

수평회전형 도립진자의 제어 및 실시간 해석

The Control and the Real-time Analysis of a Horizontally Rotating Inverted Pendulum

김효중(건국대 대학원), 김헌진(건국대 산업대학원), 강철구(건국대 기계과)
Hyo-Joong Kim (Kon-kuk Univ), Heon-Jin Kim (Kon-kuk Univ)
Chul-Goo Kang (Kon-kuk Univ)

ABSTRACT

This paper presents the dynamics and the real-time control of a horizontally rotating inverted pendulum. The dynamic equations representing three degrees of freedom rigid body motion of the pendulum are derived, and the state feedback controller is applied to the motion control of the pendulum. A 32 bit counter board with 16 bit hardware communication ability is developed to improve the real-time control performance and is applied to a horizontally rotating inverted pendulum. The simulation and experimental studies are conducted to evaluate the performance of the developed pendulum system and the timing in the real-time control is analyzed.

Key Words : Inverted pendulum (도립진자), Motion control (운동제어), 16 bit communication (16비트 통신), Time analysis (시간 해석)

1. 서론

도립진자는 제어기에 대한 성능평가의 대표적인 실험대상으로 많이 연구되어져 왔다. Mori et al.⁽¹⁾은 뒤먹임제어와 앞먹임제어(feedforward control)의 합성제어(composite control)에 의하여 선형 도립진자를 제어하였으며, Furuta et al.⁽²⁾은 경사진 레일에 설치된 2중 도립진자(double inverted pendulum)를 디지털제어에 의하여 실현하였다. Anderson⁽³⁾은 신경망이론을 도립진자에 적용하였다. Dimeo et al.⁽⁴⁾은 도립진자시스템에서 고주파 수직진동의 영향을 해석하였으며, Aimar et al.⁽⁵⁾은 도립진자의 전실 마찰 보상 알고리즘을 제안하였다.

Yamakita et al.⁽⁶⁾은 2중 도립진자의 수형업제어(swing up control)를 실현하였고, Misawa et al.⁽⁷⁾과 Thein et al.⁽⁸⁾은 수직회전형 도립진자의 제어를 연구하였다. Piccoli⁽⁹⁾는 도립진자의 제어에 기하학적인 기법을 도입하였다. Ohsumi et al.⁽¹⁰⁾은 도립진자의 수형업 및 안정화에 Lie 도구(Lie theoretic tools)를 도입하였다. Paraskevopoulos et al.⁽¹¹⁾은 선형 정확 모델 매칭(linear exact model matching)기법을 도립진자에 적용하였다. Lin et al.⁽¹²⁾은 선형 고-저 이득(linear high-and-low gain) 상태 뒤먹임 제어를 도립진자에 적용하였다. Adachi et al.⁽¹³⁾은 수평회전형 도립진자 시스템에 퍼지제어기법을 적용하였다.

국내에서는 강지윤⁽¹⁴⁾이 퍼지제어를, 김대현⁽¹⁵⁾이 H_{∞} 최적제어를, 윤호성과 이진복⁽¹⁶⁾이 디지털제어

를, 김헌진⁽¹⁷⁾이 상태뒤먹임 제어를, 김환성⁽¹⁸⁾이 one-chip 마이크로 컴퓨터에 의한 제어를, 박수철⁽¹⁹⁾이 LQ 제어를 도립진자시스템에 적용하였다.

본 논문에서는 무한 궤도를 갖는 수평회전형 도립진자 시스템에 대하여 3차원 강체운동에 대한 동역학식을 유도하고, 상태뒤먹임 제어를 수행하였다. 인코더로부터 효율적인 뒤먹임 신호를 생성하기 위하여 하드웨어적으로 16 bit 통신을 하는 32 bit 카운터 보드를 개발하고, 이를 도립진자 시스템에 적용하여 시뮬레이션 및 실험 연구를 수행하였다. 또한 PC의 타이머 인터럽트를 이용한 실시간 제어시스템에서, 하드웨어 및 프로그래밍에 따른 소요시간을 해석하였다.

2. 수평회전형 도립진자시스템

도립진자는 레일형태에 따라 선형트랙형(linear track type), 수평회전형(horizontally rotating type), 수직회전형(vertically rotating type) 등으로 분류될 수 있다. 선형트랙형은 트랙길이 제한되어 있으며, 수평회전형과 수직회전형은 트랙길이의 제한이 없는 무한 궤도로 간주될 수 있으나, 동특성에서 비선형성이 커지게 된다.

본 논문에서는 매우 복잡한 3차원 강체운동의 비선형 동특성을 가지면서 무한 궤도를 가지고 있는 Fig. 1과 같은 수평회전형 도립진자 시스템을 고려한다. 수평면에서 회전하는 팔은 AC 서보 모터에 의

하여 구동되고 있으며, 인코더(2000 pulse/rev)에 의하여 각도가 측정되고 있다. 진자의 기울어진 각도는 포텐쇼미터를 사용하여 측정된다. 팔의 회전에 의한 선의 꼬임을 방지하기 위하여 브러시 형태의 접점을 이용하고 있다.

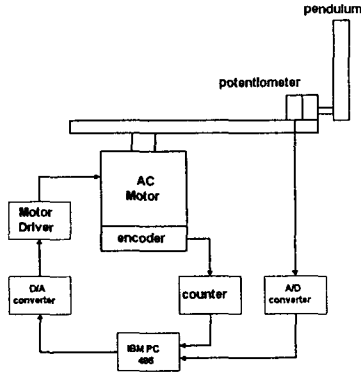


Fig. 1 Schematic drawing of the horizontally rotating inverted pendulum system.

2.1 수평회전형 도립진자의 모델링

수평회전형 도립진자의 팔과 진자는 강체(rigid body)라고 가정하고, Fig. 2에 표시한 파라미터를 사용하여, 수평회전형 도립진자의 운동방정식을 Lagrange 방법으로 유도하면 다음과 같다.

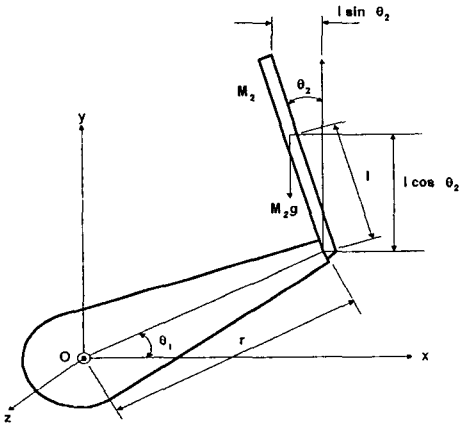


Fig. 2 Parameters of horizontally rotating pendulum

$$\begin{aligned} & \ddot{\theta}_1 [I_m + I_l + I_{xx} \cos^2 \theta_2 + 2I_{xy} \cos \theta_2 \sin \theta_2 + I_{yy} \sin^2 \theta_2 \\ & + M_2(l^2 \sin^2 \theta_2 + r^2)] + \ddot{\theta}_2 [I_{xy} \cos \theta_2 + I_{yz} \sin \theta_2 + \\ & M_2 lr \cos \theta_2] + \dot{\theta}_1 [2(I_{yy} - I_{xx}) \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 \sin \theta_2 + \\ & 2I_{xy} \dot{\theta}_2 (\cos^2 \theta_2 - \sin^2 \theta_2)] + \dot{\theta}_2^2 (I_{yz} \cos \theta_2 - I_{xy} \\ & \sin \theta_2) + M_2 [2l^2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 \sin \theta_2 - lr \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2] \\ & = \tau - f \end{aligned}$$

$$\ddot{\theta}_1 [I_{xy} \cos \theta_2 + I_{yz} \sin \theta_2 + M_2 lr \cos \theta_2] + \ddot{\theta}_2 [I_{zz} + M_2 l^2] - \dot{\theta}_1^2 [(I_{yy} - I_{xx}) \cos \theta_2 \sin \theta_2 + I_{xy} (\cos^2 \theta_2 - \sin^2 \theta_2)] - M_2 \dot{\theta}_1^2 l^2 \cos \theta_2 \sin \theta_2 - M_2 g l \sin \theta_2 = 0$$

위 식에서 각 파라미터는 다음과 같은 물리적 의미를 가지고 있다.

I_m = 모터의 회전자 관성모멘트

I_1 = 팔의 회전중심에 대한 관성모멘트

$I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}, I_{xy}, I_{xz}, I_{yz}$ = 진자의 무게중심에 부착된 좌표계에 대한 관성모멘트

M_2 = 진자의 질량

r = 모터축에서 진자까지의 거리

l = 팔끝에서 진자 중심까지의 거리

θ_1 = 팔의 회전각도 (rad)

θ_2 = 진자의 회전각도 (rad)

τ = 모터에서 발생하는 토크

f = 모터축 접촉부의 쿨롱마찰

2.2 시뮬레이션 및 실험결과

위의 운동방정식으로부터 알 수 있듯이 수평회전형 도립진자는 비선형성이 큰 시스템이다. 이러한 시스템을 제어하기 위한 첫 시도로서, 본 논문에서는 선형화와 극배치(pole placement) 기법⁽²¹⁾을 이용한 상태 피드백 제어를 수행한다. θ_1, θ_2 를 매우 작다고 가정하고 다른 비선형 항을 무시하면 다음과 같은 선형화된 방정식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \ddot{\theta}_1 [I_m + I_l + I_{xx} + M_2 r^2] + \ddot{\theta}_2 [I_{xy} + M_2 lr] = \tau \\ & \ddot{\theta}_1 [I_{xy} + M_2 lr] + \ddot{\theta}_2 [I_{zz} + M_2 l^2] - M_2 g l \theta_2 = 0 \end{aligned}$$

이 식에 파라미터의 값을 대입하고, 상태변수를 $x_1 = \theta_1, x_2 = \dot{\theta}_1, x_3 = \theta_2, x_4 = \dot{\theta}_2$ 이라고 하면 다음과 같은 상태방정식 ($\dot{x} = Ax + Bu$)과 출력방정식 ($y = Cx$)을 얻을 수 있다. 이 시스템은 불안정한 시스템이나 완전가제어성을 갖는다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.301 & -23.48 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.179 & 36.19 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.472 \\ 0 \\ -0.281 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

시스템이 작은 정착시간과 적당한 감쇠비를 갖도록 하기 위하여 원하는 극의 위치를 다음과 같이 선정하였다($\zeta=0.5, \omega_n=4$).

$$\mu_{1,2} = -2 \pm j3.464, \mu_{3,4} = -10$$

따라서 Fig. 3과 같은 상태피드백 제어기 $u = -Kx$ 의 이득행렬은

$$K = [-156.7 \quad -71.2 \quad -1089.4 \quad -203.9]$$

된다. 시뮬레이션은 4차 Runge-Kutta 방법으로 비선형모델을 가지고 수행하였으며, 실험도 같은 제o기하에서 수행하였다.

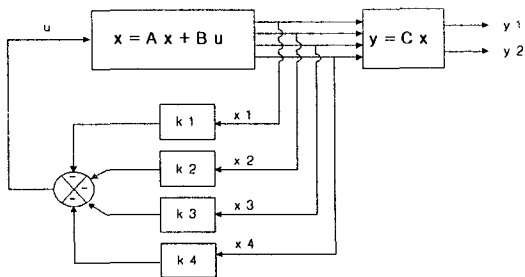


Fig. 3 State feedback control scheme

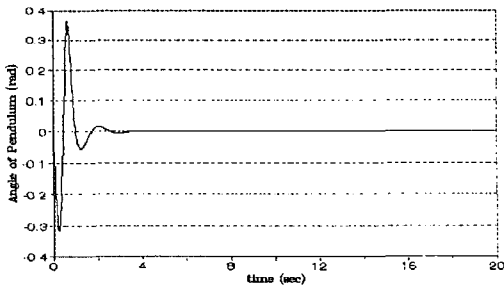


Fig. 4 Angle of the pendulum in simulation.
(I.C : $\theta_{1_0} = 2.2$ rad, $\theta_{2_0} = 0$ rad, S.T : 10 msec)
I.C : Initial Condition, S.T : Sampling Time.

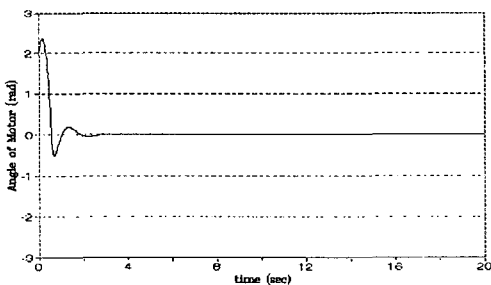


Fig. 5 Angle of the arm in simulation.
(I.C : $\theta_{1_0} = 2.2$ rad, $\theta_{2_0} = 0$ rad, S.T : 10 msec)

Fig. 4와 Fig. 5는 초기 팔의 위치가 2.2 rad일 때 시

뮬레이션에 의한 진자의 움직임과 팔의 움직임을 각각 보여주고 있다. Fig. 6과 Fig. 7은 각각 실험결과를 보여주고 있다. 실험시에 정상상태에서 존재하는 약간의 진동은 쿨롱마찰력과 포텐쇼미터 신호의 잡음에 기인하는 것으로 생각된다. 쿨롱마찰력은 신호선과 모터축의 기계적인 접촉에서 주로 발생한다.

샘플링 시간이 제어성능에 미치는 영향을 알아보기 위하여 Fig. 8과 Fig. 9에서는 샘플링 시간을 10 msec로 두고 실험하였으며, Fig. 10과 Fig. 11은 20 msec로 두고 실험하였다. 이 그림으로부터 샘플링 시간이 작을 때 더 좋은 제어성능을 가짐을 알 수 있다. Fig. 12와 Fig. 13은 팔의 각도를 매 5초마다 90도씩 회전시켰을 때의 팔과 도립전자의 움직임을 보여주고 있다.

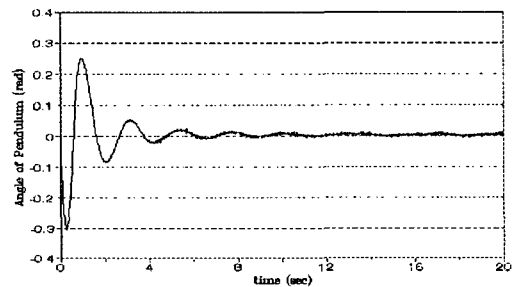


Fig. 6 Angle of the pendulum in experiment.
(I.C : $\theta_{1_0} = 2.49$ rad, $\theta_{2_0} = -0.01$ rad, S.T : 10 msec)

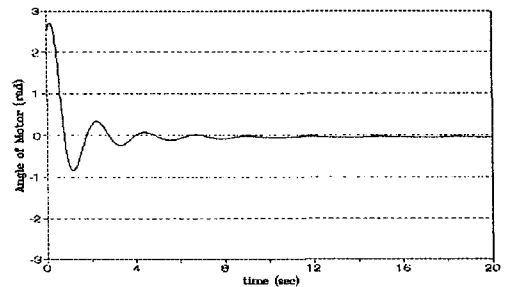


Fig. 7 Angle of the arm in experiment.
(I.C : $\theta_{1_0} = 2.49$ rad, $\theta_{2_0} = -0.01$ rad, S.T : 10 msec)

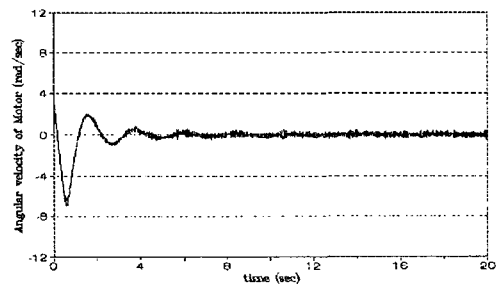


Fig. 8 Angular velocity of the arm in experiment.
(I.C : $\theta_{1_0} = 2.49$ rad, $\theta_{2_0} = -0.01$ rad, S.T : 10 msec)

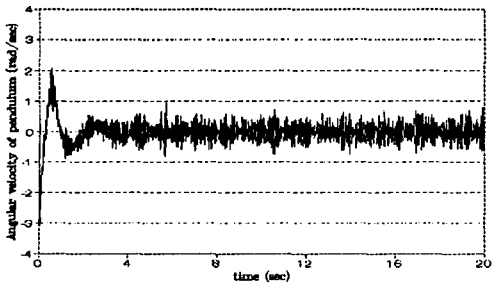


Fig. 9 Angular velocity of the pendulum in exp. (I.C : $\theta_{1_0}=2.49$ rad, $\theta_{2_0}=-0.01$ rad, S.T : 10 msec)

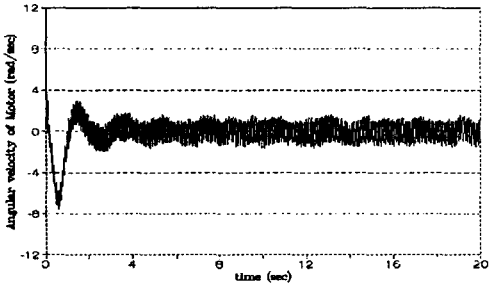


Fig. 10 Angular velocity of the arm in experiment (I.C : $\theta_{1_0}=2.48$ rad, $\theta_{2_0}=-0.025$ rad, S.T : 20 msec)

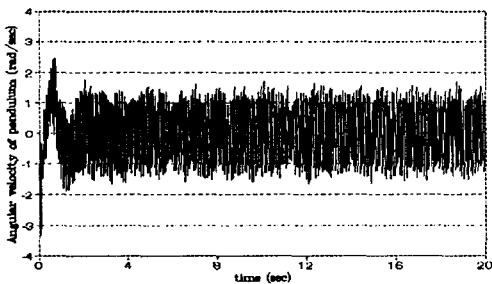


Fig. 11 Angular velocity of the pendulum in exp. (I.C : $\theta_{1_0}=2.48$ rad, $\theta_{2_0}=-0.025$ rad, S.T : 20 msec)

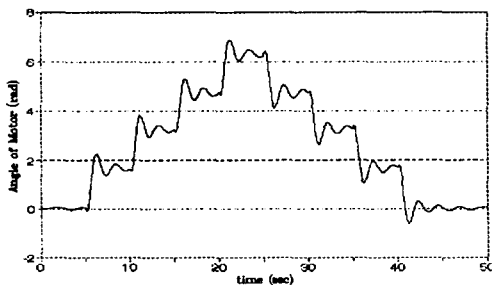


Fig. 12 Angle of the arm when motor rotates 90 degree every 5 seconds

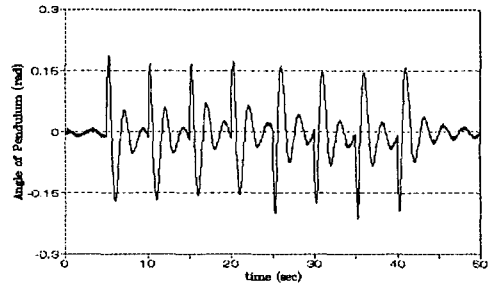


Fig. 13 Angle of the pendulum when motor rotates 90 degree every 5 seconds

3. 인코더 전용보드의 설계와 실시간 해석

서보모터를 이용한 운동제어시스템에서 제어 정밀도는 모터에 부착된 속도 및 위치 검출기에 크게 영향을 받는다. 따라서 위치 및 속도를 정확히 검출⁽²⁰⁾하는 것이 운동제어시스템의 제어성능을 높이는 핵심적인 역할을 하게 된다. 현재 값이 싸면서 산업현장에서 가장 많이 이용되는 방법은 인코더와 카운터를 이용하는 방법이다. 본 논문에서는 카운팅 시간과 통신시간을 줄이고 프로그래밍을 단순하게 하기 위하여, 하드웨어적으로 16 비트 통신을 하는 32비트 카운터를 설계하고 제작하였다. 또한 낮은 인코더의 분해능을 4배 증가시키는 회로도 첨가하였다.

카운터 보드의 기능적인 블록선도를 그리면 Fig. 14와 같다. 카운터 보드는 방향판별 부분, 카운팅 부분, 통신 부분으로 구성된다. 방향판별 부분은 인코더의 90도 위상차를 갖는 A상과 B상을 통해 방향을 판별할 뿐만 아니라 위상차를 이용해 인코더의 분해능을 높이는 역할을 한다.

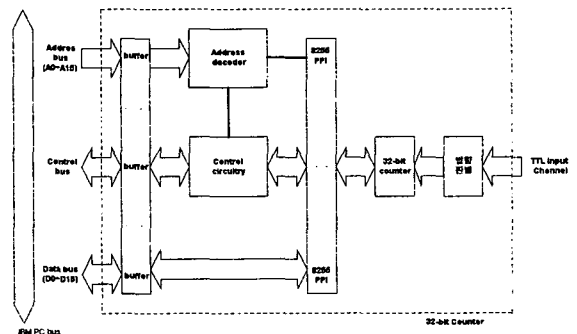


Fig. 14 Block diagram of counter board

인코더 출력펄스의 90도 편차는 1/4사이클이며 이를 이용해 4배의 분해능을 얻는다. 카운팅하는 부분은 8개의 업/다운 카운터가 32 bit(2^{32} 개)의 펄스를 헤아린다. 통신 부분은 컴퓨터의 메인 보드와 하드웨

거적인 16 bit 통신을 하므로써 시간지연을 줄여준다.

IBM PC 486을 사용하여 한 번의 되먹임 신호를 관드는데 기존의 8비트 통신에 의한 소요시간은 4.8 microsecond이고, 본 논문에서 설계한 16 비트 통신을 하는 32비트 카운터에 의한 소요시간은 3.8 microsecond이므로써 약 15%의 감소를 보였다. 또한 8비트 통신으로 32비트의 카운팅을 하기 위해서는 shift와 masking을 해야함으로 또는 union을 사용하여 함으로 프로그래밍이 복잡해지는 반면 본 연구에서 개발한 카운터의 경우는 되먹임 신호 생성 시간을 줄임과 동시에 프로그래밍을 간단하게 해준다.

4. 결론

본 논문에서는 3차원 강제운동을 하며 비선형성이 큰 수평회전형 독립진자에 대하여 동역학 식을 유도하고 상태되먹임제어에 의한 제어성능을 평가하였다. 효율적인 되먹임 신호를 만들기 위하여 하드웨어적인 16bit 통신을 하는 32bit 카운터를 설계하여 실험하였으며, 실시간 제어시의 소요시간을 해석하였다. 극베치기법에 의한 상태되먹임 제어기의 제어성능이 우수하였으며, 수평회전형 독립진자제어시 샘플링 시간이 작은 경우에 제어성능이 개선되었다. 16비트 통신을 하는 32 비트 카운터로 되먹임 신호를 만들 경우 8비트 통신에 비하여 15 %의 계산소요시간이 줄어들었으며, 프로그래밍이 단순해졌다.

후기

본 연구는 1996년도 건국대학교 지원에 의하여 연구되었습니다.

참고문헌

1. S. Mori and H. Nishihara et al., "Control of unstable mechanical system Control of pendulum", INT. J. Control, 1975.
2. K. Furata, H. Kajiwara et al., "Digital control of a double inverted pendulum on an inclined rail", INT. J. Control, 1980.
3. C. W. Anderson, "Learning to control an inverted pendulum using neural networks", IEEE, 1989.
4. R. M. Dimeo et al., "Novel control of an inverted pendulum", ACC, 1994.
5. R. Aimar and M. Indri et al., "Experiments on

- robust friction compensation : inverted pendulum case", ACC, 1995.
6. M. Yamakita and M. Iwashiro et al., "Robust swing up control of double pendulum", ACC, 1995.
7. E. Misawa et al. "Rotational inverted pendulum : a new control experiment", ACC, 1995.
8. M. L. Thein et al., "Comparison of the sliding observer to several state estimators using a rotational inverted pendulum", IEEE, 1995.
9. B. Piccoli, "Some control problems for the pendulum", IEEE, 1995.
10. A. Ohsumi et al., "Nonlinear control of swing-up and stabilization of an inverted pendulum", IEEE, 1995.
11. P.N. Paraskevopoulos et al., "Robust tracking of an inverted pendulum via a new linear exact model matching technique", IEEE, 1995.
12. Z. Lin and A. Saberi et al., "Linear controller for an inverted pendulum having restricted travel", ACC, 1995.
13. G. Adachi et al., "An automatic design method of fuzzy controllers based on linguistic specifications and fuzzy model of controlled object", IEEE, 1996.
14. 강지윤, "퍼지논리를 이용한 독립진자의 제어", 서울대 석사학위논문, 1991.
15. 김대현, " H_{∞} -최적제어이론을 이용한 독립진자의 건설한 보상기 설계에 관한 연구", 서울대 석사학위논문, 1991.
16. 윤호성, 이건복, "도립진자의 디지털제어" 기계학회 추계학술대회, 1992.
17. 김현진, "수평회전형 독립진자 시스템의 제어에 관한 연구", 건국대 석사학위논문, 1996.
18. 김환성, "One-chip 마이크로 컴퓨터에 의한 회전형 독립진자의 hybrid 제어", 부산수산대 석사학위논문, 1993.
19. 박수철, "LQ기법을 이용한 독립진자 시스템의 제어에 관한 연구", 성균관대 석사학위논문, 1994.
20. 채상락, 박정일, 이석규, "서보모터의 고정도 속도 검출을 위한 M/T방식의 하드웨어 구현", 한국자동제어 학술회의, 1993.
21. K. OGATA, "Modern Control Engineering", Prentice Hall, pp. 776-786.