

상계요소법에 의한 클러치 치형의 밀폐단조해석

Closed-Die Forging Analysis of Clutch Teeth Using An Upper Bound Elemental Technique

양정호*(경남대 대학원), 이상태(창원기능대), 김용조(경남대 공대)
J.H. Yang* (Graduate School, Kyungnam Univ.), S.T. Lee (Changwon Junior Technical College),
Y.J. Kim (Kyungnam Univ.)

Abstract

A simple kinematically admissible velocity field for closed-die forging of clutch teeth is analysed which takes account of the profiled teeth chosen kinematically by approximating these as straight taper teeth. The upper bound load and the deformed configurations are predicted by the velocity field at varying punch movements considering differing frictional factors. Experiments were carried out using a model material of plasticine at room temperature where talcum powder was used as a lubricant. The theoretical predictions of the forging load and the relative pressures are found to be in reasonably good agreement with the experimental results.

Key Words : upper bound elemental technique(상계요소법), clutch(클러치), closed-die forging(밀폐단조)

1. 서론

최근 산업의 급속한 발전과 더불어 부품의 소형화, 경량화, 고기능화 및 생산성의 향상이 절실히 요구되고 있다. 이러한 요구에 부응하기 위하여 제품의 강도 향상과 대량생산이 가능한 소성가공에 의한 생산방법이 발전하게 되었다. 복잡한 형상의 부품을 마무리 기계가공 없이 부품으로 사용 가능하도록 하는 밀폐단조는 최종 부품을 정형(net shape) 혹은 거의 정형(near-net shape)으로 단조함으로써 재료의 절감, 생산성의 향상, 그리고 연속적인 metal flow의 형성으로 인한 기계적 성질이 개선되어 부품의 강도를 향상시킬 수 있으므로 부품의 소형화와 경량화를 실현할 수 있다. 일반적으로 밀폐단조에 의해 원하는 최종 부품을 얻기 위해서는 단단계 성형공정이 필요하다. 그러므로 어떤 부품의 성형공정을 개발함에 있어서 소요되는 시간과 비용을 줄이기 위하여, 실제로 사용될 금형을 제작하기전에 소재의 유동 및 성형하중 등의 상세한 정보가 필요하게 되었으며 이에 따라 여러 가지 해석법이 개발되었다. 일반적으로 소성가공문제의 해석에는 유한요소법과 상계해법이 많이 사용되고 있다.

최근 Kiuchi, Bramley의 연구에 의하여 발표된 상계요소법(UBET)은 복잡한 소성가공 문제를 비교적

경제적으로 해석할 수 있는 수치해법으로 평가 받고 있다. 상계요소법은 소재의 변형영역을 단순한 요소들로 분할하고, 이 요소들에 대한 에너지를 조합하여 전체에너지를 최소화하는 방법인데, Kudo [1,2]가 단위 변형영역의 개념을 도입하여 축대칭 및 평면 변형문제를 해석하면서 시작되었으며, 최근까지 이 분야에 대한 연구[3-9]가 활발하게 진행되어 왔다. 스피어기어 및 스플라인과 같은 치형의 냉간 단조에 대한 상계해석[10-16]은 많이 수행되었지만 클러치 치형의 단조해석[17]은 거의 찾아 볼수 없었다.

따라서, 본 연구에서는 클러치 치형의 밀폐단조를 해석하기 위한 동적가속도장을 제시하고 상계요소 해석에 의한 단조하중과 변형형태를 검토하여 제품의 품질향상 및 생산성 향상 등의 실현을 위한 생산가공 정보를 제공하고자 한다. 특히 변형 중 치형구석채우기 단계에서 동적가속도장을 제시하여 변형형태를 검토하였다. 또한 실험모델재료인 플라스틱인(plasticine)을 사용한 실험의 결과와 본 연구에서 제시한 동적가속도장에 의한 유동모델을 비교 및 분석하였다.

2. 이론해석

2.1 동적 가용속도장

상계요소해석의 에너지식을 유도함에 있어서 소성 변형 영역내에 속도 불연속면 또는 불연속선을 구분하는 것이 필요하다. 클러치 치형의 밀폐단조에서 소성류 및 속도 불연속면은 소성변형이 진행함에 따라 연속적으로 변하지만 본 해석에서는 속도 불연속면이 변하지 않는다고 가정한다. 클러치의 축 대칭성을 고려하여 소재(billet)의 전체 소성 변형 영역을 먼저 $1/2N$ 의 영역으로 분할하고, 이 변형영역을 Fig. 1과 같이 다시 단순한 형상의 요소들로 분할하여 해석하였다. 여기서 N 는 치형의 잇수를 나타낸다. 펀치의 하강속도에 대한 각 요소의 동적가용속도장(kinematically admissible velocity field)을 속도 경계조건, 비압축성 조건 및 요소들 경계에서 수직 속도 연속조건에 의해 결정하여 피가공재 전체의 속도장을 표현할 수 있다. 그러나 재료의 소성변형시 그 유동현상은 매우 복잡하므로 이에 대한 적당한 가정이 필요한데, 본 상계요소해석에서 재료는 비압축성, 등방성, 강소성체 및 von Mises의 항복조건을 따른다고 가정하며, 변형중 재료의 관성효과를 무시하고 공구와 재료의 접촉부분에서 마찰력은 일정하다고 가정한다.

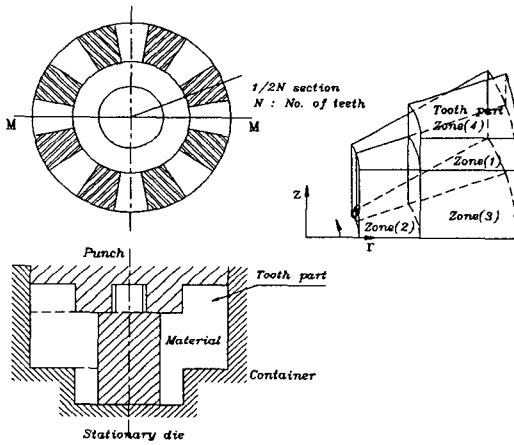


Fig. 1. Subdivision of a region into deformation zones: (a) forging of clutch tooth forms, (b) geometry of the deformation zones.

변형영역의 분할은 Fig. 1과 같으며 분할된 각 요소의 동적 가용 속도장은 다음과 같다.

(1). 변형영역(1)의 속도장

$$U_r=0, U_\theta=-U_o \frac{r}{H}(\beta-\theta), U_z=-U_o \frac{z}{H} \quad (1)$$

여기서 $\beta = \frac{\pi}{N}$ ($N =$ 잇수)

(2). 변형영역(2)의 속도장

$$\begin{aligned} U_r &= U_o \frac{\beta}{2\alpha} \left\{ 1 - \left(\frac{R_k}{r} \right)^2 \right\} \frac{r}{H} \\ U_\theta &= -U_o A \frac{r\theta}{H} \\ U_z &= -U_o \frac{z}{H} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $A = \frac{\beta}{\alpha} - 1, \alpha = \xi\beta$ ($0 < \xi < 1$)

(3). 변형영역(3)의 속도장

$$\begin{aligned} U_r &= U_o \frac{B}{H} (R_o - r) \\ U_\theta &= -U_o A \frac{r\theta}{H} \\ U_z &= U_o C_r \frac{z}{H} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $B = \frac{1}{2} \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{R_i}{R_o - R_i} \right) \left\{ 1 - \left(\frac{R_k}{R_i} \right)^2 \right\}$

$$C_r = A + B \left(2 - \frac{R_o}{r} \right)$$

(4). 변형영역(4)의 속도장

$$\begin{aligned} U_r &= U_\theta = 0 \\ U_z &= U_o \left\{ A + B \left(2 - \frac{R_o}{r} \right) \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

구석채움 단계 (corner filling stage)

치형의 외경부분이 펀치의 이뿌리에 먼저 접촉하고 점차 내경방향으로 소성유동이 진행된다. 이 단계를 구석채움 단계라 하고, 이 단계에서 변형영역(4)를 Fig. 2와 같이 3개의 요소로 분할하여 해석하였으며 각 요소의 속도장은 다음과 같다.

(5). 변형영역(4-1)의 속도장

$$\begin{aligned} U_r &= -U_o \frac{r}{2H_i} \left[(1+A) \left\{ \left(\frac{R_o}{r} \right)^2 - 1 \right\} + 2B \left(\frac{R_o}{r} - 1 \right) \right] \\ U_\theta &= 0 \\ U_z &= U_o \left\{ (1+C_r) \left(\frac{H_m - z}{H_i} \right) - 1 \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 $H_m = H + H_i$

(6). 변형영역(4-2)의 속도장

$$\begin{aligned} U_r &= -U_o C_{rs} \frac{r - R_i}{R_s - R_i} \\ U_\theta &= 0 \\ U_z &= U_o \left[C_r + \left\{ \frac{C_{rs}}{R_s - R_i} \left(2 - \frac{R_i}{r} \right) + \frac{\tan \gamma}{\alpha} \frac{C_r}{r} \right\} (z - H) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

여기서

$$C_{rs} = \frac{R_s}{2H_i} \left[(1+A) \left\{ \left(\frac{R_o}{R_s} \right)^2 - 1 \right\} + 2B \left(\frac{R_o}{R_s} - 1 \right) \right]$$

(7). 변형영역(4-3)의 속도장

$$U_r = -U_0 \left[C_n \frac{R_s}{r} + \frac{Er}{2(H_t - H_s)} \left\{ \left(\frac{R_s}{r} \right)^2 - 1 \right\} \right]$$

$$U_\theta = 0 \quad (7)$$

$$U_z = U_0 \left[U_{ks}(r) - E \left\{ \frac{z - (H + H_s)}{H_t - H_s} \right\} \right]$$

여기서 $E = 1 + U_{ks}(R_s)$,

$$U_{ks}(r) = C_r(r) + \frac{C_n H_s}{R_s - R_i} \left(2 - \frac{R_i}{r} \right)$$

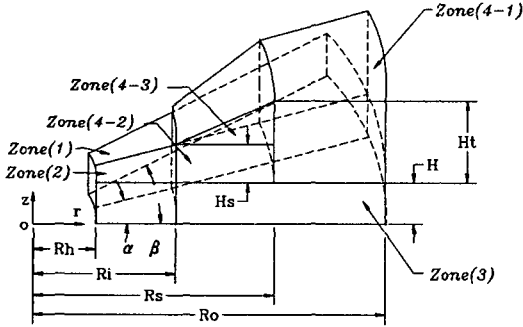


Fig. 2. Details of deforming zone at the corner filling stage.

2.2 UBET 해석

상계요소법(UBET)은 상계정리를 기초로한 에너지법의 일종인데, 전체소성변형영역을 단순한 형상의 요소들로 분할하고, 분할된 각 요소에 대하여 속도경계조건, 비압축성조건, 요소들 사이의 수직속도 연속조건을 만족하는 동적가용속도장(kinematically admissible velocity field)을 사용하여 피가공재 전체의 속도장을 표현한다.

Prager와 Hodge[18]는 완전 강소성체의 변형에 관한 모든 동적 가용속도장 중에서 실제공정에 필요한 에너지 소비율은 다음에 주어진 J 값을 최소화 하는 것이라 하였다.

$$J = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \int_V \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij}^* \dot{\epsilon}_{ij}^*} dv + \int_S \tau \Delta v^* dS - \int_{S_T} T_i v_i^* dS_T \quad (8)$$

여기서, J 는 실제 성형공정에서 필요한 에너지 소비율의 상계이며, *표시는 동적 가용속도장에서 얻어진 값을 표시한다. 식(8)은 다음 식으로 표현될 수 있다.

$$J = \sum W_i + \sum W_s + \sum W_f \quad (9)$$

$$\text{여기서 } W_i = \int_V \bar{\sigma} \dot{\epsilon} dv$$

$$\dot{W}_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_r \sigma |\Delta V_s| dS$$

$$\dot{W}_f = \frac{m}{\sqrt{3}} \int_r \sigma |\Delta V_f| dS, \quad (0 < m < 1)$$

$$\bar{\sigma} = \left[\frac{3}{2} \dot{\epsilon}_{ij}^* \dot{\epsilon}_{ij}^* \right]^{1/2}$$

$$\dot{\epsilon}^* = \left[\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^* \dot{\epsilon}_{ij}^* \right]^{1/2}, \quad (i, j = r, \theta, z)$$

여기서, m 은 마찰상수(friction factor)이다.

2.3 총 에너지 소비율

클러치 치형의 밀폐단조에 대한 전체 에너지 소비율은 $1/2N$ 의 변형영역에 대한 전체 에너지 소비율을 총 잇수에 대한 총합으로 구해지며 다음과 같다.

$$J = 2N(\dot{W}_i + \dot{W}_s + \dot{W}_f) \quad (10)$$

성형중의 편치하중은 다음 식으로 구한다.

$$F = \frac{J}{V} \quad (11)$$

여기서, F 는 실제하중의 상계해이고 V 는 하중을 가하는 편치의 속도이다.

3. 시뮬레이션 (Simulation)

분할된 각각의 요소에 대한 동적가용속도장을 이용하여 각 변형단계에서 미소시간증분 후의 위치는 다음 식으로 결정할 수 있다.

$$X^{i+1} = X^i + \dot{u}^i \Delta t \quad (12)$$

여기서 X^i 와 X^{i+1} 는 i 번째와 $(i+1)$ 번째 변형단계에서의 요소의 위치이며, Δt 는 시간증분을 나타낸다. \dot{u}^i 는 i 번째 단계에서 구해진 각 절점의 속도 값이다.

변형형태를 알아보기 위해서는 격자변형(grid distortion)을 조사하는 것이 바람직하다. 즉 변형전의 소재에 미리 격자(grid)를 설정하고 각 변형단계에서 요소의 속도장으로부터 격자점의 속도를 구하여 새로운 위치로 좌표를 수정함(update)으로써 소재의 변형양상을 알아볼 수 있다.

Fig. 3은 UBET 프로그램의 순서도이다. 내부변형 에너지를, 전단변형 에너지를, 다이와 소재 사이의 마찰에 의한 에너지 소비율의 계산과정 및 초기시편의 요소분할을 프로그램화 하였다. 그러므로 문제의 형상이 바뀔 경우 형상에 맞추어 입력 자료만을 수정하면 되므로 다른 치형에 대해서도 해석할 수 있

도록 하였다.

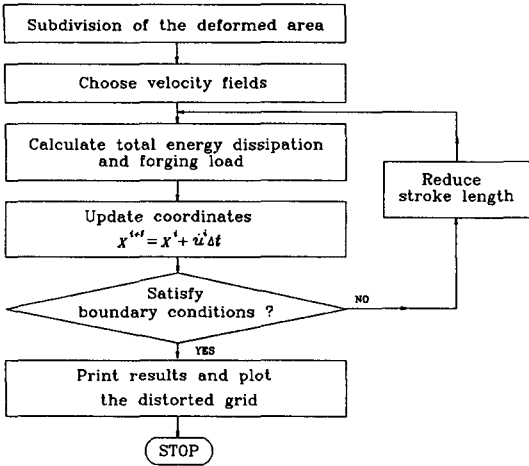


Fig. 3 Flow chart for UBET

4. 결과 및 고찰

상계요소해석 결과의 타당성을 검토하기 위하여 플라스틱신을 사용하여 상온에서 실험을 하였으며 재료의 응력과 변형률의 관계는 다음 식과 같이 표시된다.

$$\bar{\sigma} = 0.168 \bar{\epsilon}^{0.072} \text{ (MPa)}$$

잇수 N=8, 이높이 3.8mm인 클러치 치형의 밀폐단 조실험에서 소재의 직경을 38.1mm, 높이를 10.2mm로 하고 탈크 파우더(Talcum powder)를 혼합재로 사용하였으며 실험에서 얻은 형상을 Fig. 4에 나타내었다.



Fig. 4 Photographs of clutch teeth forged at two steps.

Fig. 5(a,b)는 잇수 N=8인 클러치 치형의 밀폐단 조에 대한 치형 구석채움 단계에서 마찰상수 $m=0.2$ 일 때 Fig. 1에서 표시된 축대칭 단면 MM내 격자의 변형형태와 전체 치형의 형성과정을 보여주고 있다. 격자의 찌그러짐 정도가 치형의 내측 구석부분에서 심하게 나타나고 있음을 알 수 있다. 이 결과에 의하면 치의 내측 구석부분에서 주름(folding)이나 균열과 같은 결함이 발생할 수 있음을 예측할 수

있다. 따라서 이러한 단조공정은 좋은 품질의 부품을 생산하기 위해서는 바람직하지 못하다는 것을 알 수 있고, 다단계의 성형공정을 선택하고 적절한 예비성형체를 이용하는 성형공정이 바람직할 것이다.

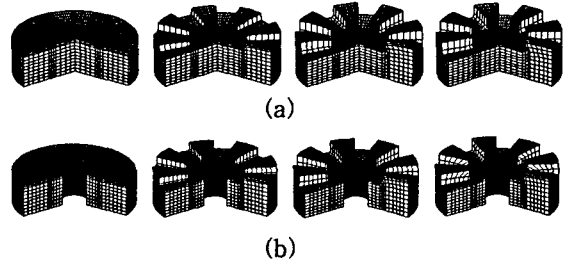
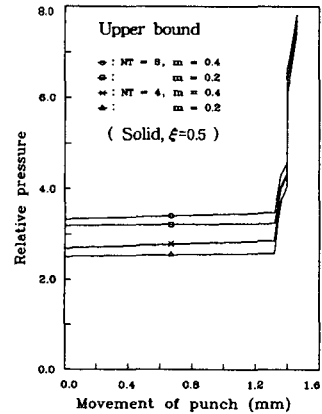


Fig. 5 Grid distortion pattern in cavity filling process ($m=0.2$), (a) with solid (b) with hollow.

Fig. 6(a,b)는 잇수 N=8, 4와 마찰상수 $m=0.2, 0.4$ 에 대하여 펀치의 이동거리에 대한 상대응력의 변화를 보여주고 있다. 그리고 이 상대응력에 관한 단조하중은 Fig. 7(a,b)에 나타내었으며, 플라스틱재료를 사용하여 실험을 수행한 그 결과를 함께 나타내었다. 그림에 의하면 피가공재와 금형과의 접촉부분에서 마찰계수가 클수록 단조하중은 증가하고 또한 변형이 치형의 구석 채움단계가 될 때 예측되는 바와 같이 급격한 단조하중이 요구되는 현상을 볼 수 있다. 이러한 경향은 6각형 및 정방형의 밀폐단조에 대한 상계해석과 유한요소해석[19, 20]에서 예측된 결과와 유사하다. 모델재료를 사용한 실험에 의해 관측된 단조하중은 마찰상수 $m=0.2$ 에 대한 상계해와 잘 일치한다.



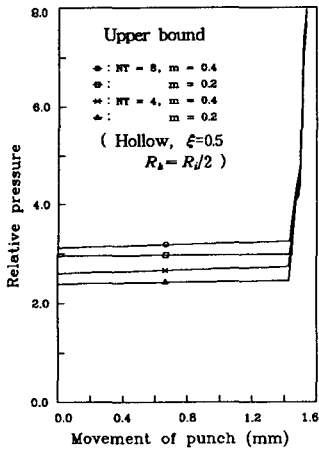
(a)

5. 결론

본 연구에서는 잇면이 사다리꼴인 클러치 치형의 밀폐단조에 대한 상계요소해석을 하였다. 속도 불연속면을 평면으로 고려한 동적 가용속도장을 제시하고 단조 진행에 따른 단조하중 및 변형형태를 얻을 수 있었다. 제시된 속도장에 의한 수치해석의 결과에 의하면 상대압력의 값은 마찰상수 $m=0.2$ 및 0.4 에 대해 치형의 구석채움단계를 제외하고는 원통형 증실축에 대해서는 모두 2.5-3.6이었고 증공축에 대해서는 2.4-3.3이었다. 단조하중은 치형구석채움단계에서 급격히 증가하였다. 플라스틱 모델재료를 사용한 실험 결과와 이론적해석 결과를 비교할 때 모두 잘 일치 하였다.

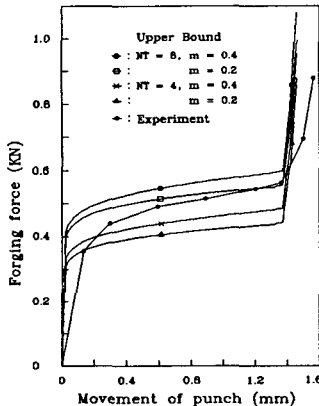
참고문헌

1. H. Kudo, "An Upper-Bound Approach to Plane-strain Forging and Extrusion-I,II", *Int. J. of Mech. Sci.*, Vol.1, pp.57-83, pp.229-252, 1960.
2. H. Kudo, "Some Analytical and Experimental Studies of Axisymmetric Cold Forging and Extrusion-I,II", *Int. J. of Mech. Sci.*, Vol.2, pp.102-127, Vol.3, pp.91-117, 1960.
3. S. Kobayashi, "Upper-Bound Solution of Axisymmetric Forming Problems-I,II", *J. Eng. for Ind. Trans.*, ASME, Vol.86, pp.112-126, pp.326-332, 1964.
4. R.P. McDermott & A.N. Bramley, "An Elemental Upper-Bound Technique for General Use in Forging Analysis", 15th Int. Mach. Tool Des. & Res. Conf., Birmingham, pp.437-443, 1974.
5. B. Avitzur, *Metal Forming: The Application of Limit Analysis*, Marcel Dekker Inc. New York, 1980.
6. M. Kiuchi & S. Shigeta, "Application of Upper-Bound Elemental Technique to Axisymmetric Forging Process", *JSTP*, Vol.22, pp.1208-1214, 1981
7. M. Kiuchi & A. Karato, "Application of Upper-Bound Elemental Technique to Non-axisymmetric Forging Process", *Advanced Technology of Plasticity*, Vol.2, pp.967-872, 1984
8. Y.T. Lin & J.P. Wang, "A New Upper-Bound Elemental Technique Approach to Axisymmetric Metal Forming Process", *Int. J. Mach. Tools Manufact.* Vol.33, pp.135-152, 1993.

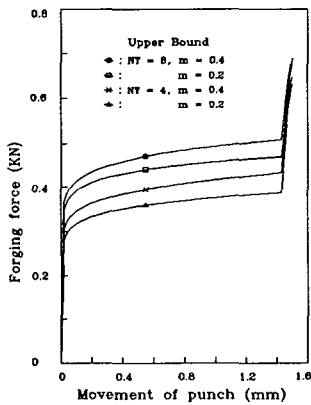


(b)

Fig. 6 Relative forging pressure according to punch movement, (a) with solid, (b) with hollow.



(a)



(b)

Fig. 7 Variation of forging loads respect to punch movement, (a) with solid, (b) with hollow.