + 1 / \rho X_\infty B B^T X_\infty = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & [N + \gamma^{-2} / \rho B B^T (X_\infty + Y)] P \\ & + P [N + \gamma^{-2} / \rho B B^T (X_\infty + Y)]^T \\ & - 1 / \mu P C_2^T C_2 P + B B^T + \Psi(P, X_\infty, Y, N^T) = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\Psi (= 2 \text{tr} [P \frac{\partial N^T}{\partial (X_\infty + Y)} (X_\infty + Y)]) \quad (14)$$

$$N_k = N - \alpha^{-2} B F_\infty - LC_2, F_\infty = \frac{1}{\sqrt{\rho}} B^T X_\infty,$$

$$L = \frac{1}{\mu} P C_2^T \quad (15)$$

#### 3.1 LTR 조건 조사

식(13)에서  $\mu \rightarrow 0$  일때  $\|B B^T\|, \|C_2^T C_2\|$  는 유한하고  $\|P\|, \|[N + \gamma^{-2} / \rho B B^T (X_\infty + Y)] P\|$  는 서로 크기의 차수가 같다.  $\|P\|$  의 차수와 LTR 을 만족하는 조건들을 조사하기로 한다.

$$1) \|B B^T\| \cong 1 / \mu \|P C_2^T C_2 P\| \leq 1 / \mu \|C_2^T C_2\| \cdot \|P\|^2 \quad (16)$$

$$\text{또는 } \|P\| \geq (\mu \frac{\|B B^T\|}{\|C_2^T C_2\|})^{1/2} \quad (17)$$

$$2) \begin{aligned} & \|[N + \gamma^{-2} / \rho B B^T (X_\infty + Y)] P\| \\ & \leq \|[N + \gamma^{-2} / \rho B B^T (X_\infty + Y)]\| \cdot \|P\| \ll \|B B^T\| \end{aligned} \quad (18)$$

$$\text{또는 } \|[N + \gamma^{-2} / \rho B B^T (X_\infty + Y)]\| \ll$$

$$\frac{1}{\|P\|} \cdot \|B B^T\| = (\|B B^T\| \cdot \|C_2^T C_2\| / \mu)^{1/2} \quad (19)$$

식(19)에서 LTR 지수( $q$ )를 다음과 같이 정의한다.

$$q = \|[N + \gamma^{-2} / \rho B B^T (X_\infty + Y)]\| \cdot \left( \frac{\mu}{\|B B^T\| \cdot \|C_2^T C_2\|} \right)^{1/2} \ll 1 \quad (20)$$

스칼라인 경우 :  $B = C_1 = C_2 = I$ . 이 때  $q$  는

$$q = \|[N + \gamma^{-2} / \rho (X_\infty + Y)]\| \cdot \mu^{1/2} \quad (21)$$

그리고 제어기 파라미터, 스칼라 분산, 제어게인은 다음과 같다.

$$N_k = N - \alpha^{-2} F_\infty - L, F_\infty = \frac{1}{\sqrt{\rho}} X_\infty, L = \frac{1}{\mu} P \quad (22)$$

$$X_\infty = \rho \alpha^2 (N + \sqrt{N^2 + 1 / \rho \alpha^2}) \quad (23)$$

$$F_\infty = \sqrt{\rho \alpha^2 (N + \sqrt{N^2 + 1 / \rho \alpha^2})} \quad (24)$$

그러나 분산  $Y, P$  는 다음과 같이 연성되어 있다.

$$\gamma^{-2} / \rho Y^2 + 2Y(N + \gamma^{-2} / \rho X_\infty - 1 / \mu P) + 1 / \rho X_\infty^2 = 0 \quad (25)$$

$$P^2 - 2\mu [N(1 + k) + \gamma^{-2} / \rho (X_\infty + Y)] P - \mu = 0 \quad (26)$$

여기서  $k$  는 비선형 특성에 의존하는 상수이다. 그런데 필터게인을 구하기 위한 식 (25), (26)은 서로

연성되어 있으므로 다음의 단계를 통해 구한다.

**단계 1:**  $\gamma \rightarrow \infty$  ( $\alpha = 1$ )

$$X_\infty = \rho(N + \sqrt{N^2 + 1/\rho}) \quad (28)$$

$$P = \mu N(1+k) + \sqrt{(\mu N(1+k))^2 + \mu} \quad (29)$$

$$Y = \frac{N + \sqrt{N^2 + 1/\rho}}{2(Nk + \sqrt{(N(1+k))^2 + 1/\mu})} \quad (30)$$

**단계 2:** (28), (29), (30)을 임의의  $\gamma (\neq \infty)$  에 대해 식 (26)에 대입하면

$$P = \mu [N(1+k) + \gamma^{-2} / \rho(X_\infty + Y)] + \left\{ \mu^2 [N(1+k) + \gamma^{-2} / \rho(X_\infty + Y)]^2 + \mu \right\}^{1/2} \quad (31)$$

식 (22), (31)로부터 필터게인은

$$L = \mu^{-1} P \quad (32)$$

그러면 게인  $F_\infty$ ,  $L$ 의 크기의 차수(order)를 조사하면 다음과 같다.

$$1) |N| \gg 1/\sqrt{\mu} \text{ 이고 } |N| \gg 1/\sqrt{\rho} \text{ 인 경우} \\ o(F_\infty) = o(2\sqrt{\rho}\alpha^2 N), o(L) = o(2N + 4\gamma^{-2} N) \quad (33)$$

$$2) |N| \ll 1/\sqrt{\mu} \text{ 이고 } |N| \ll 1/\sqrt{\rho} \text{ 인 경우} \\ o(F_\infty) = o(\alpha), o(L) = o(1/\sqrt{\mu}) \quad (34)$$

그리고 LTR 지수에 포함된 항은 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{\gamma^{-2}}{\rho}(X_\infty + Y) = -\gamma^2 N + [\gamma^4 N^2 - \frac{\gamma^2}{\rho}(F_\infty - L)Y] + \frac{L^2 R_I Y^2}{\rho} + \frac{\gamma^2}{\rho} J^{1/2} \quad (35)$$

$$\text{여기서, } Y = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a = 1 + \rho R_I L^2,$$

$$b = \rho\gamma^2(2N - 2\alpha^{-2}F_\infty + F_\infty - 3L), c = \rho\gamma^2 F_\infty^2$$

려중적으로 설계파라미터  $\mu$ 의 극한거동에 따른 LTR 차수( $q$ )를 조사하여 비선형 보정항 ( $\Psi$ )의 소거여부를 증명하기로 한다.

**경우 1:**  $|N| \gg 1/\sqrt{\mu}$  이고  $|N| \gg 1/\sqrt{\rho}$  ( $q \gg 1$ )

$$\begin{cases} o(F_\infty) = o(2\sqrt{\rho}\alpha^2 N), o(L) = o(2N + 4\gamma^{-2} N) \\ o(\gamma^{-2} / \rho(X_\infty + Y)) = 0 \end{cases}$$

$c(q = \|N\|) \leq 1/\sqrt{\mu}$  이므로  $\mu \rightarrow 0$  일 때 조건

$|V| \gg 1/\sqrt{\mu}$  는 만족되지 않는다. 그러므로  $\mu \rightarrow 0$

일 때  $q \gg 1$  일 가능성은 존재하지 않는다.

**경우 2:**  $|N| \cong 1/\sqrt{\mu}$  이고  $|N| \gg 1/\sqrt{\rho}$  ( $q \cong 1$ )

$$\begin{cases} o(F_\infty) = o(2\sqrt{\rho}\alpha^2 N), o(L) = o(2N + 4\gamma^{-2} N) \\ o(\gamma^{-2} / \rho(X_\infty + Y)) = 0 \end{cases}$$

$o(q = \|N\|) \cong 1$  이므로  $\mu \rightarrow 0$  일 때 조건

$|N| \cong 1/\sqrt{\mu}$  는 만족되지 않는다. 그러므로  $\mu \rightarrow 0$  일 때  $q \cong 1$  일 가능성은 존재하지 않는다.

**경우 3:**  $1/\sqrt{\rho} \ll |N| \ll 1/\sqrt{\mu}$  ( $q \ll 1$ )

$$\begin{cases} o(F_\infty) = o(2\sqrt{\rho}\alpha^2 N), o(L) = o(1/\sqrt{\mu}) \\ o(\gamma^{-2} / \rho(X_\infty + Y)) = 0 \end{cases}$$

$o(q = \|N\|) \ll 1$  이므로  $\mu \rightarrow 0$  일 때 조건

$|N| \ll 1/\sqrt{\mu}$  는 만족된다. 그러므로  $\mu \rightarrow 0$  일 때 조건  $q \ll 1$  은 만족된다.

**경우 4:**  $|N| \ll 1/\sqrt{\mu} \ll 1/\sqrt{\rho}$  ( $q \ll 1$ )

$$\begin{cases} o(F_\infty) = o(\alpha), o(L) = o(1/\sqrt{\mu}) \\ o(\gamma^{-2} / \rho(X_\infty + Y)) = \frac{1}{2} \{ \rho\gamma^2(-2\alpha^{-2} + \alpha) \\ + \gamma[\rho^2\gamma^2(-2\alpha^{-1} + \alpha) - 4\rho\alpha^2]^{1/2} \} \end{cases}$$

$\alpha, \rho$  가 유한하면  $\gamma^{-2} / \rho(X_\infty + Y)$  도 유한하고

$o(q = \|N + \gamma^{-2} / \rho(X_\infty + Y)\|) \ll 1/\sqrt{\mu}$  이므로  $\mu \rightarrow 0$

일 때 조건  $|N| \ll 1/\sqrt{\mu}$  는 만족된다. 그러므로

$\mu \rightarrow 0$  일 때 조건  $q \ll 1$  은 만족된다.

유한한 입력을 갖는 안정한 시스템에서  $\|N\|$  은 유한하므로  $\mu \rightarrow 0$  일 때  $q \rightarrow 0$  이다. 비선형 보정항 ( $\Psi$ )의 차수는  $q$ 의 차수와 같으므로 LTR 조건이 만족된다면 주어진 Riccati 방정식 (11), (12), (13)은 선형시스템과 통계학적 선형화함을 제외하고 동일하게 되어 수치적 문제가 해결된다.

다음에 루프전달함수의 극한거동을 유도하기로 한다. 만일 LTR 조건이 만족된다면  $\mu \rightarrow 0$  일 때 식 (13)에서

$$BB^T - (PC_2^T / \sqrt{\mu})(C_2 P / \sqrt{\mu}) \rightarrow 0 \quad (36)$$

필터게인  $L = PC_2^T / \mu$  를 (36)에 대입하면

$$(\sqrt{\mu}L)(\sqrt{\mu}L)^T \rightarrow BU, \lim_{\mu \rightarrow 0} \sqrt{\mu}L \rightarrow BU \quad (37)$$

여기서  $U$ 는 일원행렬이다. 제어기 전달함수행렬  $K(s)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$K(s) = -F_\infty(sI - N + \alpha^{-2}BF_\infty + LC_2)^{-1}L \quad (38)$$

**정리 2.** 만일  $Re \lambda_i [N - \alpha^{-2}BF_\infty] < 0$ ,

$Re \lambda_i [N - LC_2] < 0$  그리고  $\lim_{\mu \rightarrow 0} \sqrt{\mu}L \rightarrow BU$  이면

$$\begin{aligned} \lim_{\mu \rightarrow 0} K(s) &\rightarrow [-F_\infty(sI - N)^{-1}B][C_2(sI - N)^{-1}B]^{-1} \\ &= G_{LQ}(s) \cdot G^{-1}(s) \end{aligned} \quad (39)$$

여기서,  $G_{LQ}(s) = -F_\infty(sI - N)^{-1}B$

증명 : 생략.

비선형 제어를 합성하기 위해서 각각의 가정된 백색잡음 입력의 강도에 따라 제어게인들과 표준편차들을 구하고 제어기에 구현할 비선형 함수들은 IRIDF(inverse random input describing function)<sup>(6)</sup>방법으로 합성한다. 자세한 설계절차는 참고문헌(3), (5)를 참조한다.

#### 4. 비선형 유연링크에 대한 제어기 설계

##### 4.1 문제설정

앞에서 제시한 제어기법들을 이용하여 비선형 쿨롱마찰을 포함하는 단일유연 링크에 대한 비선형 제어를 설계하기로 한다. 통계학적으로 선형화된 플랜트의 전달함수는 다음과 같다<sup>(7)</sup>.

$$\tilde{G}(s) = \frac{A_0}{s(s+N_0)} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A_i}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} \quad (40)$$

식 (40)의 수치값들은 표 4.1에 제시되어 있고 쿨롱마찰에 대한 D.F. 게인은  $N_0 (= T_0 \sqrt{2/\pi} / \sigma_x)$  이고  $\sigma_x$ 는 상태에 대한 표준편차,  $T_0$ 는 쿨롱마찰의 크기를 나타낸다. 강체모드와 2개의 탄성모드를 공칭 모델로 다음과 같이 선정한다.

$$G(s) = \frac{A_0}{s(s+N_0)} + \sum_{i=1}^2 \frac{A_i}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} \quad (41)$$

잔류모드는

$$\Delta G(s) = \sum_{i=3}^5 \frac{A_i}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} \quad (42)$$

표 4.1 플랜트의 동적 파라미터

$i$	$\omega_i$	$\zeta_i \omega_i$	$A_i$	$T_0$
0			2.043	0.5
1	20.02	0.4774	6.446	0.0
2	61.55	1.468	12.96	0.0
3	118.3	2.823	19.49	0.0
4	186.4	4.447	19.44	0.0
5	279.2	6.659	13.49	0.0

설계사양은 다음과 같다:

임의의 일정한 입력에 대한 정상상태 추적오차가 0 이고 무시된 고차모드에 대한 안정도-강인성유지. 이 때 설계 파라미터는 다음과 같다.

$$\rho = 1, \mu = 10^{-8}, \gamma = 1.1$$

$L$ 은 적분요소만을 남겨두고 플랜트의 모든극점이 제거되도록 선정하였다. 그리고 관심있는 작동범위에 대한 가상입력을 선정하여 표준편차를 구하기 위해  $R_2 = D_{I2}^T D_{I2}$ 로 두면 가상입력  $R_2$ 의 0-평균백색잡음의 강도에 대한 통계학적 특성의 결과는 표

4.2에 나타나 있다.

표 4.2 주어진 작동점에 대한 D.F. 및 표준편차

$R_2$	1	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$
$N_0$	0.785	2.091	2.609	2.682	2.689	2.690
$\sigma_{z6}$	0.508	0.191	0.153	0.149	0.148	0.147

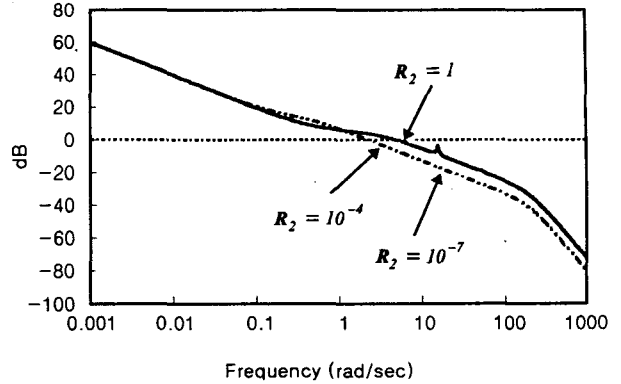


Fig. 1 Singular values plot of the loop TF of nonlinear plant connected with the linear  $H_2 / H_\infty$  controller

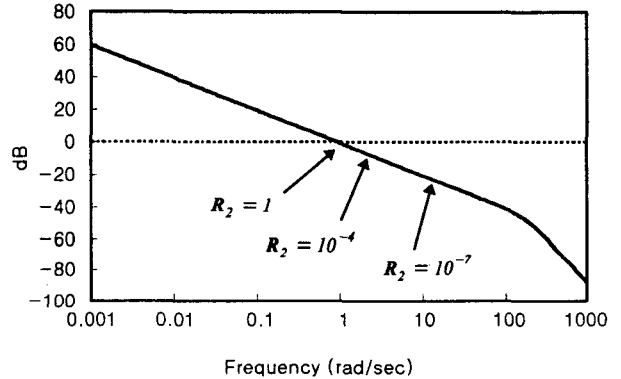


Fig. 2 Singular values plot of the loop TF of nonlinear plant connected with the nonlinear  $H_2 / H_\infty$  controller

설계된 필터게인은 가상입력의 크기에 관계없이 일정하였다.

$$H_{11} = 70.25, H_{21} = 9891.4, H_{31} = 66.26,$$

$$H_{41} = 8943.6, H_{51} = 14278, H_{61} = 20165.4$$

제어게인은  $G_{15}, G_{16}$ 를 제외하고 0 이고 일정한  $G_{16}$ 와는 달리 제어게인  $G_{15}$ 는 가상입력에 따라 변하고 있다.  $G_{16} = 0.489$

표 4.3 주어진 작동점에 대한 제어게인 및 표준편차

$R_2$	1	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$
$G_{15}$	0.384	1.024	1.277	1.313	1.316	1.317
$\sigma_{z5}$	3.421	0.995	0.337	0.176	0.151	0.149

제어기에 구현할 비선형함수들은 IRIDF 기법에 의해 표 4.2에서  $T_0$ 는 0.5, 표 4.3에서  $T_{g5} = 0.24$ 를 갖는 쿨롱마찰 비선형 함수들을 구하여 비선형 제어를 구성할 수 있다.

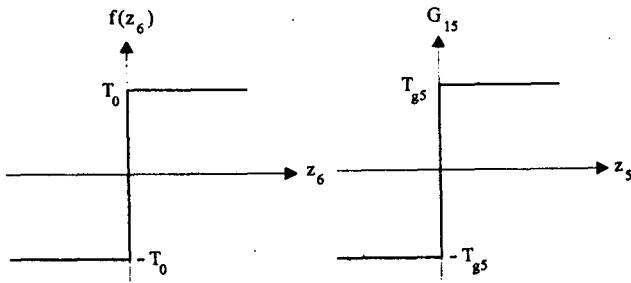


Fig. 3 Desired nonlinear function via the IRIDF techniques

선형 다변수  $H_2/H_\infty$  제어방법을 쿨롱마찰을 포함하는 비선형 유연링크 시스템에 대해 강인한 비선형 제어를 설계하는 방법을 제시하였다. 쿨롱마찰을 RIDF 기법으로 준선형화하여  $H_2/H_\infty$  최적제어를 적용시 수치적으로 문제가 되는 비선형 보정항을 LTR 기법을 이용하여 무시할 수 있음을 보여주었고 IRIDF 기법을 이용하여 비선형 보상기 함수를 구할 수 있었다. 제안한 방법을 단일 유연 링크시스템에 적용한 결과 비선형에 강인한 제어시스템을 설계할 수 있었다.

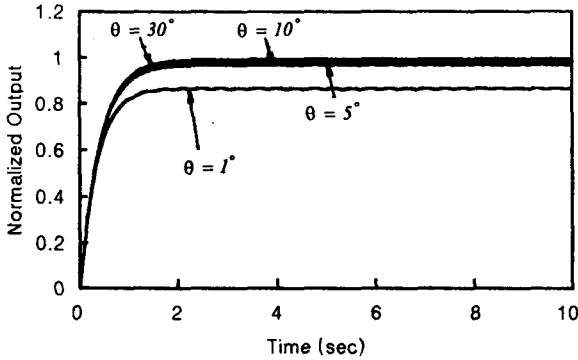


Fig. 4 Normalized step responses of the linear  $H_2/H_\infty$  control system

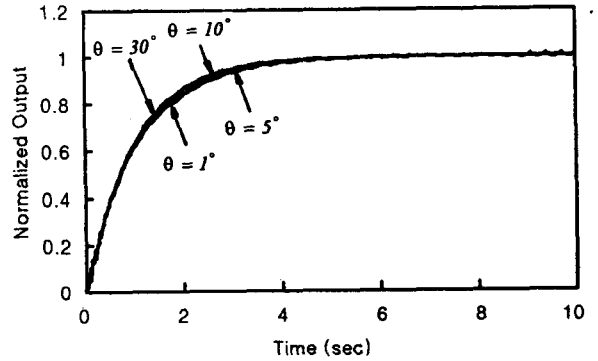


Fig. 6 Normalized step responses of the nonlinear  $H_2/H_\infty$  controller with full model

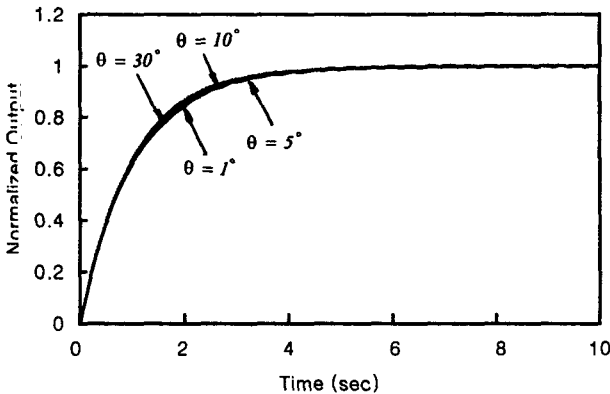


Fig. 5 Normalized step responses of the nonlinear  $H_2/H_\infty$  control system

Fig. 2, Fig. 5 그리고 Fig. 6 에서 제안한 nonlinear  $H_2/H_\infty$  제어방법은 주파수역과 시간역 성능이 입력의 변화에 대해 좋은 성능을 보이고 있으며 무시된 동역학을 첨가한 full model 에 대해서도 강인한 성능을 유지하고 있어 플랜트의 비선형 쿨롱마찰과 탄성특성에 대해 강인한 제어기 성능을 보이고 있음을 알 수 있다

## 5. 결론

## 참고문헌

1. Gelb, A. and Vander Velde, W.E., Multi-Input Describing Function and Nonlinear System Design, McGraw-Hill, 1968.
2. Beaman, J.J., "Non-linear Quadratic Control," Int. J. of Control, vol. 39, no. 2, pp. 343 - 361, 1984.
3. Kim, J.S., "QLQG/LTR Control for Hard Non-linear Multivariable Systems," IMechE. J. of Sys. and Contr. Eng., vol. 208, pp. 177-197, 1994.
4. Zhou, K., Doyle, J.C., Glover, A., Bodenheimer, B., "Mixed  $H_2$  and  $H_\infty$  Control," Proc. Of the ACC, pp. 2502 -2507, 1990.
5. 한성익, " $H_\infty$  성능구속조건을 갖는 강인한 QLQG 제어," 박사학위논문, 기계설계공학과, 부산대, 1995.
6. Suzuki, A. and Hedrick, J.K., "Nonlinear Controller Design by An Inverse Random Input Describing Function Method," Proc. ACC, pp.1236 - 1241, 1985.
7. Kimura, H., Oike, T., and Miura, A., "Robust Stability - Degree Assignment and dIts Applications To the Control of Flexible Structures," Int. J. of Robust and Nonlinear Contr., Vol. 1, No.3, pp. 153-169, 1991.