

복합재 압력용기의 돔 곡면형상 설계기법 연구

도 영대*, 윤 성호, 황 태경 (국방과학연구소)

1. 서론

필라멘트 와인딩 방법으로 제작되는 압력용기는 돔의 형상에 따라 섬유와 자오선에 대한 와인딩 각도와 두께가 변하며 와인딩에 의한 제작방법이 달라지므로 돔의 형상설계는 복합재 압력용기의 설계에 있어 가장 중요하게 고려되어야 한다.

복합재 압력용기는 돔의 형상에 따라 다음의 3가지 설계방법이 있다. 앞과 뒷 돔의 개구부(opening part) 반경이 같을 때 돔의 형상은 등장력 곡면형상[1]이 되며 필라멘트 와인딩방법은 helical 와인딩을 적용한다. 앞과 뒷 돔의 개구부반경이 다를 경우는 그림 (1)와 같이 압력용기의 길이와 직경의 비가 $L/D \leq 2$ 인 경우, 돔의 형상은 planar wound 돔형상[2]이 되며 와인딩 방법은 polar winding 방법을 적용한다. 앞과 뒷 돔의 개구부 반경이 다르고 $L/D > 2$ 인 경우는 와인딩 작업중에 돔위에서 필라멘트의 미끄러짐(slipping)이 많으므로 그림 (1)과 같이 섬유의 미끄러짐을 최대한 억제 한 "와인딩 안정성을 만족시키는 돔의 형상(혹은 modified helical wound 돔형상)"[3,4]로 설계되어야 하며 와인딩 방법은 4축이상의 컴퓨터 제어 방식의 와인딩 장비를 사용하여 헬리칼 와인딩 한다. 본 연구에서는 위에서 설명한 세가지 돔형상의 설계에 적용되는 이론을 간략히 요약하였고 이들의 이론을 바탕으로 수치해석을 하여 각 돔의 형상을 설계하였다.

2.1 망목이론(netting theory)에 의한 돔 형상의 설계조건

각 돔의 곡면형상 설계에 앞서 3가지 돔형상에 공통으로 적용되는 기초 이론을 먼저 기술하고 각각의 돔 곡면형상에 대한 이론을 기술하였다.

돔 내부에 내압이 작용할 때, 돔 내부의 면내 합응력은 다음과 같다.

$$N_p = \frac{PR_2}{2}, N_\theta = \frac{PR_2}{2} \left(2 - \frac{R_2}{R_1}\right) \quad (1)$$

여기서

$$R_1 = -\frac{(1+r^2)^{3/2}}{\ddot{r}}, R_2 = r\sqrt{1+r^2} \quad (2)$$

이며, P 는 내압, N_p 는 자오선방향의 면내 합응력, N_θ 는 원주방향의 면내 합응력을 의미하며 그림 (2)에서 알 수 있듯이 R_1 는 자오선방향의 주곡률반경(principal radius of curvature)을, R_2 는 원주방향의 주곡률반경을, r 은 돔의 반지름을, z 는 돔부에서 돔부와 원통부와의 접합면까지의 거리를 의미한다. 그리고, " \cdot "은 z 에 관한 미분을 의미한다.

다음으로, 섬유의 인장력만으로 하중을 지탱한다는 망목이론(netting theory)을 적용하면, N_p 와 N_θ 는 다음과 같다.

$$N_p = h \sigma_f (\cos^2 \omega), N_\theta = h \sigma_f (\sin^2 \omega) \quad (3)$$

여기서 h 는 돔부의 두께를, ω 는 자오선과 섬유가 이루는 각인 와인딩 각(winding angle)을 나타내며 식 (3)으로부터 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{N_\theta}{N_p} = \tan^2 \omega \quad (4)$$

식 (1), (2), (4)들로부터 돔의 곡면형상의 첫번째 조건인 다음의 식을 구할 수 있다.

$$2 + \frac{r\ddot{r}}{1+r^2} = \tan^2 \omega \quad (5)$$

● 돔 곡면의 벡터방정식과 섬유의 와인딩 궤적의 벡터방정식

축대칭 회전면의 매개변수 방정식은 (z, θ) 의 함수로 표현될 수 있으며 이는 다음과 같다.

$$x = r(z, \theta) \cos \theta \quad (6)$$

$$y = r(z, \theta) \sin \theta \quad (7)$$

$$z = z \quad (8)$$

돔곡면 위의 한 점에서의 위치벡터(\mathbf{R}_s), 자오선 방향으로의 접선벡터(\mathbf{t}_s) 및 면의 법선벡터(\mathbf{n}_s)는 다음과 같다.

$$\mathbf{R}_s(z, \theta) = r(z) \cos \theta \mathbf{e}_1 + r(z) \sin \theta \mathbf{e}_2 + z \mathbf{e}_3 \quad (9)$$

$$\mathbf{t}_s = \frac{(\mathbf{R}_s)_s}{\|(\mathbf{R}_s)_s\|} = \frac{\dot{r} \cos \theta \mathbf{e}_1 + \dot{r} \sin \theta \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3}{\sqrt{\dot{r}^2 + 1}} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_s &= \frac{(\mathbf{R}_s)_s \times (\mathbf{R}_s)_\theta}{\|(\mathbf{R}_s)_s \times (\mathbf{R}_s)_\theta\|} \\ &= \frac{(-r \cos \theta) \mathbf{e}_1 + (-r \sin \theta) \mathbf{e}_2 + (r\dot{r}) \mathbf{e}_3}{\sqrt{r^2(\dot{r}^2 + 1)}} \quad (11) \end{aligned}$$

섬유의 와인딩 궤적(filament winding path) Γ 의 매개변수 방정식은 아래의 식으로 표현된다.

$$x = x[z, \theta(z)] \quad (12)$$

$$y = y[z, \theta(z)] \quad (13)$$

$$z = z \quad (14)$$

와인딩 궤적 위의 한 점의 위치벡터(\mathbf{R}_r) 및 와인딩 궤적 Γ 의 접선벡터(\mathbf{t}_r)는 다음과 같다.

$$\mathbf{R}_r(z) = r(z) \cos \theta(z) \mathbf{e}_1 + r(z) \sin \theta(z) \mathbf{e}_2 + z \mathbf{e}_3 \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_r &= \frac{(\mathbf{R}_r)_s}{\|(\mathbf{R}_r)_s\|} \\ &= \frac{(\dot{r} \cos \theta - r \sin \theta) \mathbf{e}_1 + (\dot{r} \sin \theta + r \cos \theta) \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3}{\sqrt{\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2 + 1}} \quad (16) \end{aligned}$$

그리고 와인딩 궤적 Γ 의 법선벡터를 유도하면 아래와 같다.

$$\mathbf{t}_r \cdot \mathbf{t}_r = 1, \quad (\mathbf{t}_r)_s \cdot \mathbf{t}_r = 0, \quad (\mathbf{t}_r)_s // \mathbf{n}_r \quad (17)$$

섬유 궤적 Γ 의 법선벡터 \mathbf{n}_r 와 $(\mathbf{t}_r)_s$ 는 평행이므로 \mathbf{n}_r 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{n}_r = \frac{(\mathbf{t}_r)_s}{\|(\mathbf{t}_r)_s\|} \quad (18)$$

섬유의 와인딩 궤적의 접선벡터와 자오선 방향의 접선벡터가 이루는 각인 와인딩 각은 다음의 식으로부터 구할 수 있다.

$$\cos \omega = \mathbf{t}_s \cdot \mathbf{t}_r \quad (19)$$

식 (10)과 식 (16)을 식 (19)에 대입하면 섬유와 와인딩 궤적의 매개변수인 θ 를 z 에 대해 미분한 $\dot{\theta}$ 와 와인딩 각과의 관계식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\tan^2 \omega = \frac{(r\dot{\theta})^2}{\dot{r}^2 + 1} \quad (20)$$

$$\dot{\theta} = \frac{\sqrt{\dot{r}^2 + 1}}{r} \tan \omega \quad (21)$$

다음으로 각 돔에 대한 곡면 형상의 설계이론을 기술하였다.

2.2 등장력 돔의 곡면형상설계 (isotensoid dome design)

등장력 돔의 곡면형상은 앞, 뒤 돔의 금속보스의 개구부반경이 같을 때 적용되는 곡면형상이다. 등장력 돔의 곡면은 망목이론인 섬유의 인장력만으로 하중을 견디고, 곡면상의 섬유방향의 장력이 일정하다는 가정을 기초로 한 곡면형상이다.

등장력 돔 곡면형상의 첫번째 조건은 앞에서 기술하였으므로 여기서는 두번째 조건을 유도한다. 돔 위의 두께 h 는, 축에 수직인 단면으로 절단한 원주를 통과하는 섬유의 수가 동등하므로, 섬유 함유율이 일정할 때,

$$h_0 \cos \omega_0 (2\pi r_0) = h \cos \omega (2\pi r) \quad (22)$$

로 되며 이로부터 다음의 식을 구할 수 있다.

$$h = h_0 r_0 \cos \omega_0 / r \cos \omega \quad (23)$$

여기서 h_0 , r_0 , ω_0 는 돔과 원통부의 접합부에서 헤리칼층의 두께, 반경 및 와인딩 각도를 의미한다. 식 (3)과 식 (23)을 적용하면, 섬유에 가해지는 응력은 다음과 같다

$$\sigma_f = \frac{N_f}{h(\cos^2 \omega)} = \frac{\rho r_0}{2h_0 \cos \omega_0} \frac{\rho^2 (1 + \dot{\rho}^2)^{1/2}}{\cos \omega} \quad (24)$$

여기서, $\rho = r/r_0$, $\zeta = z/r_0$ 는 반경방향좌표와 축방향좌표를 돔과 원통부의 접합부 반경인 r_0 로 무차원화 시킨 것이며, $\dot{\rho}$ 는 $\dot{\rho} = d\rho/d\zeta$ 를 의미한다(그림 (2)참조). 식

(24)로 부터 등장력 돔곡면의 두번째 조건인 다음의 식들을 유도할 수 있다.

$$\bar{\sigma}_f = \frac{\sigma_f(2h_0 \cos \omega_0)}{pr_0} = \frac{\rho^2(1+\dot{\rho}^2)^{1/2}}{\cos \omega} \quad (25)$$

$$\bar{\sigma}_f^2 = \frac{\rho^4(1+\dot{\rho}^2)}{\cos^2 \omega} = \sec^2 \omega \rho^4(1+\dot{\rho}^2) \quad (26)$$

그리고, 식 (5)를 무차원화하면 아래의 식을 구할 수 있으며

$$\sec^2 \omega = 1 + \tan^2 \omega = 3 + \frac{\rho \ddot{\rho}}{(1+\dot{\rho}^2)} \quad (27)$$

식(27)을 식 (26)에 대입하여 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\bar{\sigma}_f^2 = \rho^4 \{3(1+\dot{\rho}^2) + \rho \ddot{\rho}\} = const \quad (28)$$

위의 비선형 미분 방정식의 좌-우변에 $2\rho\dot{\rho}$ 를 곱하여 부정적분하고, $\rho=1$, $\dot{\rho}=0$ 의 경계 조건으로부터 적분상수를 구하면 다음의 곡면 방정식을 얻는다.

$$\rho^6(1+\dot{\rho}^2) = 1 - (1-\rho^2)\bar{\sigma}_f^2 \quad (29)$$

식 (29)을 이용하여 식 (25)로부터 $(1+\dot{\rho}^2)$ 을 소거하면 다음과 같으며

$$\bar{\sigma}_f = \frac{\rho^2(1+\dot{\rho}^2)^{1/2}}{\cos \omega} = \frac{\sqrt{1-(1-\rho^2)\bar{\sigma}_f^2}}{\rho \cos \omega} \quad (30)$$

식 (30)을 정리하면 아래의 식을 구할 수 있다.

$$\rho^2 \sin^2 \omega = \frac{1-\bar{\sigma}_f^2}{\bar{\sigma}_f^2} = \rho_0^2 [\sin 90^\circ]^2 = \rho_0^2 \quad (31)$$

여기서 $\rho_0 = r_1/r_0$ 를 의미하며 r_1 는 돔의 개구부반경을 의미한다(그림 (3)참조). 식 (31)에서 $\bar{\sigma}_f^2$ 을 구하여 이를 식(29)에 대입하면 아래의 식들을 구할 수 있다.

$$\bar{\sigma}_f^2 = \frac{1}{1-\rho_0^2} \quad (32)$$

$$\dot{\rho}^2 = -1 + \frac{(\rho^2 - \rho_0^2)}{(1-\rho_0^2)\rho^6} \quad (33)$$

식 (33)을 적분하면 다음의 등장력 곡면형상의 해석식을 구할 수 있다.

$$\zeta = \frac{1}{2} \int_{\rho}^1 \left\{ \rho^2 / \sqrt{(1-\rho^2)(\rho^2 - \rho_1^2)(\rho^2 - \rho_2^2)} \right\} d(\rho^2) \\ = \left[\rho_1^2 F(\psi, k) + (1-\rho_1^2)E(\psi, k) \right] / \sqrt{1-\rho_1^2} \quad (34)$$

$$F(\psi, k) = \int_0^\psi \frac{1}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \psi}} d\psi$$

$$E(\psi, k) = \int_0^\psi \sqrt{1-k^2 \sin^2 \psi} d\psi$$

여기서 $F(\psi, k)$ 는 제 1종의 타원적분, $E(\psi, k)$ 는 제 2종의 타원적분을 의미하며 ψ, k 는 다음과 같다.

$$\sin^2 \psi = (1-\rho^2)/(1-\rho_1^2), \quad (35) \\ k = (1-\rho_1^2)/(1-\rho_2^2)$$

$$\rho_1^2 = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(1+3\rho_0^2)/(1-\rho_0^2)} - 1 \right\}, \quad (36)$$

$$\rho_2^2 = -\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(1+3\rho_0^2)/(1-\rho_0^2)} + 1 \right\}$$

곡면 형상을 식 (34)로부터 구한 후 등장력 곡면형상위의 임의의 점에서 와인딩 각과 두께는 다음의 식으로부터 구할 수 있다.

$$\omega = \sin^{-1}(r_1/r),$$

$$h = h_0 r_0 \cos \omega_0 / r \cos \omega \quad (37)$$

2.3 planar wound 돔의 곡면형상 설계

planar wound 돔의 곡면 형상은 앞과 뒷 돔의 개구부 반경이 서로 다르고 $L/D \leq 2$ 인 경우에 적용되는 곡면형상이다. planar wound 돔의 곡면은 망목이론인 섬유인장력만으로 하중을 견디고, 와인딩 작업시 섬유의 궤적은 평면을 이룬다는 가정을 기초로 한 곡면 형상이다.

이 곡면의 첫째 조건은 앞에서 기술하였으므로 여기서는 두 번째 조건을 유도한다. polar winding 시의 섬유의 궤적은 그림 (3)과 같으며 궤적은 아래의 식으로 표현할 수 있다.

$$\tan \gamma = \frac{r_{r1} + r_{r2}}{L} \quad (38)$$

섬유와 돔의 자오선이 이루는 와인딩

각을 알기 위하여 위에서 기술한 돔의 곡면의 벡터 방정식과 섬유의 와인딩 궤적의 벡터 방정식을 이용하였다. 섬유의 와인딩 궤적인 Γ 의 매개변수 방정식은 다음과 같이 구할 수 있다.

그림 (4)와 같이 yz면상에 섬유의 궤적인 곡선 BD를 투형시켜, BD를 포함한 면과 z축이 이루는 각을 γ 라 하면, 섬유궤적의 좌표는 다음과 같다.

$$y = z \tan \gamma + y_0 \quad (39)$$

여기서 y_0 는 그림(4)와 같이 섬유의 궤적이 형성하는 면과 xz 면상의 최단거리를 의미한다. 이것과 $r^2 = x^2 + y^2$ 의 관계를 이용하여 x의 좌표를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$x = \sqrt{r^2 - (y_0 + z \tan \gamma)^2} \quad (40)$$

식 (39)와 (40)로부터 섬유궤적 Γ 의 위치벡터를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_r &= x\mathbf{e}_1 + y\mathbf{e}_2 + z\mathbf{e}_3 \\ &= [\sqrt{r^2 - (y_0 + z \tan \gamma)^2}]\mathbf{e}_1 + (z \tan \gamma + y_0)\mathbf{e}_2 + z\mathbf{e}_3 \end{aligned} \quad (41)$$

식 (41)로부터 구한 섬유궤적의 접선벡터와 곡면의 접선벡터인 식 (10)로부터 섬유의 와인딩각을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\cos \omega = \mathbf{t}_r \cdot \mathbf{t}_s = \frac{\dot{x}r \cos \theta + \dot{y}r \sin \theta + 1}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + 1} \sqrt{1 + \dot{r}^2}} \quad (42)$$

그리고, 그림 (4)에서 아래의 관계식을 얻을 수 있으며,

$$\cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \sin \theta = \frac{y}{r} \quad (43)$$

$$r^2 = x^2 + y^2, \quad x\dot{x} + y\dot{y} = r\dot{r} \quad (44)$$

식 (42), (43), (44), (39), (40)들로부터 다음의 식을 구할 수 있다.

$$\tan^2 \omega = \frac{[\rho \dot{\rho} - (\rho_0 + \zeta \tan \gamma) \tan \gamma]^2 + (\tan^2 \gamma - \dot{\rho}^2) [\rho^2 - (\rho_0 + \zeta \tan \gamma)^2]}{(1 + \dot{\rho}^2) [\rho^2 - (\rho_0 + \zeta \tan \gamma)^2]} \quad (45)$$

여기서, $\rho = r/r_0$, $\zeta = z/r_0$, $\dot{\rho} = d\rho/d\zeta$, $\rho_0 = y_0/r_0$ 이며 r_0 는 원통부의 접합부 반경을 의미한다. 그리고, 식(5)를 무차원화 하면 다음과 같다.

$$\tan^2 \omega = 2 + \frac{\rho \ddot{\rho}}{(1 + \dot{\rho}^2)} \quad (46)$$

식 (45)와 식(46)으로부터 ω 를 소거하면 돔의 자오선 형상을 다음의 식으로 나타낼 수 있으며,

$$\begin{aligned} [\rho \dot{\rho} - (\rho_0 + \zeta \tan \gamma) \tan \gamma]^2 = \\ [2 - \tan^2 \gamma + \rho \ddot{\rho} + 3\dot{\rho}^2] [\rho^2 - (\rho_0 + \zeta \tan \gamma)^2] \end{aligned} \quad (47)$$

여기서, 경계조건은 $\zeta = 0$ 에서 $\rho = 1$ 이며 $\dot{\rho} = 0$ 이 된다. 식 (47)을 다음과 같이 변환시켜 Runge Kutta 방법으로 수치해석하여 돔의 곡면형상을 설계할 수 있다.

$$\dot{\rho} = u \quad (48)$$

$$\dot{u} = \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{[u\rho - (\rho_0 + \zeta \tan \gamma) \tan \gamma]^2}{[\rho^2 - (\rho_0 + \zeta \tan \gamma)^2]} - 3u^2 - 2 + \tan^2 \gamma \right\} \quad (49)$$

위에서 구한 ρ 와 $\dot{\rho}$ 로부터 식 (45), 식 (23)을 이용하면 곡면형상 위의 임의 점에서 와인딩 각과 두께를 구할 수 있다.

2.4 와인딩 안정성을 만족시키는 돔의 곡면형상설계

앞, 뒷돔의 개구부 반경이 다르고 복잡한 압력용기의 길이와 지름의 비가 $L/D > 2$ 인 경우는 와인딩 작업시 미끄러짐이 심하다. 다음은 이러한 점을 개선시킨 돔의 곡면형상 설계에 대하여 아래에 기술하였다.

섬유를 맨드렐(mandrel)에 와인딩하면, 그림 (5)에서와 같이 와인딩 장력(winding tension) \mathbf{T} 에 의해 맨드렐면에 수직으로 작용하는 힘인 \mathbf{F}_n 과 맨드렐면에서 섬유방향의 수직으로 작용하는 \mathbf{F}_t 가 생긴다. 와인딩 작업시 미끄러짐을 방지하고 와인딩의 안정성을 얻기 위해서는 다음의 조건식이 만족되어야 한다.

$$|k| = \left| \frac{\mathbf{F}_t}{\mathbf{F}_n} \right| \leq \left| \frac{\mathbf{F}_t}{\mathbf{F}_n} \right| = |\mu| \quad (50)$$

여기서 μ 는 섬유와 맨드렐사이의 마찰계수를 의미하며, k 는 "slippage tendency"를 의미한다. 식 (50)은 미끄러질려는 경향이 마찰계수보다 적을 때 미끄러짐을 방지할 수 있음을

의미한다. 여기서 k 는 아래와 같이 정의되므로

$$|k| = \left| \frac{F_t}{F_n} \right| = |\tan \psi| \quad (51)$$

$\tan \psi$ 를 구하는 과정을 아래에 기술하였다. " ψ "는 곡면의 법선벡터와 접유체적의 법선벡터가 이루는 각이므로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\cos \psi = \mathbf{n}_s \cdot \mathbf{n}_r \quad (52)$$

$$|k| = |\tan \psi| = \frac{\sqrt{\|\mathbf{n}_s\|^2 \|\mathbf{n}_r\|^2 - (\mathbf{n}_s \cdot \mathbf{n}_r)^2}}{\sqrt{(\mathbf{n}_s \cdot \mathbf{n}_r)^2}} \quad (53)$$

여기서 \mathbf{n}_s 는 식 (11)과 같고, \mathbf{n}_r 는 식 (18)로 부터 구할 수 있다.

식 (18)의 \mathbf{t}_r 는 식 (16)에 식 (21)을 대입한 것으로 이는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_r = & \left(\frac{\dot{r} \cos \omega \cos \theta}{\sqrt{\dot{r}^2 + 1}} - \sin \omega \sin \theta \right) \mathbf{e}_1 \\ & + \left(\frac{\dot{r} \cos \omega \sin \theta}{\sqrt{\dot{r}^2 + 1}} + \sin \omega \cos \theta \right) \mathbf{e}_2 + \frac{\cos \omega}{\sqrt{\dot{r}^2 + 1}} \mathbf{e}_3 \end{aligned} \quad (54)$$

식 (54)으로 부터 구한 \mathbf{n}_r 와 \mathbf{n}_s 들로부터 식 (52)를 아래의 식으로 유도할 수 있다.

$$-\frac{(\dot{\omega} r \cos \omega + \dot{r} \sin \omega)(1 + \dot{r}^2)}{r \dot{r} \cos^2 \omega - \sin^2 \omega (1 + \dot{r}^2)} = k \quad (55)$$

식 (54)와 망목이론으로부터 유도된 아래의 식을 이용하고

$$2 + \frac{r \ddot{r}}{1 + \dot{r}^2} = \tan^2 \omega \quad (56)$$

식 (55)와 식 (56)를 다음과 같이 변환시켜 Runge Kutta 방법으로 수치해석하면 와인딩안정성을 만족시키는 돛의 곡면 형상을 아래의 식들의 이용하여 수치해석함으로써 설계할 수 있다.

$$\dot{r} = u \quad (57)$$

$$\dot{u} = \frac{1 + u^2}{r} (\tan^2 \omega - 2) \quad (58)$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{r \cos \omega} (2k \cos^2 \omega - u \sin \omega) \quad (59)$$

여기서 경계조건은 $r = r_0, \dot{r} = 0, \omega = \omega_0$ 로 하였다.

3. 수치해석 결과

앞에서 수식화한 돛들에 대하여 프로 그래밍을 하였으며 본 연구논문에서는 등장력 돛과 와인딩 안정성을 만족시키는 돛에 대하여 예를 들어 해석하였다.

등장력 돛의 설계 예 : 등장력 돛에 대해서는 참고문헌 [1]에 제시된 복합재 연소관에 대하여 돛의 형상을 설계하고 유한요소 해석하였는 데 그 이유는 이 복합재 연소관은 일본의 과학 위성 EXOS-B에 실제로 사용되었고 실험값도 비교적 상세히 나와 있어 해석결과와 비교가 가능하기 때문이다. 복합재 연소관의 사양은 다음과 같다. 등장력곡면의 원통부의 반경은 $r_0 = 350\text{mm}$ 이며, 금속보스(polar boss)의 개구부 반경은 $r_1 = 148.1\text{mm}$, 원통부와 돛부에 걸친 헬리칼(helical)층은 6층 즉 $[\pm \theta]_{3T}$ 로 적층되었으며, 원통부의 헬리칼층의 두께는 $h_0 = 2.3\text{mm}$, 와인딩 각도는 $\omega_0 = \sin^{-1}(r_1/r_0)$ 로 되어 있다. 돛의 형상, 돛부위의 와인딩 각도변화 및 두께의 변화는 그림 (6)과 같다. 그림 (6)에서 알 수 있듯이 와인딩 각은 원통부와 돛부의 접선부위에서는 25° 도 와인딩 되기 시작하여 개구부에서는 90° 로 와인딩 되며 두께도 접선부에서는 2.3mm 로 와인딩되기 시작하여 개구부에서는 12mm 로 와인딩된다. 위의 등장력돛에 대하여 설계하고 유한요소해석을 하여 문헌 (1)의 실험값과 비교하였는 데 이는 문헌 (5)에서 자세히 기술하였다.

와인딩 안정성을 만족시키는 돛의 설계 예 : 와인딩 안정성을 만족시키는 돛의 설계는

앞, 뒤 돛의 형상이 다르므로 각 돛에서 원통부와 돛과의 접선 부위에서의 와인딩 각과 slipping factor에 따라 돛의 형상이 결정되므로 이를 먼저 계산하고 앞, 뒤 돛의 형상이 설계되어야 한다. 여기서 선정된 치수는 그림 (8)과 같다. 그림 (7)에서 slipping factor가 앞돛의 경우는 0.057을 선정하고 뒷 돛의 경우는 -0.057로 하여 돛의 형상을 설계한 결과를 그림 (8)에 제시하였다 돛 부위에서 와인딩되기 시작하는 각도는 앞돛의 경우 24° 로 뒷돛의 경우 31°

로 와인딩되므로 원통부에서도 각도가 변화되면서 와인딩된다 이와 같은 형상을 와인딩 하기 위해서는 4축이상의 와인딩 장비가 필요하며, 4축 와인딩 장비를 사용하면 앞뒤의 개구부 반경이 다른 압력 용기의 제작이 미끄러짐을 감소시키며 원활하게 와인딩할 수 있다.

참고문헌

1. M. Uemura, "CFRP 로켓 모터의 개발연구," 동경대학 우주항공연구소 보고 제 15 권 제 4호, 1979.
2. R. F. Hartung, "Planar-Wound Filamentary Pressure Vessels," *AIAA Journal*, Vol. 1, 1963, pp.2842-2844
3. J. P. Denost, "New Design Concepts for Filament-Wound Pressure Vessel with Unequal Polar Openings," *AIAA -82-1067*, 1982.
4. G.Di Vita, M.Farioli, M.Marchetti, "Process Simulation in Filament Winding of Composite Structures", in "Composite Materials Design and Analysis ", pp.19-37, Computational Mechanics Publications, Springer-Verlag, 1990.
5. 도영대, "복합재 압력용기의 기하학적 비선형 및 재료 비선형 해석", 박사학위논문, 한국과학기술원, 1995.

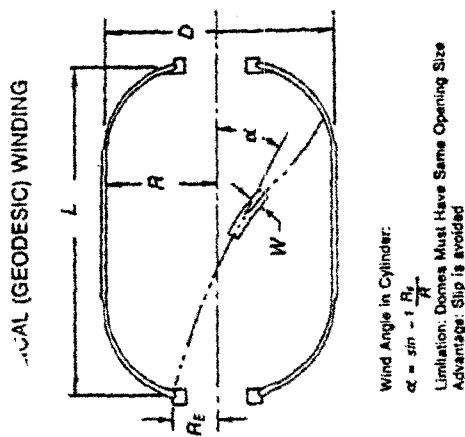
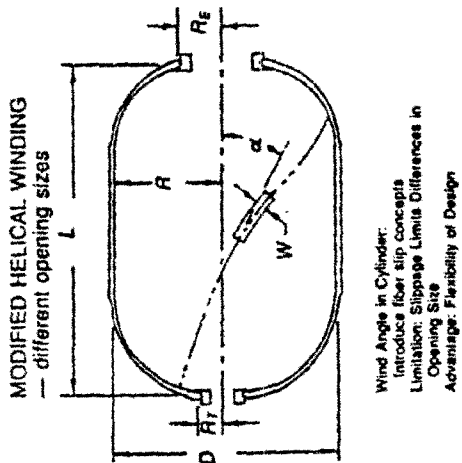
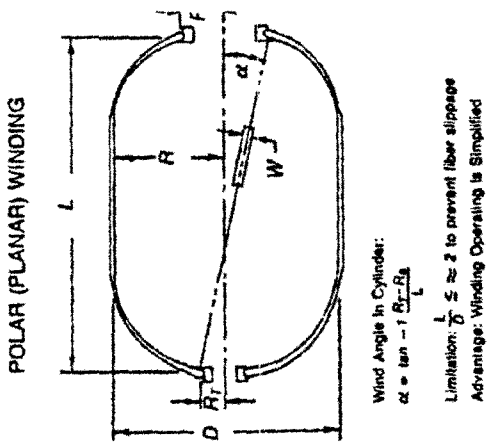
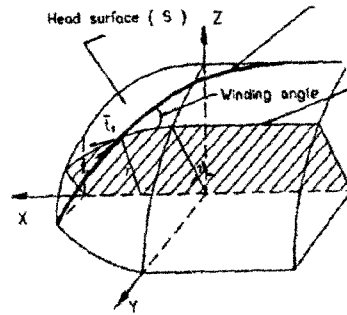
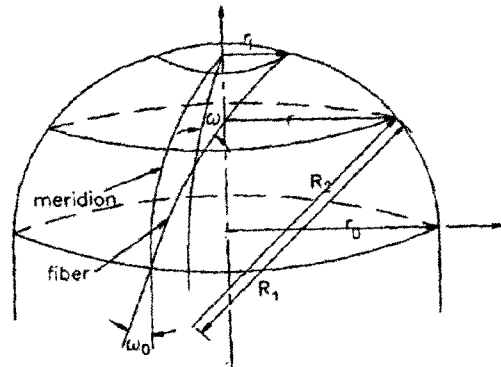


Fig. 1. Trajectory of filament winding pattern



(a) Tangential vectors to surface and filamentary trajectory



(b) Geometry of isotensoid dome

Fig. 2. Geometry of isotensoid dome and tangential vectors to surface and filamentary trajectory

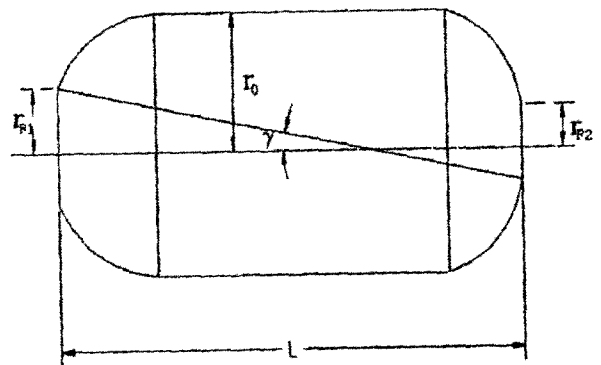


Fig. 3. Trajectory of filament for polar winding (inplane winding)

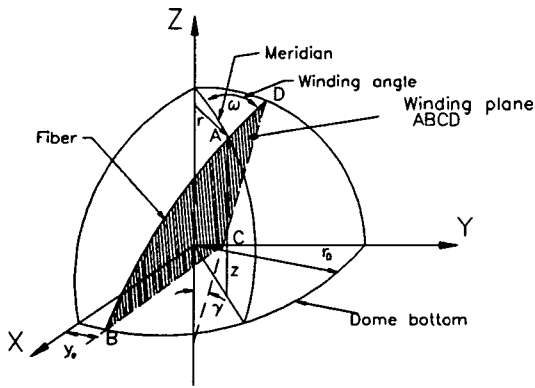


Fig. 4. Typical polar wound dome and associated geometry

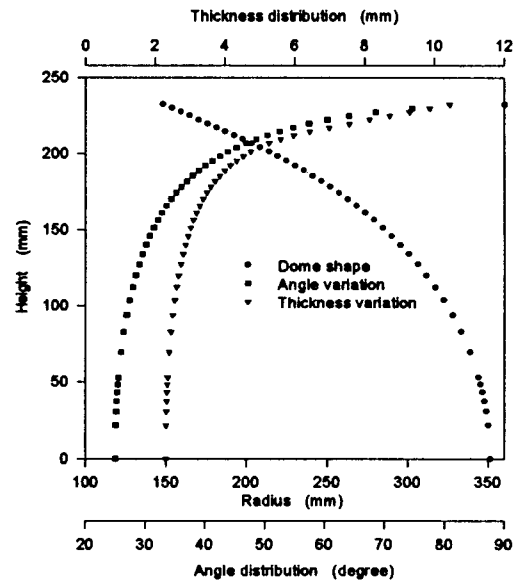


Fig. 6. Geodesic dome shape, angle variation, and thickness variation

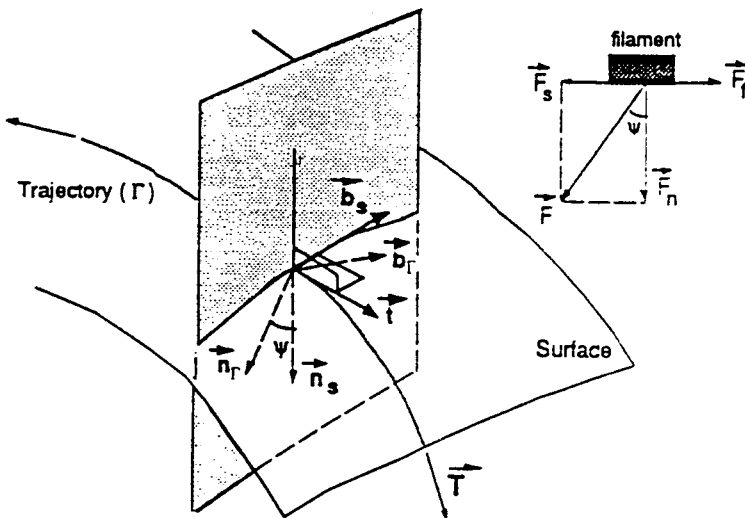


Fig. 5. Geometry of non-geodesic path

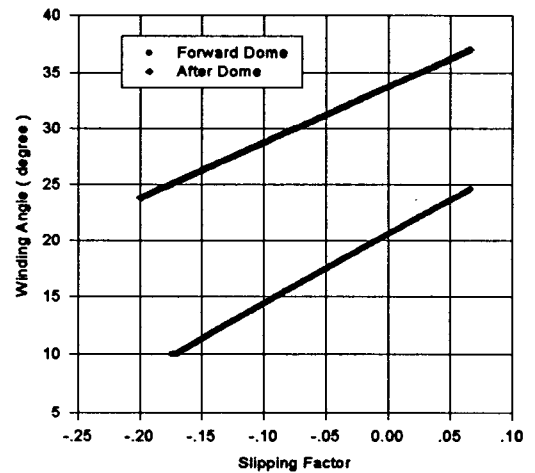


Fig. 7. Diagram relating the winding angle with slipping factor

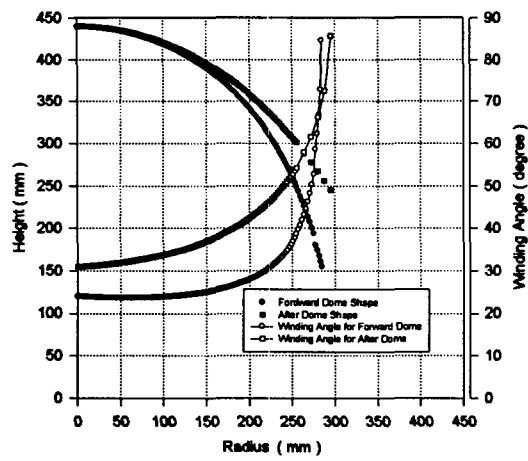


Fig. 8. Nonslipping dome shape, angle variation, and thickness variation