

항공기용 터보제트 엔진의 실시간 선형모사와 터빈 입구온도 제어에 관한 연구

A Study on Real Time Linear Simulation and Turbine Inlet Temperature Control of Aircraft Turbojet Engine

기자영*, 김석균, 공창덕 (조선대학교)

요 약 문

DYGABCD 프로그램을 이용해 선형모델의 구성에 필요한 시스템 행렬을 구하고 최소자승법을 이용하여 실시간 선형모사를 행한 후 DYNGEN 프로그램을 이용한 비선형 모사와 비교하여 그 타당성을 입증하였다. 그리고 가제어성과 가안정성을 시험하여 시스템에 대해 제어기설계가 가능한지 확인하고 엔진의 성능과 직결되는 터빈입구 온도의 Overshoot 제어를 위해 고전적 제어기법인 PI제어기와 현대적 최적제어기법인 LQR 제어기를 설계하여 각각의 성능을 비교해 보았다.

1. 서 론

항공기는 매우 다양한 조건하에서 운용되므로 성능과 안전성에 있어 신뢰성이 보장되어야만 한다. 따라서 항공기의 성능과 안전성에 절대적인 영향을 미치는 엔진의 성능모사는 매우 중요하다 할 수 있으며 엔진이 최적의 성능을 발휘하기 위해서는 제어기의 설계 또한 필수적이다. [8]

제어기의 설계에 있어 보다 일반적인 제어이론의 적용을 위해서는 실제 비선형적 거동을 보이는 엔진의 선형화가 선행되어야 한다. 또한 다양한 운용범위를 가지고 있는 항공기용 엔진에 있어 엔진의 상태는 운용조건에 따라 변하게 되므로 보다 정확한 모사를 위해서는 실시간 선형모사가 수행되어야 한다. [3]

본 연구에서는 엔진의 선형모델에 필요한 시스템 행렬을 DYGABCD 프로그램을 이용하여 엔진 작동영역에 대해 Scheduling하여 구하였고, 실시간 선형모사에는 Sample 행렬들을 다항식의 형태로 함수화 하여 Interpolation하는 최소자승법을 이용하였다. 그리고 현재 널리 사용중인 CF-6 엔진의 비선형 동적 모사를 비롯하여 이미 국내에서 선행되었던 연구들로 그 신뢰성을 인정받은 대표적인 비선형 동적 모사 프로그램인 DYNGEN을 이용하여 비선형 모사를 수행한 후 선형모사와 비교하여 그 타당성

을 입증하였다. [1],[2],[9],[10],[12]

갑작스런 운용조건 변화에 따른 터빈 입구 온도의 Overshoot는 엔진의 성능은 물론 항공기 전체의 안전성에 절대적인 영향을 미친다. 따라서 이러한 Overshoot의 방지를 위해서는 효과적인 제어기의 설계가 수행되어야 하는데 본 연구에서는 고전적 제어기법인 PI 제어기와 현대적 최적제어기법인 LQR 제어기를 설계하여 각각의 성능을 비교해 보았다.

2. 연구대상엔진

3단 축류 압축기, 환형(Annular)연소기, 1단 축류 터빈 및 수축노즐을 가지고 있는 단축 소형 터보제트 엔진으로 이 엔진의 구성품에 대한 Station NO.는 그림 1과 같으며 성능 Map은 그림 2,3,4와 같다. 또한 표 1은 비선형 모사 및 선형 모사에 이용된 설계점이다.

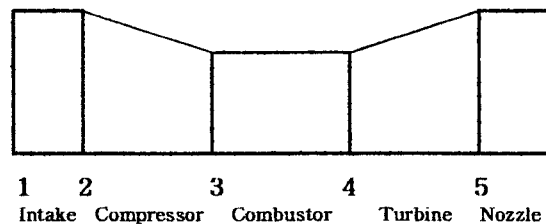


Figure 1. The Station No. of Single Shaft Turbojet Engine

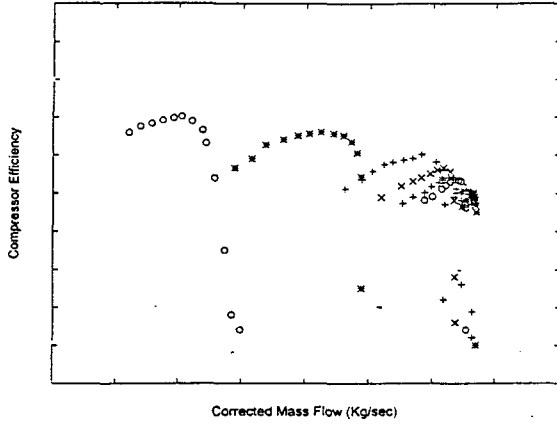


Figure 2. The Performance Curves of Compressor

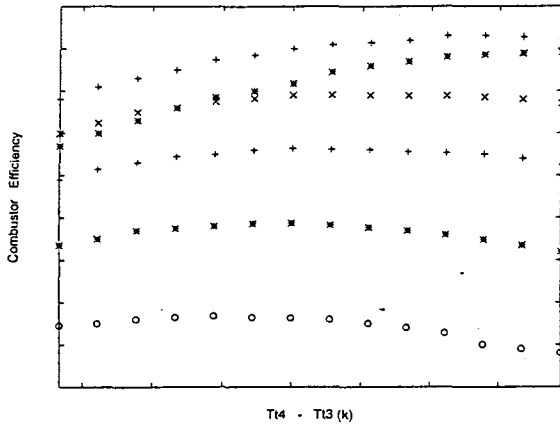


Figure 3. The Performance Curves of Combustor

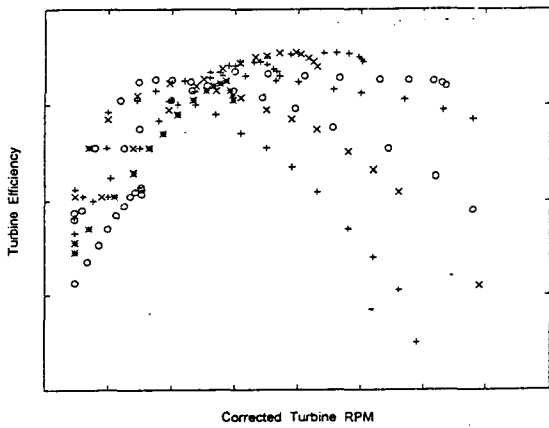


Figure 4. The Performance Curves of Turbine

Table 1. The Design Point of Small Single Shaft Turbojet Engine

항 목	설 계 점
비행고도(Km)	1.527
비행마하수	0.6
연료유량(Kg/sec)	0.119
압축기 압력비	3.47
압축기 효율	0.7894
공기유량(Kg/sec)	6.173
연소기 효율	0.99
터빈입구 온도(K)	1048
터빈단열효율	0.83
엔진로타회전수	28049
전추력(N)	3358
비연료소모율(Kg/N-hr)	0.159

3. 비선형 엔진의 구간 선형화

보다 일반적인 제어이론의 적용을 위해서는 비선형적 거동을 보이는 실제엔진에 대해 선형화가 선행되어야 한다. 구간 선형화를 위한 블록선도는 그림 5와 같다. [6]

비선형 시변 시스템을 나타내면 다음과 같다.

$$\text{상태방정식} : \dot{x} = f(x, u) \quad (1)$$

$$\text{출력방정식} : y = g(x, u) \quad (2)$$

여기에서 x 는 엔진의 시변 상태벡터, u 는 엔진에 대한 시스템 제어입력벡터, y 는 엔진의 출력벡터이다.

비선형 시스템의 선형화에는 Taylor 급수 전개를 이용하였다. 즉 정상상태 작동점 (x_0, u_0) 에 대해 Taylor 급수 전개를 행한 후 2차 이상의 고차항을 무시하면 다음과 같이 선형화된 식으로 근사화 된다.

$$\Delta \dot{x} = \left(\frac{\partial \dot{x}}{\partial x} \right)_{op} \Delta x + \left(\frac{\partial \dot{x}}{\partial u} \right)_{op} \Delta u \quad (3)$$

$$\Delta y = \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{op} \Delta x + \left(\frac{\partial y}{\partial u} \right)_{op} \Delta u \quad (4)$$

여기에서 $\Delta x = x - x_0$, $\Delta u = u - u_0$ 이다.

실제 시스템에서는 상태, 입력, 출력이 여러개 이므로 다음과 같이 Matrix 형태로 나타낸다.

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x + B \Delta u \quad (5)$$

$$\Delta y = C \Delta x + D \Delta u \quad (6)$$

여기에서 A는 상태행렬, B는 제어행렬, C는 출력행렬, D는 Direct Couple 행렬이고 다음과 같이 정의한다.

$$A = [a_{ij}] = [\partial f_i / \partial x_j] \quad (n \times n), \quad (7)$$

$$B = [b_{il}] = [\partial f_i / \partial u_l] \quad (n \times r), \quad (8)$$

$$C = [c_{kj}] = [\partial g_k / \partial x_j] \quad (m \times n), \quad (9)$$

$$D = [d_{kl}] = [\partial g_k / \partial u_l] \quad (m \times r), \quad (10)$$

여기에서 $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, n$, $k = 1, 2, \dots, m$, $l = 1, 2, \dots, r$ 이다.

또한 대상엔진에 대해 상태변수를 엔진의 로타회전수, 압축기 출구압력, 터빈 입/출구에서의 온도로 하고 제어입력변수를 연료유량, 출력변수를 엔진의 로타회전수로 하였다. (Figure 1. 참조)

$$\begin{aligned} \delta x &= [\delta N \quad \delta P_3 \quad \delta T_4 \quad \delta T_5]^T \\ \delta u &= \delta W_f, \quad \delta y = \delta N \end{aligned} \quad (11)$$

항공기용 가스터빈 엔진에 있어 연료 유량을 증가시키면 엔진의 로타회전수가 변하게 되고 그에 따라 각 상태변수 또한 변하게 된다. 따라서 상태방정식의 행렬들 또한 엔진로타 회전수에 따라 변해야만 한다. 따라서 본 연구에서는 엔진의 운용범위를 80% 엔진로타 회전수에서 95% 엔진로타 회전수로 잡고 5% rpm 간격으로 구간을 나누어 시스템 행렬을 구하였다. 4개의 상태변수 중 엔진의 로타회전수, 터빈 입, 출구 온도를 고려하였으며 연료유량은 스텝증가

하는 것으로 가정하였다

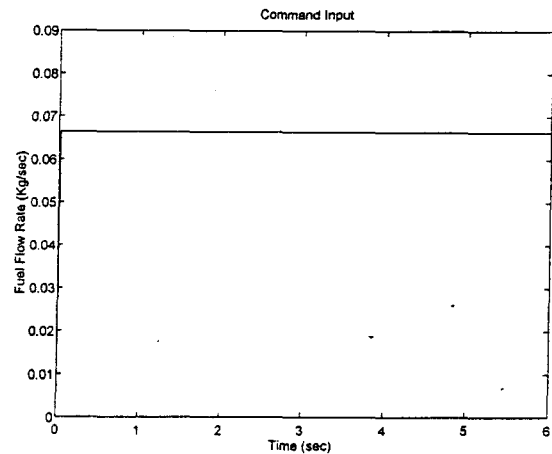


Figure 6. The Fuel Flow Rate of Step Input for Acceleration of Engine Rotational Speed

4. 실시간 선형모사

실제 엔진의 거동에 가장 가까운 비선형 모사에 보다 근접할 수 있는 선형모사를 위해서는 실시간 선형모사가 수행되어야 한다. 본 연구에서는 실시간 선형모사를 위해 Sample Data들을 다항식의 형태로 함수화 하여 Interpolation하는 최소자승법을 이용하였으며 원리는 다음과 같다. [4],[5]

먼저 분점 $x_i (i=0, 1, 2, \dots, n)$ 에서 함수값 $f(x_i)$ 가 주어지고 $P(x)$ 를 근사함수라고 하면, 근사함

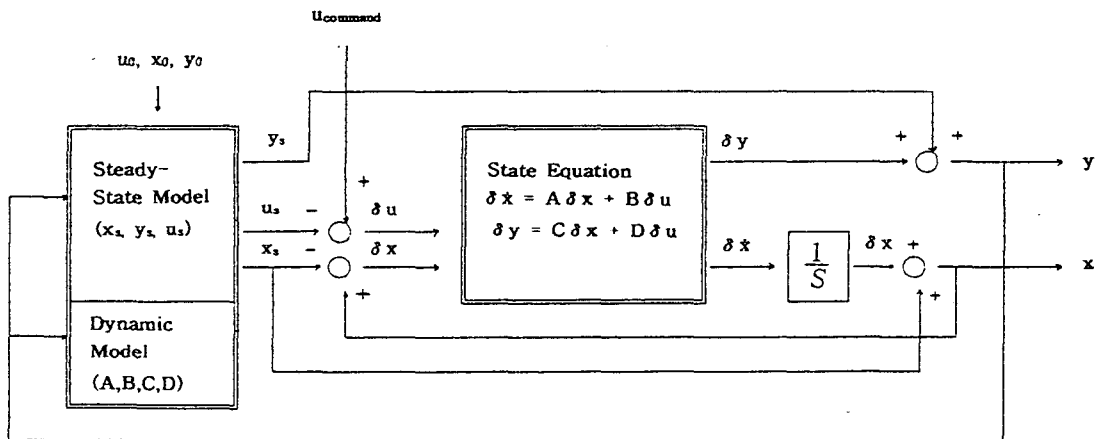


Figure 5. The Block diagram of Piecewise Linear Engine Model

수 $P(x)$ 와 함수 $f(x)$ 는 각 분점 x_i 에서

$$f_i = f(x_i) - P(x_i), \quad i = 0, 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

의 차이를 갖게되는데 최소자승법은 이들 차의 제곱의 합이 최소가 되도록 하는 것이다. 즉,

$$\sum_{i=0}^n f_i^2 = \sum_{i=0}^n [f(x_i) - P(x_i)]^2 \quad (13)$$

여기에서 근사함수 $P(x)$ 를 n 차 다항식이라 가정하면 다음과 같다.

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \quad (14)$$

최소자승법에 있어 적합한 차수의 선정은 경험적으로 'Sample Data 수 - 1' 이다.

따라서 본 연구에서는 근사함수 $P(x)$ 를 3차식 까지 고려하였으며, 5% rpm 간격으로 구한 시스템 행렬 중에서 상태행렬 A와 제어행렬 B의 각 요소들을 엔진로타 회전수에 대해 다항식의 형태로 함수화 하였을 때 식 (14)의 계수들은 표 2와 같다.

Table 2. The Coefficients of Polynomial for Elements of Matrix A, B

	a_3	a_2	a_1	a_0
A(1,1)	-0.0001	0.0131	0.0315	-13.618
A(2,2)	0.2	-5	41	-1382.6
A(3,3)	-0.008	0.2179	-3.3456	-370.83
A(4,4)	-0.2	5.4	-75.5	-4222.7
B(1,1)	-11.4	492.5	-5255.9	345.1

실시간 선형모사의 타당성을 검증하기 위해 비선형 동적 모사 프로그램 중 다양한 형태의 엔진에 대해 원래의 프로그램에 대한 많은 수정 없이 사용자가 간편하게 사용할 수 있으며 현재 사용중에 있는 CF-6엔진의 비선형 동적 모사를 비롯해 국내의 앞선 연구들에서 이미 그 신뢰성을 인정받은 프로그램인 DYNGEN에 소형 터보제트 엔진의 성능 Map을 DYNGEN의 Block Data 형식에 맞게 수정, 삽입하여 수행한 후 실시간 선형모사의 결과와 비교하였다. [10],[12]

그림 7,8,9는 비선형 동적 모사와 실시간 선형모사의 비교 결과이며 잘 일치하는 것을 볼 수

있다.

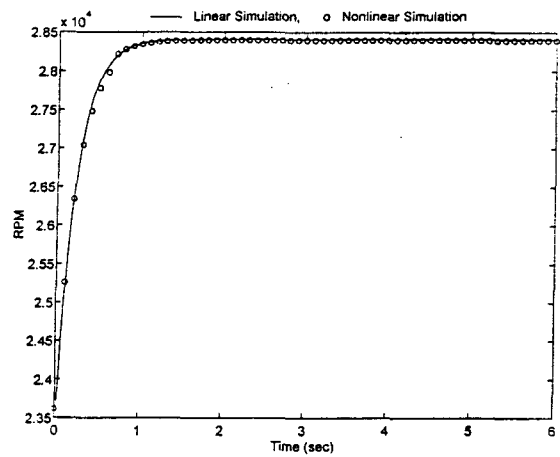


Figure 7. The RPM Response of Real Time Piecewise Linear Model

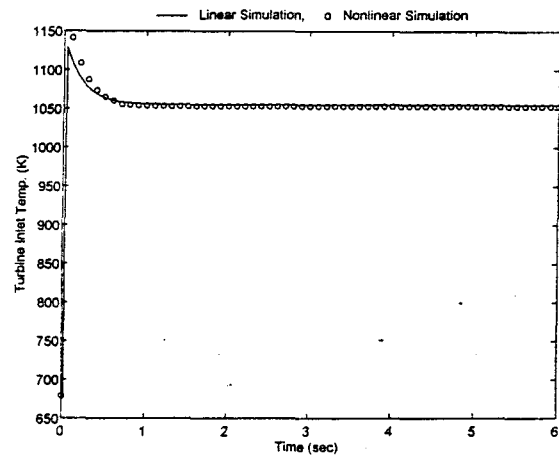


Figure 8. The Turbine Inlet Temperature Response of Real Time Piecewise Linear Model

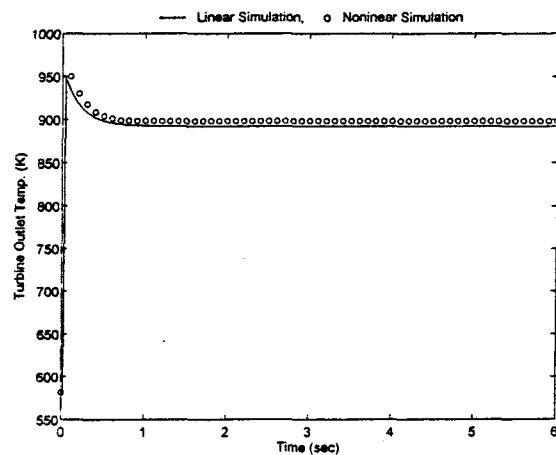


Figure 9. The Turbine Outlet Temperature Response of Real Time Piecewise Linear Model

5. 제어기의 설계

그림 8에서 보면 터빈입구 온도에서 Over-shoot가 발생하고 있다. 이러한 Overshoot는 터빈에 과도한 열응력을 발생시켜 구조적인 손상을 야기시켜 결국은 엔진 전체의 작동을 중단시킬 수 있다. 따라서 터빈입구 온도의 Overshoot 제어는 엔진의 성능은 물론 항공기 전체의 안전성 문제에 있어서도 매우 중요하다 할 수 있다.

따라서 본 연구에서는 이러한 터빈입구 온도의 Overshoot를 효과적으로 제어하기 위해 제어기 설계가 가능한지의 여부를 시스템의 가제어성과 가안정성을 시험하여 알아보고 고전적 제어기법인 PI 제어기와 현대적 최적제어기법인 LQR 제어기를 설계하여 각각의 성능을 비교해 보았다. [7],[8],[11],[12],[13]

5-1. 가제어성 및 가안정성

제어기를 설계하려면 시스템이 제어 가능하고 안정 가능해야 한다. 선형 시스템에 대해서는 가제어성과 가안정성을 시험하는 방법으로 크게 2가지가 있다.

그 중 하나는 고전적 접근법으로 가제어성 행렬을 다음과 같이 구성하고 rank를 조사한다.

$$Mc = [B : AB : A^2B : \dots : A^{n-1}B] \quad (15)$$

여기에서 $A : n \times n$, $B : n \times r$ 이다.

만약 $\text{rank}(Mc) = n$ 이면 제어가 가능하고 $\text{rank}(Mc) < n$ 이면 제어 불가능하다.

시스템이 제어 가능하면 안정 가능하다고 말할 수 있다.

그러나 시스템이 제어 불가능하다 하더라도 안정가능 할 수는 있고 안정가능하기만 하다면 제어기를 설계할 수 있으므로 시스템의 고유값과 고유벡터를 이용하는 두 번째 방법인 모드 접근법을 이용하여 가안정성을 시험해본다.

모드접근법을 이용하기 위해 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \text{상태방정식 : } \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ &= Ax(t) + \sum_{k=1}^m b_k u_k(t) \quad (16) \end{aligned}$$

상태벡터의 시간해 :

$$x(t) = \sum_{i=1}^n (w_i^T \xi) v_i e^{\lambda t} + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m (w_i^T b_k) v_i \int_0^t e^{\lambda(t-\tau)} u_k(\tau) d\tau \quad (17)$$

여기에서 w_i 는 좌측고유벡터, v_i 는 우측고유벡터, λ 는 고유값이다.

(18)식에서 $w_i^T b_k = 0$ 이면 모드 i 는 입력 $u_k(t)$ 로부터 제어불가능 하다고 말한다. 모든 $k=1,2,\dots,m$ 에 대해 $w_i^T b_k \neq 0$ 이 성립하면 즉 $w_i^T B \neq 0$ 이면, 모드 i 는 모든 입력으로부터 제어 가능하다고 말한다. 그리고 제어 불가능한 모드의 고유값의 실수부가 음수이면 안정 가능하다고 말한다.

본 연구에서는 먼저 고전적 접근법으로 가제어성을 시험해본 결과 가제어성 행렬의 rank와 n 이 모두 '4'로서 시스템이 제어 가능하여 결국 안정 가능함을 확인하였으므로 모드해석법은 사용하지 않았다.

5-2. PI 제어기

PI(Proportional - Integral)제어기의 형태는 다음과 같다.

$$m(t) = k_p(\Delta(t) + k_I \int_0^t \Delta(\lambda) d\lambda) \quad (18)$$

여기에서 Δ 은 제어입력, $m(t)$ 은 제어 출력, λ 는 적분에 대한 가상변수, k_p 는 비례게인, k_I 는 적분게인이다.

따라서 PI 제어기의 전달함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G_c(s) &= \frac{M(s)}{\Delta(s)} = k_p \left[1 + \frac{k_I}{s} \right] \\ &= k_p \left[\frac{s + k_I}{s} \right] \quad (19) \end{aligned}$$

여기에서 비례게인 k_p 는 그 값이 클수록 정상상태 오차를 줄이는 특성을 가지며 적분게인 k_I 는 과도응답에 대한 감쇠효과를 가진다.

따라서 적절한 제어를 위해서는 이 두 게인값의 조화가 필요하며 그 값은 시행착오법을 이용하여 $k_p = 0.54$, $k_I = 0.001$ 과 같이 정하였다. 그림 10,11은 PI제어기법의 결과이다.

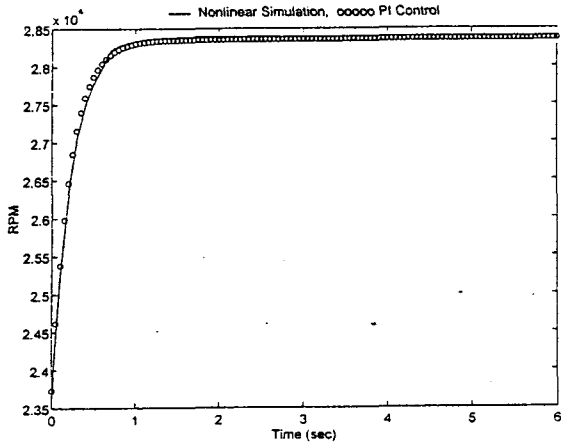


Figure 10. The RPM Control Result of PI Controller in Step Input

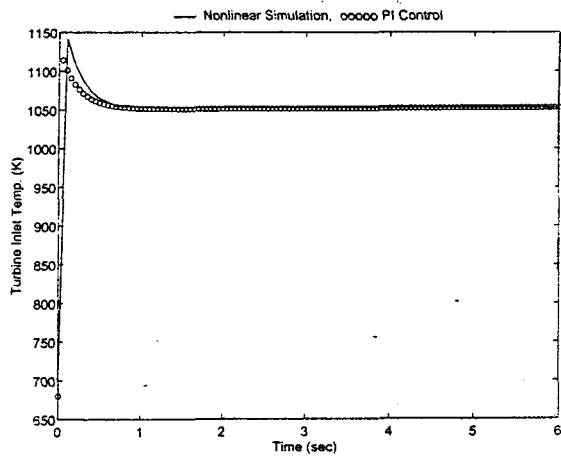


Figure 11. The TIT Control Result of PI Controller in Step Input

5-3. 최적 LQR 제어기

최적 LQR(Linear Quadratic Regulator) 제어기를 설계하기 위한 시스템의 상태방정식을 다음과 같이 정의한다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (20)$$

여기에서 $x \in R^n$, $u \in R^m$ 이고 초기상태 $x(0)$ 는 0으로 가정한다.

그리고 가격함수 J 를 다음과 같이 정의한다.

$$J = \int_0^{\infty} (\delta x^T F \delta x + \delta u^T G \delta u) dt \quad (21)$$

여기에서 F 는 상태가중행렬이고 G 는 제어가중행렬이다. 이 가격함수를 최소화 할 수 있는 최적제어법칙 δu 를 다음과 같이 나타낼 수 있으며

$$\delta u = K \delta x = -G^{-1}B^T S \delta x \quad (22)$$

여기에서 S 는 양의 반한정 대칭행렬로서 다음

과 같은 제어 대수 Riccati 방정식(CARE)의 유일한 해이다.

$$0 = SA + A^T S + F - SBG^{-1}G^T S \quad (23)$$

결국 LQR 제어기의 설계는 F 와 G 의 적절한 선정이 문제이며 본 연구에서는 시행착오법에 의해 그 값을 다음과 같이 정하였다.

$$F = [r],$$

$$G = [1/r \ 0 \ 0 \ 0 ; 0 \ 1/r \ 0 \ 0 ; 0 \ 0 \ 1/r \ 0 ; 0 \ 0 \ 0 \ 1/r],$$

$$r = 18,500 \quad (24)$$

또한 제어 게인 K 는 MATLAB을 이용하여 시행착오법을 통해 적절한 값을 구하였으며 다음과 같다.

$$K = [0.0307 \ 0.6554 \ 0.0141 \ -0.0004] * 10E-02 \quad (25)$$

그림 12,13은 LQR 제어기법의 결과이다.

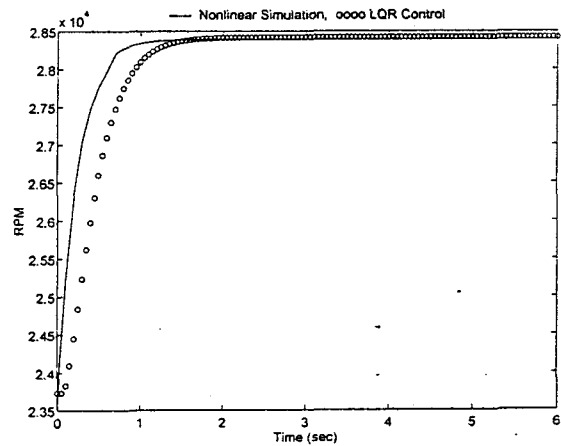


Figure 12. The RPM Control Result of LQR Controller in Step Input

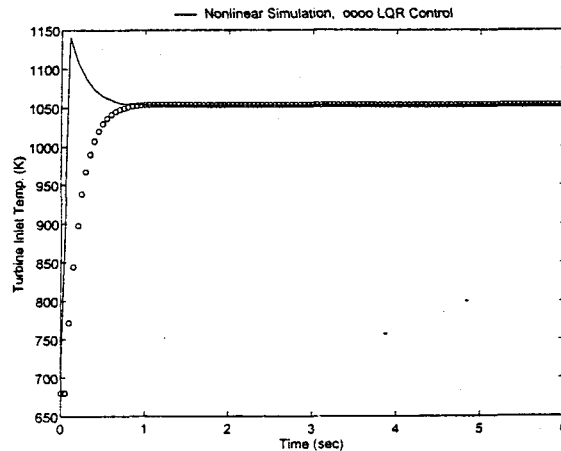


Figure 13. The TIT Control Result of LQR Controller in Step Input

6. 제어기 성능 비교

두 제어기의 성능비교를 위해 RPM과 터빈입구 온도의 정상상태 도달시간, 정상상태 오차, % Overshoot값을 사용하였다.

표 3에서 볼 수 있듯이 PI제어기는 정상상태 도달시간면에 있어 비선형 모사결과보다 RPM은 0.4 sec, 터빈입구 온도는 0.5sec 정도 더 빠르기는 하였으나 터빈입구 온도의 Overshoot 제어에 있어서는 약간 감소만 시켰을 뿐 완전히 제거하지 못하였다. 반면 LQR 제어기는 정상상태 도달시간면에 있어 비선형 모사결과보다 RPM은 1.0 sec, 터빈입구 온도는 0.6sec 정도 더 지연되기는 하였으나 본 연구의 목적인 Overshoot를 완전히 제거하였다. 정상상태 오차에 있어서는 두 제어기 모두 0.4% 이내로 바람직한 성능을 보이고 있다.

이로서 터빈입구 온도의 Overshoot를 제어하는데는 고전적인 PI 제어기보다는 현대적 제어기법인 최적 LQR 제어기가 더 효과적임을 알 수 있다.

Table 3. The Comparison of Control Results with PI & LQR Controller

	RPM		
	Nonlinear	PI	LQR
Steady State Value	28394.4	28352	28417
Steady State Error (%)	.	0.15	0.08
Settling Time (sec)	2.1	1.7	2.7

	Turbine Inlet Temperature		
	Nonlinear	PI	LQR
Steady State Value (K)	1052.8	1051	1056.3
Steady State Error (%)	.	0.17	0.33
Settling Time (sec)	1.9	1.4	2.0
% Overshoot	8.4	7.51	0

7. 결 론

보다 일반적인 제어이론의 적용을 위한 선형 모델을 구하기 위해 DYGABCD를 이용하여 5% rpm 간격으로 시스템 행렬들을 구하고, 비선형 모사에 좀 더 근접하도록 최소자승법을 이용하여 실시간 모사를 수행하였으며 정상상태 도달시간 및 정상상태 도달시 오차 등에 있어 만족할만한 결과를 보였다.

터빈입구 온도의 Overshoot 제거를 위해 PI 제어기와 LQR제어기를 설계하여 그 성능을 각각 비교해본 결과 현대적 최적제어라 불리는 LQR제어기가 효과적으로 Overshoot를 제거함을 확인하였다.

추후 본 연구대상 엔진에 대한 실험과 제어기의 하드웨어적 구성을 통해 본 연구 결과에 대한 검증이 따라야 할 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

1. Sellers, J. F., and Daniele, C. J., 1975 "DYNGEN - A Program for Calculating Steady-State and Transient Performance of Turbojet and Turbofan Engines", NASA TN D-7901
2. Geysler, L. C., 1978, "DYGABCD - A Program for Calculating Linear A, B, C, D Matrices from a Nonlinear Dynamic Engine Simulation", NASA TP 1295
3. Ismail, I. H., and Bhinder, F. S., 1991, "Simulation of Aircraft Gas Turbine Engines", J. of Eng. for Gas Turbines and Power, Vol. 113, pp. 95~99
4. Mihalow, J. R., Roth, S. P., and Creekmore, R., 1984, "Real Time Pegasus Propulsion System Model V/STOL-Piloted Simulation Evaluation", J. of Guidance, Vol. 7, No. 1, pp.77~84
5. Smith, D. L., and Stammetti, V. A., 1990, "Sequential Linearization as an Approach to Real-Time Marine Gas Turbine Simulation", J. of Eng. for Gas Turbines and Power, Vol. 112, pp.187~191

6. Sugiyama, N., 1994, "Derivation of System Matrices from Nonlinear Dynamic Simulation of Jet Engines", J. of Guidance, Vol.17, No. 6, pp. 1320~1326
7. Smith, D. L., and Stammetti, V. A., 1990, "Comparative Controller Design for a Marine Gas Turbine Propulsion System", J. of Eng. for Gas Turbines and Power, Vol. 112, pp. 182~186.
8. 공창덕, 유상신, 김학봉, 부준홍, 이강웅, 1993, "전자식 엔진 제어기법 및 계통 설계에 관한 연구 (II)", ADD, ASDC-401-93578
9. 부준홍, 방문수, 이강웅, 유상신, 공창덕, 1993, " DYGABCD를 이용한 터보제트 엔진 선형모델의 특성 ", 한국항공우주학회지, 제21권, 제1호, pp. 81 ~ 90
10. 배학성, 김진곤, 부준홍, 이강웅, 유상신, 김종선, 1995, "DYNGEN을 이용한 터보제트 엔진의 모사", 한국항공우주학회 추계 학술발표 논문집, pp.241~246,
11. 한문섭, 공창덕, 1995, "선형 시뮬레이터를 이용한 터보제트 엔진의 LQR 제어", 한국항공우주학회지, 제23권, 제1호, pp 9~15
12. 김석균, 기자영, 공창덕, 1996, "소형항공기용 터보제트 엔진의 동적모사와 성능제어에 관한 연구", 1996' 한국항공우주학회 추계 학술발표 논문집, pp 285~290
13. 김종식, 1988, "선형 제어시스템 공학", 청문각