

장력안정트러스 구조물의 안정화기법에 관한 연구

A Study on the Stabilization Process of Truss Structure Stabilized by Cable Tension

* 권택진 **한상을 ***김충한 ***최옥훈
Kwun, Taek-Jin Han, Sang-Eul Kim, Chung-Han Choi, Ok-Hun

ABSTRACT

The primary objective of this paper is to grasp characteristics of unit system, for the stabilization of stabilized truss structure that is an assemblage of unit system by prestress. This unit system is composed of a central post and eight cables, and is connected by hinge joints, and stabilized by the self-equilibrated stress system. As this unit structures itself is a statically closed and stabilized system individually, it can be employed to assemble a structure with a variety of configuration.

In this paper, for the stabilization of truss structure stabilized by cable tension, it is proposed the self-equilibrated axial mode equation and the range of the various geometrical parameter about unit system.

1. 서론

無柱 大空間構造物은 힘의 흐름을 자연스럽게 하고, 휨모멘트의 영향을 가능한 저감시켜 面內力만으로 외부하중에 저항케하는 역학개념을 기초로, 구조시스템의 효율성을 극대화 시키는 形態抵抗型 構造이다.

引張力(tension force) 을 도입하여 강성을 부여할 수 있는 무주 대공간구조시스템으로는 케이블 넷 구조, 막구조, Tensegrity구조등이 있으며, 앞의 두 구조시스템은 많은 연구가 이루어 졌지만, 후자의 경우에는 최초 R.B. Fuller에 의해 압축부재의 수를 줄이고, 인장부재를 케이블로 대체하여 구조시스템의 경량화 및 합리화를 도모하기 위하여 시도되었던 구조이다. 그 이후 압축재의 수를 줄일 수 있는 장력안정구조시스템을 성공적으로 실제 구조물에 적용한 사례로는 D.H. Geiger에 의해 설계된 서울올림픽 체조경기장과 미국의 조지아 돔 등이 있다. 이 케이블 돔구조는 압축재로 포스트재와 경계의 압축링으로 구성되어 있으며, 구조물 전체의 관점에서는 하나의 自己平衡狀態(self-equilibrium condition)를 만족하는 구조로서, 돔과 같은 닫힌형상(閉形狀)의 구조에는 유리한 구조시스템이 되지만, 볼트(vault)와 같은 열린형상(開形狀)에는 적용상 문제가 있으므로, <安定화된 單位要素>를 고려하여 안정한 트러스 구조를 구성하는 張力安定트러스 개발이 현시점에서 초대공간 구조문제에 관한 해결방안중의 하나이다.

*성균관대학교 교수, **인하대학교 교수, ***안동공대 교수

본 논문에서는 위에서 언급한 장력안정트러스의 기본이 되는 단위구조의 안정화를 위하여, 자기평형 축력모드 산출식을 유도하고 가장 지배적인 매개변수의 범위를 설정하는 것을 그 목적으로 한다.

2. 단위모델의 자기평형 축력모드 산출식

그림 2.1에서 보여주는 기본단위구조의 각 절점의 평형식에서, 기본단위구조의 자기평형 축력모드를 구한다. 절점 i와 절점 j를 연결한 부재의 길이는 식 (2.1)과 같다.

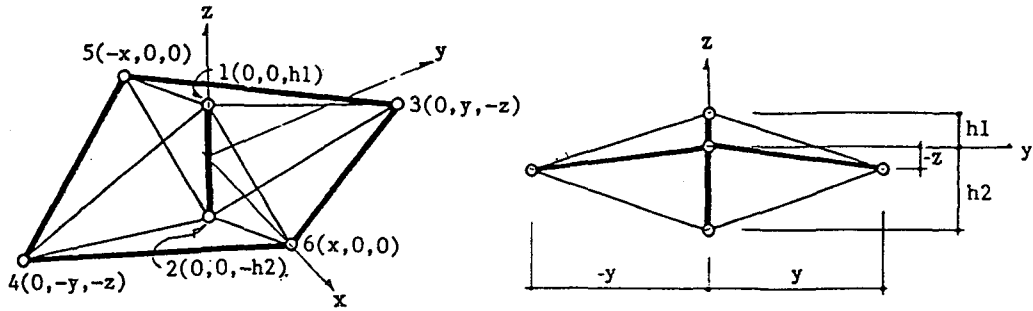


그림 2.1 기본단위모델

$$\begin{aligned}
 l_{35} = l_{36} = l_{45} = l_{46} &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} && \equiv L_1 \\
 l_{13} = l_{14} &= \sqrt{y^2 + (z + h_1)^2} && \equiv L_2 \\
 l_{23} = l_{24} &= \sqrt{y^2 + (h_2 - z)^2} && \equiv L_3 \\
 l_{15} = l_{16} &= \sqrt{x^2 + h_1^2} && \equiv L_4 \\
 l_{25} = l_{26} &= \sqrt{x^2 + h_2^2} && \equiv L_5 \\
 l_{12} &= h_1 + h_2 && \equiv L_6
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

z의 길이를 h_0 라 두면, 각 절점에서 경계조건을 고려하지 않은 힘의 평형식은 다음과 같다.

절점 1에서의 평형식 :

$$\begin{aligned}
 &\begin{Bmatrix} 0 \\ y \\ -h_1 - h_0 \end{Bmatrix} \frac{N_{13}}{l_{13}} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -y \\ -h_0 - h_1 \end{Bmatrix} \frac{N_{14}}{l_{14}} + \begin{Bmatrix} -x \\ 0 \\ -h_1 \end{Bmatrix} \frac{N_{15}}{l_{15}} + \begin{Bmatrix} x \\ 0 \\ -h_1 \end{Bmatrix} \frac{N_{16}}{l_{16}} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -h_1 - h_2 \end{Bmatrix} \frac{N_{12}}{l_{12}} \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

절점 2에서의 평형식 :

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ y \\ h_2 - h_0 \end{Bmatrix} \frac{N_{23}}{l_{23}} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -y \\ h_2 - h_0 \end{Bmatrix} \frac{N_{24}}{l_{24}} + \begin{Bmatrix} -x \\ 0 \\ h_2 \end{Bmatrix} \frac{N_{25}}{l_{25}} + \begin{Bmatrix} x \\ 0 \\ h_2 \end{Bmatrix} \frac{N_{26}}{l_{26}} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ h_1 + h_2 \end{Bmatrix} \frac{N_{12}}{l_{12}} = 0$$

절점 3에서의 평형식 :

$$\begin{Bmatrix} -x \\ -y \\ h_0 \end{Bmatrix} \frac{N_{35}}{l_{35}} + \begin{Bmatrix} x \\ -y \\ h_0 \end{Bmatrix} \frac{N_{36}}{l_{36}} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -y \\ h_0 + h_1 \end{Bmatrix} \frac{N_{13}}{l_{13}} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -y \\ h_0 - h_2 \end{Bmatrix} \frac{N_{23}}{l_{23}} = 0$$

절점 4에서의 평형식 :

$$\begin{Bmatrix} -x \\ y \\ h_0 \end{Bmatrix} \frac{N_{45}}{l_{45}} + \begin{Bmatrix} x \\ y \\ h_0 \end{Bmatrix} \frac{N_{46}}{l_{46}} + \begin{Bmatrix} 0 \\ y \\ h_0 + h_1 \end{Bmatrix} \frac{N_{14}}{l_{14}} + \begin{Bmatrix} 0 \\ y \\ h_0 - h_2 \end{Bmatrix} \frac{N_{24}}{l_{24}} = 0 \quad (2.2)$$

절점 5에서의 평형식 :

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ -h_0 \end{Bmatrix} \frac{N_{35}}{l_{35}} + \begin{Bmatrix} x \\ -y \\ -h_0 \end{Bmatrix} \frac{N_{45}}{l_{45}} + \begin{Bmatrix} x \\ 0 \\ h_1 \end{Bmatrix} \frac{N_{15}}{l_{15}} + \begin{Bmatrix} x \\ 0 \\ -h_2 \end{Bmatrix} \frac{N_{25}}{l_{25}} = 0$$

절점 6에서의 평형식 :

$$\begin{Bmatrix} -x \\ y \\ -h_0 \end{Bmatrix} \frac{N_{36}}{l_{36}} + \begin{Bmatrix} -x \\ -y \\ -h_0 \end{Bmatrix} \frac{N_{46}}{l_{46}} + \begin{Bmatrix} -x \\ 0 \\ h_1 \end{Bmatrix} \frac{N_{16}}{l_{16}} + \begin{Bmatrix} -x \\ 0 \\ -h_2 \end{Bmatrix} \frac{N_{26}}{l_{26}} = 0$$

식 (2.1), 식 (2.2)에서 다음과 같은 관계식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} -2 \frac{N_{35}}{L_1} &= \frac{N_{13}}{L_2} + \frac{N_{23}}{L_3} \\ -2z \frac{N_{35}}{L_1} &= (z+h_1) \frac{N_{13}}{L_2} + (z-h_2) \frac{N_{23}}{L_3} \\ -2 \frac{N_{35}}{L_1} &= \frac{N_{15}}{L_4} + \frac{N_{25}}{L_5} \\ -2z \frac{N_{35}}{L_1} &= -h_1 \frac{N_{15}}{L_4} + h_2 \frac{N_{25}}{L_5} \\ -2(z+h_1) \frac{N_{13}}{L_2} &= 2h_1 \frac{N_{15}}{L_4} + N_{12} \\ 2(z-h_2) \frac{N_{23}}{L_3} &= 2h_2 \frac{N_{25}}{L_5} + N_{12} \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned}
N_{35} &= N_{36} = N_{45} = N_{46} \\
N_{15} &= N_{16}, \quad N_{25} = N_{26} \\
N_{13} &= N_{14}, \quad N_{23} = N_{24}
\end{aligned} \tag{2.4}$$

식 (2.3)은 다음과 같이 N_{35} 의 항으로 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
N_{13} &= -2 \frac{L_2}{L_1} \frac{h_2}{H} N_{35} \\
N_{23} &= -2 \frac{L_3}{L_1} \frac{h_1}{H} N_{35} \\
N_{15} &= -2 \frac{L_4}{L_1} \frac{h_2-z}{H} N_{35} \\
N_{25} &= -2 \frac{L_5}{L_1} \frac{z+h_1}{H} N_{35} \\
N_{12} &= \frac{4}{L_1} \frac{Z(h_2-h_1)+2h_1h_2}{H} N_{35}
\end{aligned} \tag{2.5}$$

앞의 식을 이용하여 다음과 같은 자기평형 축력모드를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
N_{35} : N_{13} : N_{23} : N_{15} : N_{25} : N_{12} = \\
-L_1 H : 2L_2 h_2 : 2L_3 h_1 : 2L_4 (h_2-z) : 2L_5 (z+h_1) : -4\{z(h_2-h_1)+2h_1h_2\}
\end{aligned} \tag{2.6}$$

식 (2.6)에 식 (2.1)를 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
N_{35} : N_{13} : N_{23} : N_{15} : N_{25} : N_{12} = \\
-(h_1+h_2)\sqrt{x^2+y^2+z^2} : \frac{2h_2}{y}\sqrt{y^2+(z+h_1)^2} : \frac{2h_1}{y}\sqrt{y^2+(h_2-z)^2} : \\
2(h_2-z)\sqrt{x^2+h_1^2} : 2(z+h_1)\sqrt{x^2+h_2^2} : -4\{z(h_2-h_1)+2h_1h_2\}
\end{aligned} \tag{2.7}$$

3. 해석결과

3.1 단위모델의 자기평형 축력모드해석결과

2절에서 구한 자기평형 축력모드 산출법에 의해, 그림 3.1에서 모델을 이용하고 단위모델에서 α 가 포스트의 상하위치에 따른 결과를 비교하기 위해, 그림 3.2에서 보는 바와 같이 4가지의 경우에 관해 채택한다. 파라메타 α 는 포스트의 중간점이 절점5와 6의 위치에서 z방향으로 임의의 거리만큼 떨어져 있는 위치를 나타낸다.

자기평형 축력모드산출법에 의해, 각 경우의 계산된 결과는 표 3.1과 같다. N_{35} 이라함은 절점번호 3과 5를 연결하는 부재의 자기평형 축력모드를 나타낸다. 그림3.3은 α 가 포스트의 상하위치에 따른 자기평형 축력모드의 결과치를 보여준다.

해석모델의 좌표는 그림 3.1과 같이, $x = 150$ cm, $y = 260$ cm, $z = 27.5$ cm, $L = 301.4$ cm, $\theta = 6.037^\circ$, $\phi = 59.68^\circ$ 이다. 여기에서, θ 는 y 축과 1-3부재에 의해 이루어지는 각이고, ϕ 는 4-5부재와 4-6부재 또는 3-5부재와 3-6부재에 의해 이루어지는 각이다.

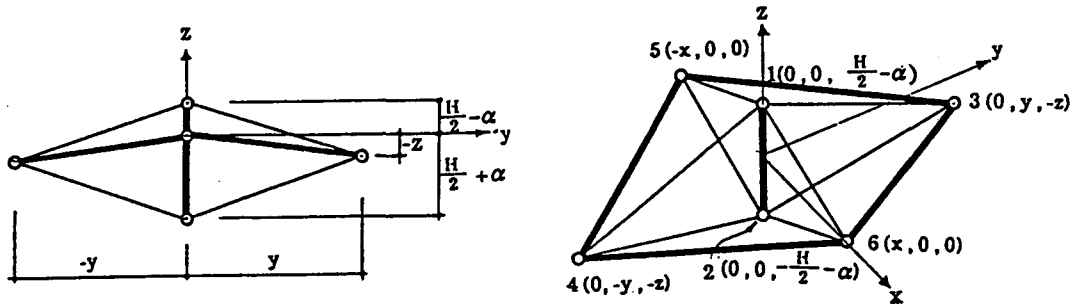


그림 3.1 해석 단위모델

케이스 1	케이스 2
<p> $h1 = -27.5$ cm $h2 = 127.5$ cm $\alpha/(H/2) = 1.55$ </p>	<p> $h1 = 0.0$ cm $h2 = 100.0$ cm $\alpha/(H/2) = 1.00$ </p>
케이스 3	케이스 4
<p> $h1 = 22.5$ cm $h2 = 77.5$ cm $\alpha/(H/2) = 0.55$ </p>	<p> $h1 = 72.5$ cm $h2 = 27.5$ cm $\alpha/(H/2) = -0.45$ </p>

그림 3.2 포스트 위치에 따른 해석모델

표 3.1 단위모델 산출법에 의한 자기평형 축력모드

	케이스 1	케이스 2	케이스 3	케이스 4
N35	-0.247	-0.296	-0.323	-0.319
N36	-0.247	-0.296	-0.323	-0.319
N13	0.543	0.514	0.440	0.162
N23	-0.126	0.000	0.128	0.399
N45	-0.247	-0.296	-0.323	-0.319
N15	0.250	0.214	0.163	0.000
N25	0.000	0.097	0.181	0.323
N46	-0.247	-0.296	-0.323	-0.319
N14	0.543	0.514	0.440	0.162
N24	-0.126	0.000	0.128	0.399
N16	0.250	0.214	0.163	0.000
N26	0.000	0.097	0.181	0.323
N12	0.090	-0.108	-0.214	-0.116

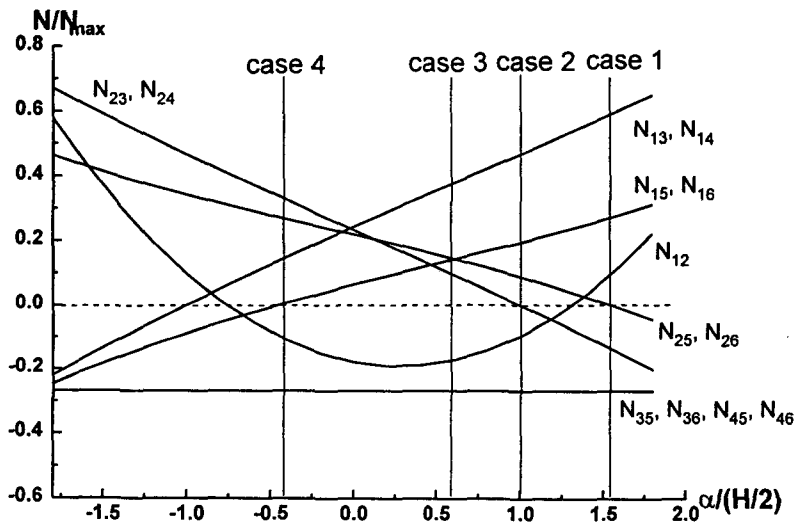


그림 3.3 4가지 경우의 자기평형 축력모드

3.2 α 와 자기평형 축력모드의 관계

본절에서는 그림 3.3에서 보는 바와 같이 단위모델에 대해 포스트 위치를 보여주는 파라메타 α 와 자기평형 축력모드의 관계를 구한다.

그림 3.4에서 보여주는 좌표를 식 (2.7)에 대입하고, 파라메타 α 와 높이 H 를 변화시키면 그림 3.5 (a), (b), (c), (d)와 같은 자기평형 축력모드의 그래프를 구할 수 있다.

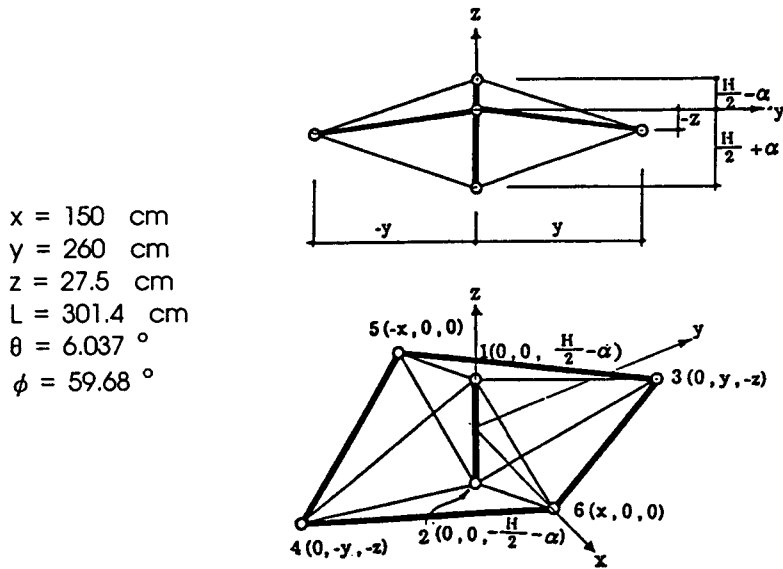
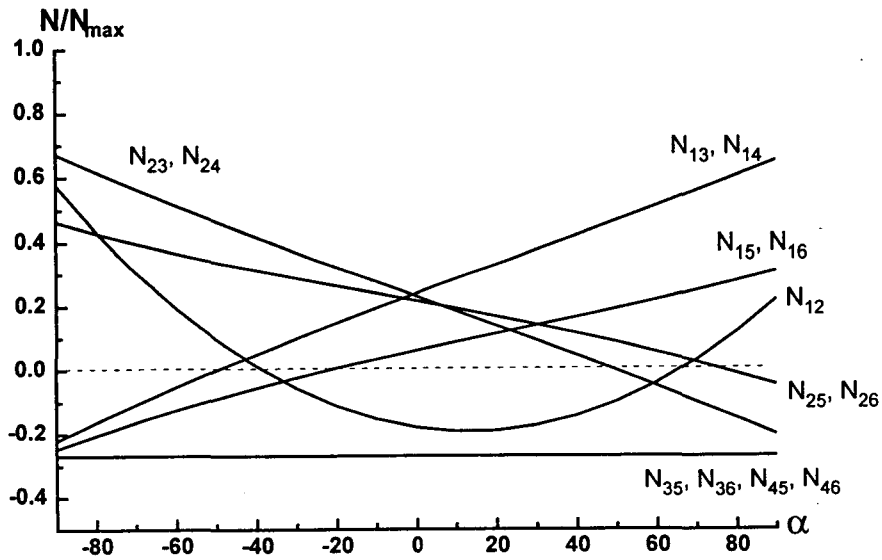
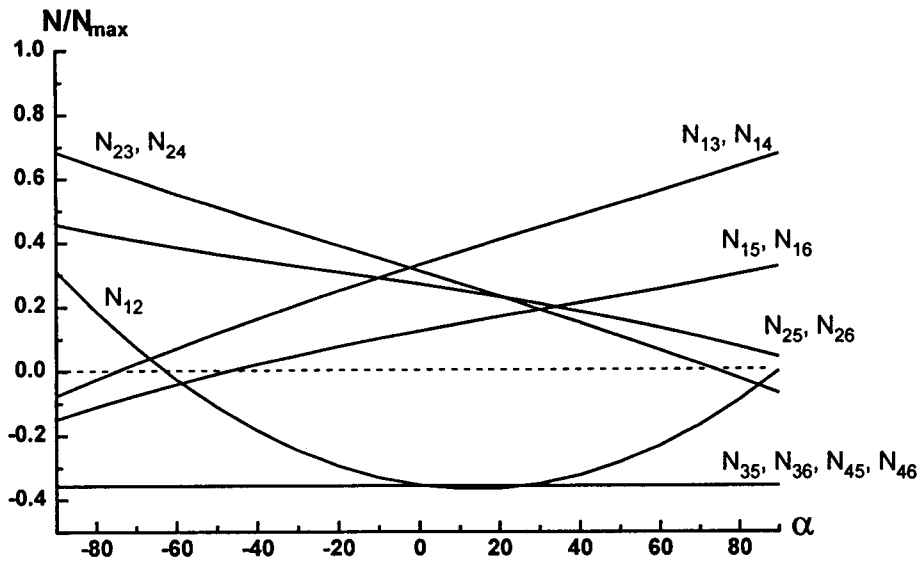


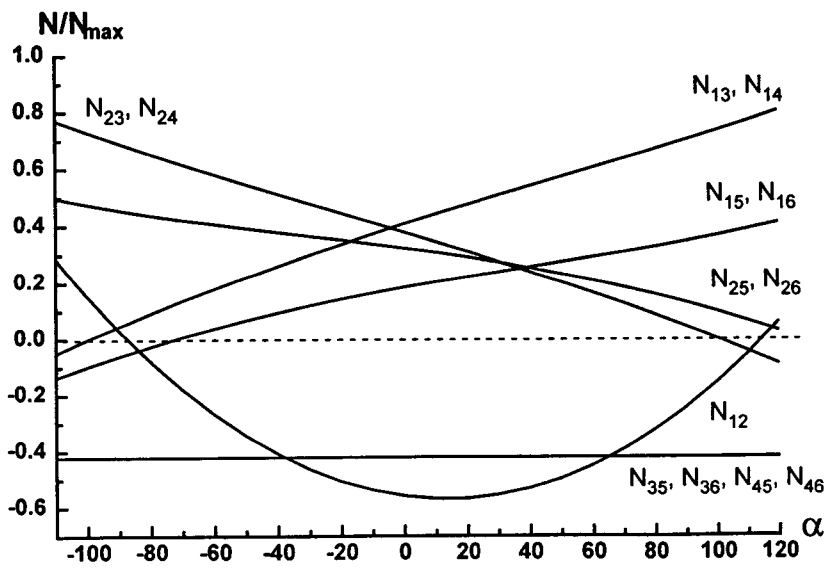
그림 3.4 α 및 H 와 자기평형 축력의 관계를 구하기 위한 단위 모델



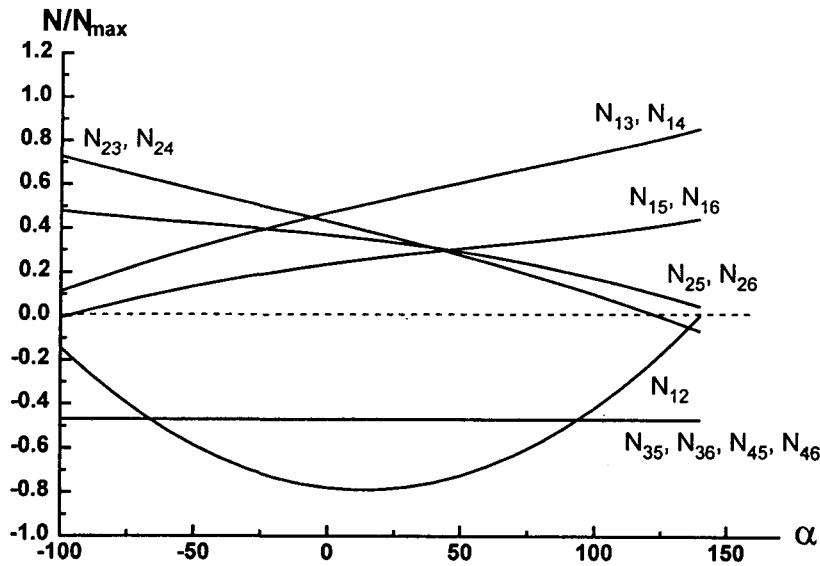
(a) $H=100\text{m}$ 일때 α 에 따른 자기평형 축력모드



(b) $H=150m$ 일때 α 에 따른 자기평형 축력모드



(c) $H=200m$ 일때 α 에 따른 자기평형 축력모드



(d) H=250m 일때 α 에 따른 자기평형 축력모드
 그림 3.5 매개변수(α , H)에 따른 자기평형 축력모드

4. 결론

그림 3.2에서, α 를 변화시키면 포스트는 단위모델의 중앙에서 연직방향으로 상하이동하게 된다. 단위모델이 장력구조로서 성립하기 위해서는, 장력재에는 인장 축력이 작용하고 압축재에는 압축력이 작용하도록 구성되지 않으면 안되므로, 표 3.1과 그림 3.3에서 보면, 케이스 1에서 인장부재인 2-3부재와 2-4부재는 압축력을 받기 때문에 단위모델로서 사용할 수 없다. 또한, 케이스 2에서, 2-3부재와 2-4부재, 케이스 4에서는 1-5부재와 1-6부재에서는 축력이 0이기 때문에 시공상의 문제를 고려할 때, 압축을 받을 수 있다. 따라서 케이스 3과 같이, α 의 위치가 포스트의 상부에 있는 단위모델이 적합하다고 사료된다.

그림 3.5에서 보는 바와 같이, 포스트의 높이에 따라 사용할 수 있는 α 의 범위는 각 그림 상에서 1-5, 1-6부재의 축력곡선과 점선의 교차점에서, 2-3과 2-4부재의 축력곡선과 점선의 교차점까지의 구간이고, 또한 포스트의 높이(H)가 클수록 α 의 범위도 넓어짐을 알 수 있다.

단위형상결정시, α 의 결정방법으로서 이 그림을 이용할 수 있다. 즉 초기상태에서 가장 적합한 축력배분상태를 선택하고, 그것에 대응하는 α 의 값을 채용할 수 있다. 예를 들면 초기상태에서 전체의 장력재가 될 수 있는 대로 이완상태가 되지 않도록 하기 위해 1-5부재 및 1-6부재의 축력곡선과 2-3부재 및 2-4부재의 축력곡선의 교점에 대응하는 α 의 값이 가장

및 1-6부재의 축력곡선과 2-3부재 및 2-4부재의 축력곡선의 교점에 대응하는 α 의 값이 가장 적절하다.

위에서 알아본 바와 같이 매개변수에 따른 자기평형 축력모드를 여러가지 모델형태에 따라 미리 분류하면, 안정화된 단위구조를 실제 구조물에 적용시 매우 유효하게 사용할 수 있다고 사료된다.

참고문헌

1. Maxwell, J. C., "On the Calculation of the Equilibrium and Stiffness of Frames", Philosophical Magazine, 1864, Vol. 27.
2. Fuller, R. B. "Tensile-Integrity Structures", U.S.Pat. 3,063,521 , 1962.
3. Fuller, R. B., Marks, R., "The Dymaxion World of Buckminster Fuller", Doubleday Anchor Press, 1970.
4. Pugh A., "An Introduction to Tensegrity", University of California Press, 1976
5. Geiger, D. H., "Roof Structure", U. S. Pat. 4,736,553, 1986
6. Geiger, D. H., Stefaniuk A., Chen D., "The Design and Construction of Two Cable Domes for the Korean Olympics", Proc. of IASS Symposium, Osaka, 1986, Vol.2, pp.265-272
7. Geiger, D. H., "Membrane Structures", Encyclopedia of Architecture, Design, Engineering, and Construction Vol.3, John Wiley & Sons, Inc., 1989