

폰트리아긴의 最大値 原理를 적용한 負荷追從運轉 能力向上에 관한 研究

정 대 원 . 하 재 흥 . 신 해 곤
한국원자력연구소

要 約

폰트리아긴의 最大値 原理를 적용한 개선된 알고리즘으로 가압형경수로의 부하추종문제를 조사할 수 있었다. 상태함수의 변화를 지배하는 매개변수인 라그랑주 변수를 최적화 조건을 만족되도록 선정함으로써 최적제어의 필요조건을 만족할 수 있었고, 관심의 대상인 노심에서 온도변화와 제어봉 위치 변화량을 최적화 하여 전체적으로 보다 개선된 운전목표를 달성하는 제어 알고리즘을 얻을 수 있었다. 이 알고리즘은 기존의 제어기와 병렬로 온-라인 화하여 실용적으로 사용될 수 있음도 제안되었다.

1. 序 論

폰트리아긴의 最大値 原理를 이용한 최적화 제어기술은 디지털 제어용 전산기를 효과적으로 이용할 수 있어 플랜트 제어 적용 기술분야에서 많은 관심을 갖게 되었다. 비선형특성 플랜트인 원자로 제어분야에 이 원리를 적용하여 노심 상태변수 변화추이를 고찰할 수 있고 이를 통하여 부하추종 운전능력이 보다 개선된 알고리즘을 적용할 수 있다. 이 알고리즘은 기존의 비례미분 제어기에 병렬로 온-라인화 운용할 수 있고, [그림 1]에서 운용개념도를 보여주고 있다. 본 연구를 위해 사용된 원자로 모델은 노심 내에서 중성자 확산원리에 근거한 일점 원자로 동특성 방정식을 상태함수로 선정하였고, 부하추종운전의 운전목표를 위해서 제어봉위치 변화량이 최적치가 되도록 제어 량을 관리한다. 最適化 制御理論을 적용한 폰트리아긴의 最大値 原理(Pontryagin's Maximum Principle)는 기존의 제어방식에 비하여 보다 적절한 제어입력으로 시스템을 제어하여 좋은 성능을 가진 개량된 제어 알고리즘의 적용이 가능하다. 즉, 다음과 같은 제어특성을 갖는다.

- 최적화 제어개념에 따라 최적의 운전조건을 제공하고,
- 기존 제어기에 비해 제어의 유연성을 갖고,
- 디지털 컴퓨터의 적용이 가능한 제어 알고리즘을 갖는다.

2. 폰트리아긴의 最大値 原理 (Pontryagin's Maximum Principle)의 考察

선형특성 혹은 비선형특성을 갖는 동적인 제어 시스템 (Dynamic System)에서 제어의 양호 성을 조사하기 위해서 일반적으로 제약조건을 갖는 동적인 제어문제를 라그랑주 변수를 도입하여 제약구속 조건이 없는 새로운 평가함수로써 이러한 문제를 간편하게 평가한다. 즉, 이산형 동적인 시스템에서 제어목표를 실현하기 위해 다음과 같은 평가함수와 제약조건을 방정식을 선정한다.

$$\text{평가함수} : \text{Min } J = g[X(n)] + \sum_{k=0}^{n-1} R^k[X(k), U(k)] \quad \text{----- (1)}$$

제약조건의 시스템 방정식 :

$$\begin{aligned} X(k+1) &= A X(k) + B U(k) \quad \text{----- (2)} \\ Y(k) &= C X(k) \end{aligned}$$

여기서, $X(k) \in R^n$ is the state vector (단, $X(0)$ 는 주어짐)
 $U(k) \in R^m$ is the control vector
 k is the instantaneous sampling time constant ($k = 0, 1, 2, \dots, n-1$)
 $Y \in R^n$ is the output vector ($Y = C X$)

식 (1), (2)은 라그랑주 승수 (λ : Lagrangian Multiplier)를 도입하여 제약조건이 없는 차분방정식 문제로 정리된다. 즉, 등호제약조건이 없는 일반화된 3개의 미지수를 갖는 차분 방정식을 얻는다.

$$J^* = g[X(n)] + \sum_{k=0}^{n-1} R^T[X(k), U(k) + \lambda^T(k+1)\{f(X(k), U(k)) - X(k+1)\}] \quad (3)$$

여기서, $\lambda = \frac{\partial J^*(X, U)}{\partial f(X, U)}$ 로써 상태변수의 변화 분에 대한 목적함수의 변화량이다.

工學에서 다루는 폰트리아진의 最適化 原理에 의한 最適化 制御問題는 제어목적을 실현하기 위한 評價函數 (Performance Index)를 최대(혹은 최소)로하는 최적의 조작량 $U^*(k)$ 를 구하는 문제이고, 이때 조작량 $U^*(k)$ 를 통해서 얻어지는 상태변수 $X^*(k)$ 는 최적의 궤적도(Optimal Trajectory)라고 한다. 2차함수 형태의 평가함수가 최적의 조작 량을 갖게 될 조건은 모든 변수($\delta x_k, \delta u_k, \delta \lambda_k$)에 대하여 해석적인 평가함수 변화량(δJ^*)이 0이 될 때 비로소 최적화 극점을 갖게되는 필요충분 조건이 된다. 즉,

$$i) \delta J^* = \frac{\partial J^*}{\partial x_k} \delta x_k + \frac{\partial J^*}{\partial u_k} \delta u_k + \frac{\partial J^*}{\partial \lambda_k} \delta \lambda_k = 0 \quad (\text{필요조건}) \quad (4)$$

$$ii) \frac{\partial J^*}{\partial x_k} = 0, \quad \frac{\partial J^*}{\partial u_k} = 0, \quad \frac{\partial J^*}{\partial \lambda_k} = 0 \quad (\text{충분조건}) \quad (5)$$

이들 필요충분 조건 식에서 최적 제어입력 벡터인 U_k^* 를 구하는 경계조건과 알고리즘을 얻고 일련의 과정들은 다음과 같이 정리된다. (주 : * 마-크는 최적의 값을 의미함)

$$i) x_{k+1}^* = Ax_k^* + Bu_k^* \text{ 에서 매 시간 Step별 상태변수를 계산한다.} \quad (6)$$

(단, $X(0)$ 는 주어짐)

ii) λ_k^* 의 계산과정은 아래와 같고, 최종 Step의 λ_N 값은 경계조건이 된다.

$$\lambda_k^* = \frac{\partial R(x_k, u_k, k)}{\partial x_k} + \left[\frac{\partial (Ax_k + Bu_k)}{\partial x_k} \right]^T \lambda_{k+1}^* \text{ 에서}$$

$$\lambda(k) = A^T \lambda(k+1) - a X(k) \quad (7)$$

$$\lambda_N = \frac{\partial g(x_N)}{\partial x_N} \text{ 에서 } \lambda_N \text{의 경계조건을 구한다.} \quad (8)$$

$$iii) \frac{\partial J^*_k}{\partial u_k} = 0 = \frac{\partial R(x_k, u_k, k)}{\partial u_k} + \left[\frac{\partial (Ax_k + Bu_k)}{\partial u_k} \right]^T \lambda_{k+1}^* \text{ 에서}$$

$$u_k^* = f(\lambda^*, k) \text{로 표현된다.} \quad (9)$$

3. 爐心 動特性 방정식과 선형 상태함수식

본 연구를 위해 고려된 가정사항과 전제조건은 다음과 같다.

- (1) 노심내 핵연료는 균질한 분포로써 지발중성자의 탄생에너지는 1개군으로 단순화하고 열중성자의 공간적인 확산을 무시한 1점의 근사화 모델로 가정한다.
- (2) 비상정지시, 혹은 영출력 운전과 같은 비정상적인 운전에 대한 거동 문제는 고려하지 않는다.
- (3) 부하추종 운전의 과도시간중 냉각재의 입구온도 변화와 보온 농도의 변화는 없다.
- (4) 냉각재 입구온도 변화와 보온농도의 변화량은 제어봉의 움직임과는 서로 Decoupling 되어 있다.
- (5) 제어봉 움직임의 Dead Band는 항상 일정한 Threshold값 이상으로 유지된다.
- (6) 최적 제어 량은 외부 제어요소인 제어봉 위치변위만을 최적 량이 되도록 설정한다.
- (7) 독물 질에 의한 부반응도 효과는 수분 이내 짧은 과도기간 중에는 평형상태로써 무시한다.
- (8) 제어봉의 모델은 1개 다발물치의 제어봉을 가정하여 이동거리에 비례한 선형특성을 갖는다.
- (9) 냉각재 열 전달과 열수력학적 동특성은 적당한 평균적 특성을 갖는 1개의 연료 붕을 고려하고, 노심 전체를 대표하는 연료 붕의 열은 냉각재로 모두 전달되는 집중정수제로 근사화한다.

이러한 가정사항들을 전제로 하여 연속함수의 핵적-열수력학 동특성 방정식은 고유의 비선형 상태 함수로써 섭동이론 [참고문헌 (3)]을 이용하여 선형화하고 미소변위에 대해서 해석적인 접근이 가능한 새로운 노심-열수력 방정식을 얻는다.

$$\frac{d\delta P(t)}{dt} = \frac{(\rho_0 - \beta) \delta P(t)}{l} + \lambda \delta C(t) + \frac{P_0}{l} \delta \rho(t) + \frac{1}{l} \delta P(t) \delta \rho(t) \quad \text{----- (10)}$$

$$\frac{d\delta C(t)}{dt} = \frac{\beta \delta P(t)}{l} - \lambda \delta C(t) \quad \text{----- (11)}$$

$$M_f c_f \frac{\partial \delta T_f(t)}{\partial t} = k \delta P(t) - \frac{1}{R} [\delta T_f(t) - \delta T_c(t)] \quad \text{----- (12)}$$

$$M_c c_c \frac{\partial \delta T_c(t)}{\partial t} = \frac{1}{R} [\delta T_f(t) - \delta T_c(t)] - 2W_0 c_c [\delta T_c(t) - \delta T_{in}(t)] \quad \text{----- (13)}$$

여기서, $\delta \rho(t) = \delta \rho_{rod}(t) - (\alpha_f + \alpha_m) \delta T(t)$

$\delta \rho_{rod}(t) = \rho_{rod} \delta U(t)$, (위 식에 사용된 문자의 약어는 [표-1] 및 참고문헌 (3) 참조)

위 선형화한 특성방정식을 이산시간 함수로 변환하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \delta P(k+1) \\ \delta C(k+1) \\ \delta T_f(k+1) \\ \delta T_c(k+1) \end{pmatrix} = \Delta t \begin{pmatrix} 1 + \frac{\rho_0 - \beta}{l} & \lambda & -a_f & -a_c \\ \frac{\beta}{l} & 1 - \lambda & 0 & 0 \\ a & 0 & 1 - b & b \\ 0 & 0 & c & 1 - d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta P(k) \\ \delta C(k) \\ \delta T_f(k) \\ \delta T_c(k) \end{pmatrix} + \Delta t \begin{pmatrix} \frac{P_0 \rho_{rod}}{l} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \delta U(k) \quad \text{----- (14)}$$

단, $a = 1 / (M_f c_f)$, $b = k / (R M_f c_f)$, $c = 1 / (R M_c c_c)$
 $d = c + [2 W_0 / M_c (1 - \delta T_{in,0})]$, $\Delta t = \text{Sampling time}$

4. 目的函數의 設定과 函數式

본 문제를 해석하기 위한 목적함수는 요구된 원자로 출력의 편차의 제곱과 요구된 제어량의 제곱의 합을 최소로 하는 문제로 볼 수 있다. 즉, 다음의 2차함수형태(Quadratic Function)로 표현된다.

$$\text{Min } J = \frac{1}{2} [P \int_0^t \{P^d(t) - P(t)\}^2 + Q U^2(t) dt] \quad \text{----- (12)}$$

여기서, P, Q : 목적함수의 가중치, $P^d(t), P(t)$: 요구출력 및 실제출력 변화량
 $U(t)$: 제어 입력치 (제어봉 위치변화량)

위 식을 이산 화한 시간함수 형태는 다음과 같은 이산형 목적함수의 결과식 (13)을 얻는다.

$$\text{Min } J_D = \frac{1}{2} \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} [P \{X_1^d(k) - X_1(k)\}^2 + Q U_1^2(k)] \text{-----} \quad (13)$$

여기서, k : 시간인덱스, $X_1^d(k) = P^d(k)$, $X_1(k) = P_1(k)$, $g(X_1(N)) = 0$

5. 制御 알고리즘

최적 해를 찾기 위한 계산 알고리즘은 라그랑주 변수 $\lambda(k)$ 는 최종시간의 경계조건인 $\lambda(N)$ 값을 이용하여 역방향(Backward)으로 계산하고, State 변수는 초기 경계조건인 $X(0)$ 에서 순방향(Forward)으로 계산한다. 이러한 계산기법에는 경사 탐색법(Gradient Search Method)을 활용하였다. 最大 傾斜法은 새로운 탐색점 U^{*+1} 은 이전의 시작점 U^i 에서 최대 경사도의 기울기 방향인 D^i 을 향해서 Ψ 스텝의 크기만큼 이동한 점을 찾는다. 즉, $U^{*+1} = U^i + \Psi D^i$ 를 찾는다.

最大 傾斜法の 계산 과정과 알고리즘의 정리

- (1). 초기화한 입력자료에서 목적함수(J) 값을 계산하고 제어변수에 대한 경사도(D)를 계산한다.
- (2). 초기 조작량 값인 $U^0(k)$ 을 가정(Guess)하고, Iteration은 0으로 Set한다
- (3). $\lambda(N) = \lambda^i(N)$, $X(0) = X_0$ 으로 초기경계 조건을 Setting하고, 이를 이용하여 초기상태함수값 ($X^0(k)$)과 Co-state값 ($\lambda^0(k)$)의 초기 알고리즘 계산을 수행한 후, 그 결과인 State값과 Co-state값을 저장한다.
- (4). 최적해인 목적함수의 극점을 찾기 위해서 최대경사법으로 Iteration을 수행한다.
 $U^{*+1} = U^i + \Psi D^i$, 여기서, Ψ : 최적스텝의 크기,
 $D^i = - \text{Gradient } J = - \partial J / \partial U_i$: 최적해의 방향
- (5). 최종계산의 수렴상태를 검사한다. 즉, $0 < \Delta G^{i+1}(k) - \Delta G^i(k) < \gamma$ 가 만족되는 지를 확인한다. 만족되면 State, Co-state의 Trajectory 를 Print-Out한다. 또한, Optimal Control Vector의 Trajectory를 $U_k = f(\lambda, k)$ 로 부터 계산하여 출력한다. 수렴조건을 만족되지 않으면 위 (4)의 과정으로 되돌아가서 수렴할 때까지 작업을 계속한다.

6. 시뮬레이션 (Simulation) 및 性能考察

부하추종운전의 성능을 조사하기 위해서 요구된 출력준위 변화량은 보다 보수적인 제어입력인 [-0.1, -0.2, -0.5 Per Unit] 값의 계단입력 변화량으로 선정하였다. 이들 요구 출력치 변화량은 실제 안전운전 제한치인 $\pm 0.1\text{PU}$ 보다 훨씬 보수적인 변화입력이 사용되었다. [표 1]에서 국내 상업운전 중인 고리 1호기 초기 노심의 자료를 시뮬레이션의 입력자료로 활용하였다. 샘플링 시간은 비교적 여유를 갖는 매 1초간으로 선정하였다. [그림 2, 3]에서 요구된 출력변화량에 따른 각 상태변수의 변화량과 제어입력 및 Co-State Value인 라그랑주 승수 변화량을 각각 보여준다. 출력 변화량 편차크기는 다소 차이가 있으나 전형적인 상태변수의 궤적은 유사한 형태를 보인다. 대략 30번의 샘플링시간 (30초 정도)이내에 모든 과도기 시간을 종료하고 정상 편차가 오차 허용범위 이내에 도달하였다. 노심에서 중성자속과 중성자 선행해자가 급격하게 변하는 추이에 비하여 노심의 온도 상승과 하강 변화량 기울기는 비교적 완만하고 허용된 안전운전 범위이내에서 거동한다. 급격한 온도상승과 하강을 피할 수 있어 좋은 성능의 결과를 보이고 있다. 또한, 제어봉의 변화량은 요구된 출력변화량의 크기에 상응하여 비교적 완만하게 이동하여 최적의 위치로 움직이고 있다.

8. 結論

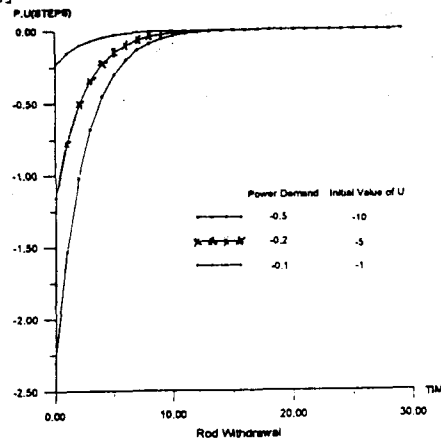
폰트리아진의 最大値 原理를 적용한 原子爐 출력제어의 개선된 응답특성은 기존 原電의 부하추종운전 능력을 향상시키기 위한 개선된 알고리즘의 방법으로 제안되었고, 기존 제어기에 On-Line화하여 Open Loop상태로 운전하여 그 적용성에 대한 평가가 가능하고, 이 방법은 원자로 운전상태 변화에 따른 플랜트의 상태변화시에 잘 적응되어 운전될 수 있는 새로이 개선된 방법이었다. 최적화 제어 기법의 적용은 대형 System에 대한 경제적 평가와 성능평가를 위해서 주로 이용되고 있으나, 원자로 제어와 같이 다소 복잡한 비선형 단일 플랜트에서 실시간 제어의 수단으로 활용되어 보다 향상된 제어의 성능을 보여줌으로써 이 분야의 實用성에 대한 보다 많은 研究가 기대된다.

<참고문헌>

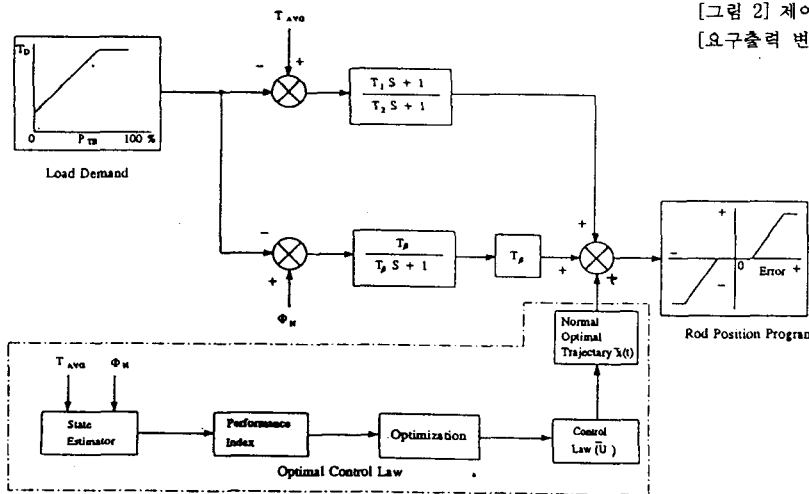
- (1) M.S. Yim and J.M Christenson, "Application of Optimal Control Theory to a Load-Following Pressurized Water Reactor" Reactor Operations, Nuclear Technology, Vol.100, Dec. 1992
- (2) "원자로의 동특성과 제어" 고병준, 김창효역
- (3) E. Kirk, "Optimal Control Theory", Prentice-Hall Inc.,
- (4) M. Drouin and H. Abou-Kandil, "Control of Complex system : Methods and Technology"
- (5) E. Bryson and YU-Chi Ho, "Applied Optimal Control : Optimization, Estimation and Control"
- (6) 고리 원자력 1호기 최종안전성 분석보고서 제4장

[표 1] 시뮬레이션에 사용된 상수입력 데이터값 [참고문헌 (6)]

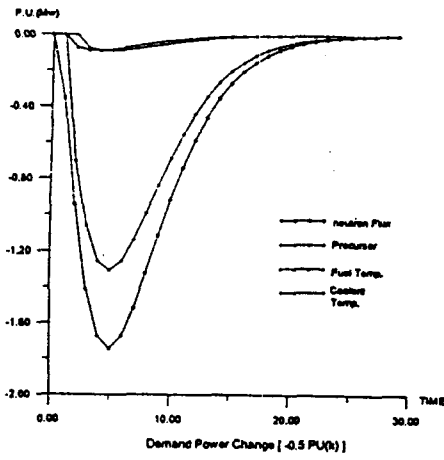
Description	Symbols	Values
Normal Full Power	P_0	2875 MWth
Normal Neutron Flux	ϕ_0	3.0×10^{15}
Precursor Density	C_0	2875 MWth C_0
Delayed Neutron Fraction	β	0.053
Precursor Decay Constant	λ	0.08
Neutron Effective Life Time	l	1.25×10^{-3} sec
Total Fuel Mass	M_f	684.1 kg
Total Coolant Mass	M_c	1386 kg
Fuel Specific Heat Capacity	C_f	214.9 J /kg $^{\circ}$ C
Coolant Specific Heat Capacity	C_c	4186 J /kg $^{\circ}$ C
Fuel Thermal Resistance	R_f	0.225 $^{\circ}$ C/MW
Fuel Temp. Coefficient	α_f	2.0×10^{-2} mk/ $^{\circ}$ C
Coolant Temp. Coefficient	α_m	25.0×10^{-2} mk/ $^{\circ}$ C
Rod Reactivity Worth	ρ_{rod}	15.3 mk/step



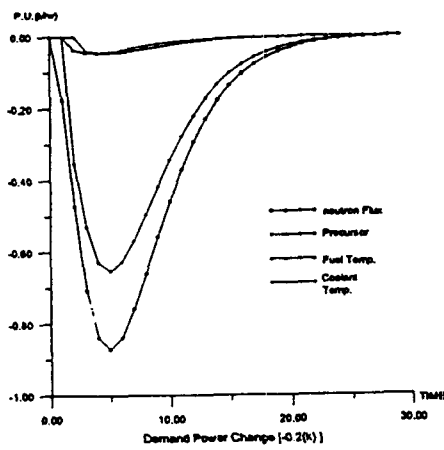
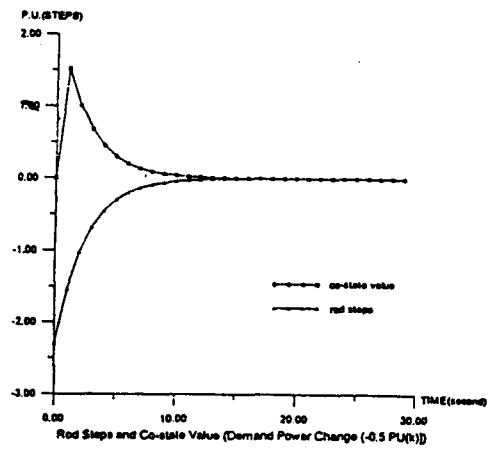
[그림 2] 제어봉 움직임의 최적화 변화량
[요구출력 변화량 : -0.1, -0.2, -0.5 PU]



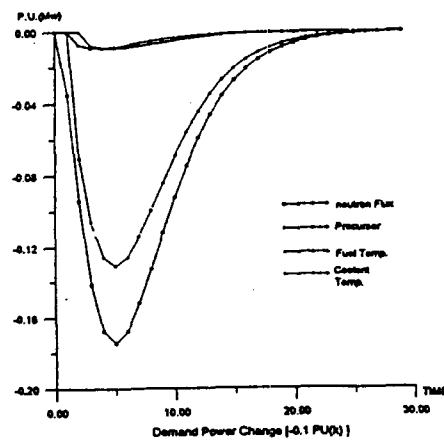
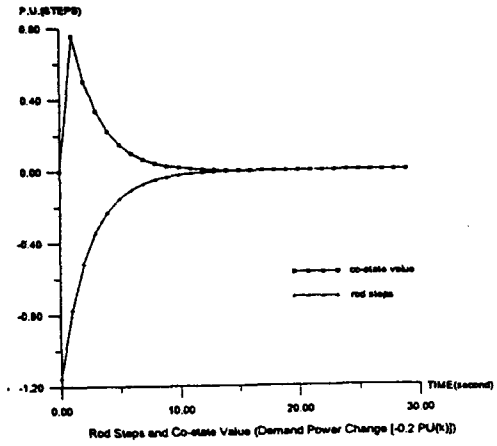
[그림 1] 원자로 출력제어를 위한 최적화 제어 컴퓨터-터 활용개념도



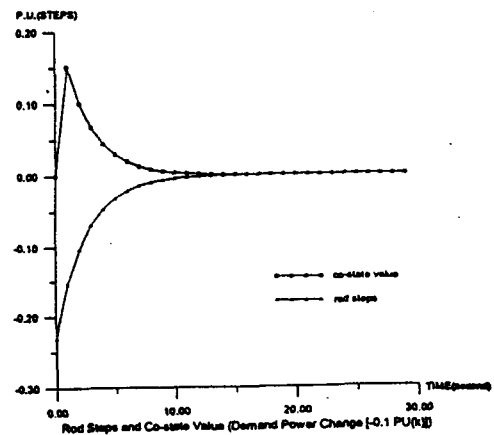
(가) 부하요구출력 [-0.5 PU] 변화시



(나) 부하요구출력 [-0.2 PU] 변화시



(다) 부하요구출력 [-0.1 PU] 변화시



[그림 3] 요구출력 변화에 따른 상태변수, 제어입력 및 라그랑주변수의 응답변화도