

회절전류형태가 GTD-MM 혼합기법의 성능에 미치는 영향 고찰

전 재 영 . 임 성 준 . 이 혁 재
한국전자통신연구소

要 約

무한 산란체나 해석적 해가 없는 구조에 대해 회절계수를 구하기 위해 사용되어지는 GTD-MM 혼합기법은 회절전류에 대한 사전 지식이 요구되며 모멘트법 해석영역 범위와 GTD 해석영역에서의 정합점의 결정이 산란해의 정확도에 큰 영향을 미침에도 불구하고 경험적 결정에 의존하고 있는 등 많은 문제점들이 있다. 본고에서는 이러한 문제점을 살펴보고 그 해결방안을 모색하였다.

Abstract

The GTD-MM hybrid technique, which is used for analyzing electromagnetic scattering problems of infinite scatterer or scatterers having no analytic solutions, requires knowledges about the diffracted current by the scatterers. And the technique determines the extent of moment method analysis area and the position of GTD matching points empirically. But these parameters give considerable effects to the accuracy of the solution. So we examine the problems and try to seek some practical guidance.

I. 서 론

이동통신 및 무선 고정 통신이 대중화 및 고주파화 됨에 따라 각종 구조물에 의한 전자파의 산란, 회절현상 규명이 필요하게 되었다. 이중 모서리 구조는 많은 구조물의 기본 구성요소가 되므로 이의 고찰은 중요한 의미를 갖게 되었다. 또한

사용 주파수가 높아짐에 따라 해당 시스템에 사용되는 회로 부품의 개발시에도 썩기 구조와 같은 모서리 구조에 대한 고찰이 중요한 의미를 갖는다.

이러한 모서리 구조의 해석에 있어 기본이 되는 썩기 구조 등은 그 크기가 무한하므로 수치 해석적으로 해석하기가 곤란하다. 이러한 난점을 극복하기 위해 Burnside 등이 GTD와 모멘트법을

결합한 GTD-MM 혼합기법을 제안하였다[1]. 이 기법은 입사파가 썩기면에 비스듬히 입사할때 많은 오차를 가진다는 지적과 함께 그 개선방안이 Sahalos에 의해 제안되었다[3].

본고에서는 Sahalos가 제안한 비스듬 입사시의 GTD-MM 기법의 개선방안에 대해 고찰하고 근접장에서의 GTD-MM 기법의 한계에 대해 기술하였으며 실제 전자파산란 해석시 산란해의 정확도에 큰 영향을 주는 모멘트법 해석 영역의 범위, GTD 해석 영역의 정합점 위치 결정등에 관해 기술하였다.

II. 본론

[그림 1]과 같이 원통좌표계 (ρ, θ, z) 의 $0 < \theta < WA$ 에 해당하는 전공간을 도체가 차지하고 있는 도체썩기 구조에 대해 GTD-MM 기법[1]을 이용하여 회절계수를 구하고 이를 UTD 해와 비교하였다.

먼저 썩기면을 두 영역으로 나누어 회절 모서리 근처를 MM 영역, 회절모서리에서 멀리 떨어진 부분을 GTD 영역이라고 놓고 MM 영역의 전류형태를 pulse 기저함수로 나타내어 점정합(point matching)에 의한 모멘트방법으로 풀고 GTD 영역의 전류는 GTD 전류의 형태로 놓고 회절계수를 미지수로 한 다음 GTD 영역내의 정합점(matching points)들에 대한 행렬식을 세워 회절계수를 구한다.

GTD 영역의 전류는

$$\vec{J}^{GTD} = \vec{J}^i + \vec{J}^r + \vec{J}^d \quad (1)$$

으로 주어지며 $\vec{J}^i, \vec{J}^r, \vec{J}^d$ 는 각각 입사파, 반사파, 회절파와 관련된 전류들이다.

MM 영역 전류는 다음과 같은 자계적분방정식을 이용하여 구할 수 있다.[2]

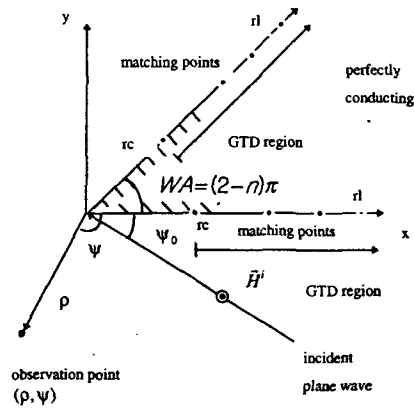
$$\vec{J}(\vec{r}) = \hat{n} \times \vec{H}^i - \hat{n} \times \iint_{surface} \vec{J}(\vec{r}') \times \nabla G(\rho, \rho') ds' \quad (2)$$

GTD-MM 기법을 적용하기 위해서는 식(1)에서 회절전류 \vec{J}^d 의 형태를 적절히 가정하여야 한다. Burnside는 입사파의 그림자 경계가 썩기면근처가

아닐때는 회절전류가 $e^{-jk\rho}/\sqrt{\rho}$ 에 비례하는 형태라고 가정하고 입사파의 그림자경계가 썩기면 근처가 되는 grazing incidence의 경우는 회절전류형태

$$J^d = \sum_{n=0}^{\infty} D^{(n)} \frac{e^{-jk\rho}}{(\sqrt{\rho})^n} \quad (3)$$

의 급수형태로 가정했으며 첫번째 두 항을 이용하여 좋은 결과를 얻었다[1].



[그림 1] 기본적인 썩기 구조

[Fig. 1] Canonical wedge geometry

그러나 이 결과는 정합점(matching point)들의 위치에 영향을 받으며 비스듬 입사시 근소한 오차가 있음이 발견되었다. 이는 식(3)의 가정이 적절치 못함을 나타내며 이러한 문제점을 해결하기 위해 Sahalos는 썩기면을 두개의 반평면으로 생각하고 그것들에 의한 회절전류형태를 썩기면에서의 전류형태와 같다고 가정하여 썩기면에서의 전류를 계산하였다[3]. 그러나 Sahalos의 계산결과도 정합점들의 위치에 의한 영향을 벗어 나지 못하였으며 경험적으로 MM 영역은 모서리에서 0.5λ , GTD 정합점들의 위치는 1λ 에서 5λ 사이에 두었다. 그림 2에서 입사각 ϕ 가 $\pi - WA$ 와 π 사이에 있을때 두개의 반사파 R2, R3가 존재하게 된다. 입사파 R1, 반사파 R2, R3

를 각각 반평면에 입사하는 입사파로 생각하여 그에 의한 회절파를 계산한다. 면 1, 즉 xz 평면상의 반평면에 대해 R1, R2, R3는 각각 $\phi, 360-\phi, 360-\phi-\gamma$ 의 입사각을 갖는 입사파로 보면 각 입사파에 대한 반평면 회절전류 $J_{1x}^d, J_{2x}^d, J_{3x}^d$ 는 다음과 같은 Fresnel 적분형태로 나타내진다. [4]

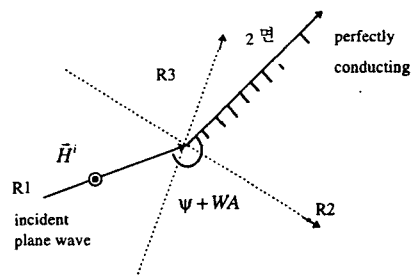
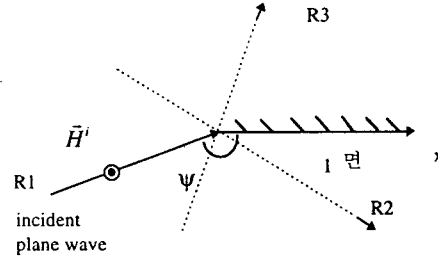
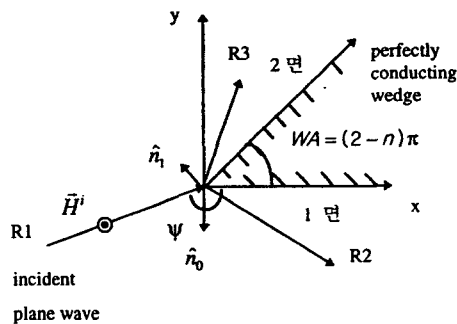
$$\begin{aligned} J_{1x}^d &= D_x(\phi) e^{+jkp \cos \phi} \int_{\sqrt{kp(1-\cos \phi)}}^{\infty} \frac{e^{-\tau^2}}{\sqrt{kp(1-\cos \phi)}} d\tau \\ J_{2x}^d &= D_x(360-\phi) e^{+jkp \cos \phi} \int_{\sqrt{kp(1-\cos \phi)}}^{\infty} \frac{e^{-\tau^2}}{\sqrt{kp(1-\cos \phi)}} d\tau \\ J_{3x}^d &= D_x(360-\phi-2\gamma) e^{+jkp \cos(\phi+2\gamma)} \int_{\sqrt{kp(1+\cos(\phi+2\gamma))}}^{\infty} \frac{e^{-\tau^2}}{\sqrt{kp(1+\cos(\phi+2\gamma))}} d\tau \end{aligned} \quad (4)$$

이러한 Fresnel 적분형태를 Sahalos는 다음과 같이 근사화했다. [5]

$$\int_{\sqrt{\alpha}}^{\infty} e^{-\tau^2} d\tau \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} (a_0 + a_1 \sqrt{\alpha}), \text{ if } \sqrt{\alpha} \rightarrow 0 \quad (5)$$

$$\int_{\sqrt{\alpha}}^{\infty} e^{-\tau^2} d\tau \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{a_2}{\sqrt{\alpha}}, \text{ if } \sqrt{\alpha} \gg 1 \quad (6)$$

여기서 a_0, a_1, a_2 는 α 와는 무관한 계수들이다.



[그림 2] 쐩기에서의 반평면 구조 근사

[Fig.2] Half plane approximation of wedge

따라서 xz 면상에서의 회절전류 J_x^d 는 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} J_x^d &= J_{1x}^d + J_{2x}^d + J_{3x}^d \\ &= D_x^{(-)} \frac{e^{-jkx}}{\sqrt{x}} + D_x^{(0)} e^{-jkx} + D_x^{(1)} e^{-jkx} \sqrt{x} \end{aligned} \quad (7)$$

따라서 x 축 상의 근사화된 전체 전류는

$$J_x = \begin{cases} \sum_{m=1}^N a_m^+ P(x-x_m), & 0 < x < \min(\rho_1^+, \rho_2^+) \\ J_x^i + J_x^r + \sum_{n=1}^1 D_x^{(n)} \frac{e^{-jkx}}{(\sqrt{x})^{-n}}, & \min(\rho_1^+, \rho_2^+) < x < \infty \end{cases} \quad (8)$$

이 된다. 여기서

$$\rho_1^+ = \frac{\lambda}{4(1+\cos \phi)} \quad (9)$$

$$\rho_2^+ = \frac{\lambda}{4[1+\cos(\phi+2\gamma)]}$$

이고 $P(x-x_m)$ 는 복소계수 a_m 을 갖는 펄스 함수이다.

위의 Fresnel 적분식을 점근전개(asymptotic expansion)하면

$$\int_{\sqrt{\alpha}}^{\infty} e^{-\pi^2 \tau^2} d\tau \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left\{ b_0 + b_1 \sqrt{\alpha} + b_2 (\sqrt{\alpha})^3 \right\},$$

if $\sqrt{\alpha} \rightarrow 0$ (10)

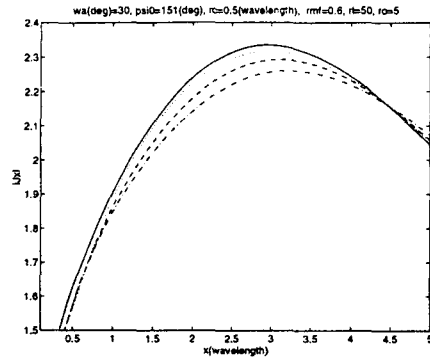
$$\int_{\sqrt{\alpha}}^{\infty} e^{-\pi^2 \tau^2} d\tau \approx \frac{b_3}{\sqrt{\alpha}} + \frac{b_4}{(\sqrt{\alpha})^3} + \frac{b_5}{(\sqrt{\alpha})^5} + \frac{b_6}{(\sqrt{\alpha})^7} + \frac{b_7}{(\sqrt{\alpha})^9}$$

if $\sqrt{\alpha} \gg 1$ (11)

이 된다.[6] Burnside는 회절전류의 형태를 식(10),(11)중 $\sqrt{\alpha}$ 의 0,-1 항을 선택한 것이 되며 Sahalos의 식(5),(6)은 위의 식(10),(11)중 $\sqrt{\alpha}$ 의 0,1,-1 제곱의 항을 선택한 것이 된다. 입사파가 비스듬히 입사했다는 것은 썩기면이 천이영역(transition region)에 들어 있다는 것을 의미한다.

그러므로 썩기면의 전류를 구하는 GTD-MM 기법에 있어서는 비스듬 입사시 당연히 식(10)과 같은 Fresnel 적분식의 점근전개를 사용해야하며 이러한 의미에서 Burnside와 Sahalos의 회절전류형태의 선택은 타당하다고 하겠다. 비스듬 입사시의 Fresnel 적분식의 점근전개에 대해 더 살펴 보면 썩기면에 거의 일치하여 입사할 경우 식(10)에서 α 가 거의 0이되어 $\sqrt{\alpha}$ 의 차수가 0인 항이 가장 지배적이 되지만 조금씩 벗어남에 따라 1차, 3차 항의 기여도가 커지게 된다. 따라서 Sahalos가 $\sqrt{\alpha}$ 의 1차항을 더 추가한 것은 썩기면이 천이 영역내에 있을때 의미 있는 것이며 썩기면이 천이 영역의 경계 가까이 갈 때는 $\sqrt{\alpha}$ 의 3차항도 기여도가 있을것으로 보여진다. 그러나 식(10),(11)과 같은 점근전개급수는 수렴성이 보장되어 있지 않으므로 항의 추가는 그 수렴성을 살펴 보아야 한다. [그림 3]에 $\sqrt{\alpha}$ 의 3차항을 회절전류형태에 더하여 비스듬 입사시 썩기면에서의 전류를 해석한후 이를 Burnside, Sahalos 해 및 정확한 해[7]와 비교한 결과를 보였다. 여기서 wa는 썩기각, psi0는 입사

각, rc는 MM 영역 길이, rmf는 모서리에서 가장 멀리 떨어진 GTD 정합점과 모서리와 거리, r1은 썩기면 적분의 적분상한을 각각 나타낸다.



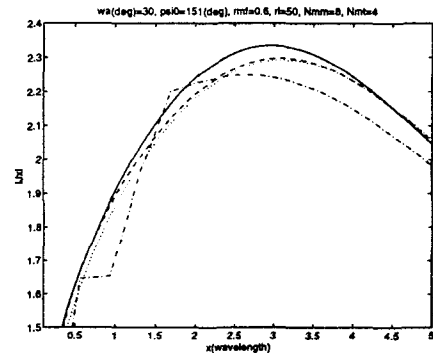
Jx(Exact): — Jx(Burnside): - - - - -
 Jx(Sahalos): ····· Jx(Sahalos+ $\sqrt{\alpha}$ 의 3차항): - · - · -
 [그림 3] 회절전류의 항 갯수에 따른 썩기면전류 비교

[Fig. 3] Wedge surface current magnitude comparison on the number of diffracted current terms

[그림 3]의 결과 예측한대로 $\sqrt{\alpha}$ 의 0,-1 차항이 주도적이어서 이들만 포함되어 있으면 거의 정확한 해에 도달할 수 있으나 고차항이 많을수록 정확한 해에 더 근접함을 알 수 있다. 그러나 $\sqrt{\alpha}$ 혹은 $1/\sqrt{\alpha}$ 의 3차 이상의 고차항이 포함되는 경우 입사각에 따른 회절계수를 구하여 보면 수렴하지 않고 발산하는 현상을 볼 수 있다. 따라서 회절전류의 형태는 $\sqrt{\alpha}$ 의 0,1,-1 차항의 형태로 두는것이 바람직하다. UTD 해는 기본적으로 Fresnel 적분식을 심한 근사 없이 그대로 사용하므로 천이 영역에서의 해석 결과가 비교적 정확하다고 할 수 있다. 그러나 모서리 근방에서는 정확한 해가 보장되지 못하므로[6] 모서리 근처는 모멘트법으로 해석한다. 즉 UTD 해가 모서리에서 $\lambda/4$ 이하의 영역에 대해 정확한 해를 보장 못하므로[6] 모서리에서 $\lambda/4$ 까지는 모멘트법

으로 해석해야 하며 어느 정도의 여유를 두기 위해 $\lambda/4$ 의 2배인 $\lambda/2$ 까지를 모멘트 해석영역으로 두는 것이 바람직하다. 모서리 근방의 전류는 주로 모서리에서 멀리 떨어진 곳의 전자장형태에 영향을 주며 모서리 근방의 전자장은 모서리에서 멀리 떨어진 영역까지 분포된 전류가 지배적 영향을 줄 것으로 보여진다. 따라서 모서리에서 먼 곳의 전류는 GTD 기법으로 구하고 모서리 근방 전류는 모멘트법으로 구한 GTD-MM 기법은 모서리 근방의 전자장을 계산하는데 있어 GTD의 한계를 못 벗어날 것으로 보여지며 모멘트법으로 전류 계산하는 영역이 커지면 모서리에서 멀리 떨어진 곳의 전자장 계산의 정확도에 있어 근소한 향상이 기대되지만 MM 영역이 커지면 모멘트계산법의 안정된 수렴을 위해 행렬요소도 증가시켜야 하므로 계산시간이 늘어나게 된다. 또 MM 영역이 커지면 GTD 해석영역의 시작점이 뒤로 밀려남으로 말미암아 쉐기 표면전류 크기가 상당히 감소되고 난후의 영역이므로 회절계수의 계산에 오차를 발생시킬 것으로 여겨진다. 따라서 MM 영역은 모서리에서 $\lambda/2$ 까지로 하는 것이 바람직하며 GTD 정합점의 위치는 회절전류의 크기가 심하게 감소되지 않은 영역에 두는 것이 좋다. 그러한 범위로 전류 형태가 $jk/\sqrt{\rho}$ 이므로 그 크기가 1/5 정도로 감소되는 지점인 모서리에서 20λ 범위 안으로 하는 것이 바람직하다. 이는 Sahalos가 경험적으로 결정한 5λ 에 비해 좋은 결과를 준다. 다만 전류적분식 계산의 적분 상한이 커지게 되어 계산시간이 다소 증가하게 된다. 또한 정합점들은 모멘트법 해석영역 바로 다음이 전류크기가 가장 감소하지 않은 곳이므로 모멘트 해석영역 바로 다음에 첫번째 GTD 정합점을 위치시키고 나머지 GTD 정합점들은 첫번째 정합점과 GTD 해석 영역 정합점 위치 상한인 20λ 사이에 골고루 위치시켜 회절전류의 정보를 최대한 많이 반영하도록 하여야 한다. 따라서 정합

점의 위치는 첫번째는 모멘트 해석영역에서 0.1λ 떨어진 곳, 마지막 정합점은 모서리에서 20λ 떨어진 곳, 나머지 정합점은 두 정합점 사이에 균등분배 시키는 것이 바람직하다. [그림 4]에 [그림 1]의 상황에 대한 모멘트 해석영역 범위에 따른 x축 쉐기면상의 전체 전류 계산결과들을 비교하였는데 r_c 가 0.5보다 커지면 오차가 점점 커지다가 1.7 이상이 되면 계산 결과가 불안정하여져서 오차가 급격히 커지고 발진현상이 일어난다.



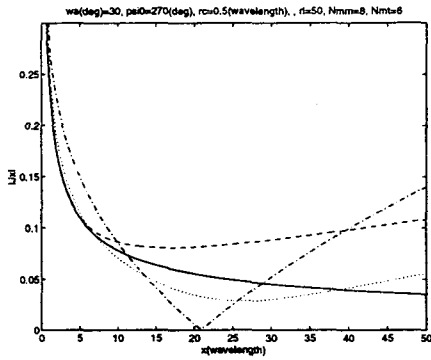
[그림 4] 모멘트법 계산 영역에 따른 x축 쉐기면상의 전체 전류

[Fig 4] Total current on the wedge surface along x axis for the extent variation of moment method calculation

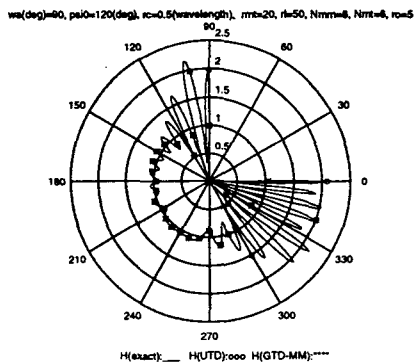
[그림 5]에는 정합점의 위치에 따른 전체 자계 계산결과를 비교하였다. 계산 결과들은 위의 제안들의 타당성을 보여준다. 여기서 N_{mm} 은 MM 영역 분할갯수, N_{mt} 는 GTD 정합점 갯수를 나타낸다.

모멘트 해석영역에 펄스기저함수와 점정합법을 사용한 모멘트법으로 구한 쉐기표면의 전류를 이용하여 산란 전자계를 구할때 모서리에서의 특이점이 무시됨으로써 모서리에 매우 근접한 곳의

회절기여분 계산에 있어 오차를 포함하게 된다. [그림 6]에는 5λ 떨어진 곳의 자계를 [그림 7]에서는 모서리 근방에서의 자계를 계산하여 이를 UTD 및 정확한 해와 비교한 결과를 보였다. 모서리 근방에서의 GTD-MM 해는 많은 오차가 있음이 보여진다. 여기서 r_0 는 모서리에서 관측점까지의 거리를 나타낸다.

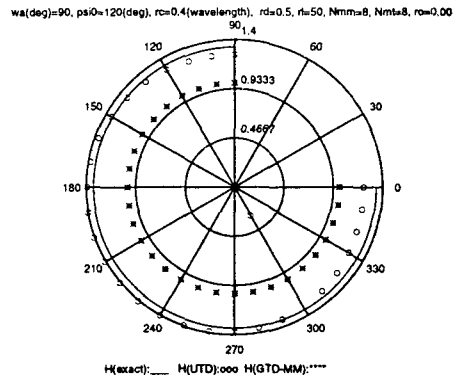


Jx(Exact): — Jx(rmf=5): - - - -
 Jx(rmf=20): Jx(rmf=30): - · - · -
 [그림 5] GTD 정합점 상한에 따른 x 축 쐐기면상의 전체 전류
 [Fig. 5] Total current on the wedge surface along x axis for the upper limit of GTD matching point



[그림 6] 모서리에서 5λ 떨어진 곳의 자계 패턴

[Fig. 6] Magnetic field pattern, 5λ away from edge



[그림 7] 도체 쐐기 모서리 근방에서의 자계
 [Fig. 7] Magnetic field near the tip of the conducting wedge

III. 결론

본 논문에서는 GTD-MM 기법을 실제 전자파 해석문제에 적용하기 위해 필요한 적절한 해석영역 및 정합점 위치 결정 등에 대한 제안을 하였으며, 도체 쐐기에 H 편파된 평면파가 입사하는 경우의 문제에 대해 GTD-MM을 이용한 해를 구하여 정확한 해와 비교해 봄으로써 그 타당성을 보였다.

참고문헌

[1] W.D.Burnside, C.L. Yu, R.J. Marhefka, "A technique to combine the Geometrical Theory of Diffraction and the Moment Method", IEEE Tr. AP-23 July 1975 pp 551-558.
 [2] R.F. Harrington, Field Computation by Moment method. New York: MacMillan, 1968.
 [3] J.C.Sahalos, "On the application of the GTD-MM Technique and its Limitation", IEEE Tr. AP-29, pp 780-786, 1981.

[4] L.B.Felsen, N.Marcuvitz, Radiation and Scattering of Waves, Prentice-Hall, 1973.

[5] M.Abramowitz and I. Stegun, Handbook of Mathematical Functions, Nat. Bur. Stand. Applied Math. Series No. 55, June 1964.

[6] D.A. McNamara, C.W.I. Pistorius and J.A.G. Malherbe, Introduction to the Uniform Geometrical Theory of Diffraction, Boston: Artech House, pp 418-420.

[7] J.J.Bowman, Electromagnetic and Acoustic Scattering by Simple Shapes, John Wiley & Sons, Inc., 1969, pp 260-264.

1) GTO-MM 기법은 ^{전파다} \checkmark ^{리진} 현상은 분석하는
코인자 혹은 개선 하는 것인가?

2) 정확한 해가 아닌 \rightarrow 타당성 보였나

↳ 해석이 쉽나
↳ 어떤 이점이 있는가