

# 점진적 최적화 기법을 이용한 구조물의 위상 설계

## Topological design of structures using an evolutionary procedure

최창근\*                      류명기\*\*                      송명관\*\*  
Choi, Chang-Koon    Ryu, Myung-Gi    Song, Myung-Kwan

---

### ABSTRACT

The structural topology optimization presented in this paper is based on an evolutionary procedure, developed by Xie and Steven, in which the low stressed material of a structure is removed from the structure step-by-step until an optimal design is obtained. By applying this procedure a layout or topology of a structure can be found from a initial block of material. The purpose of this paper is to implement the evolutionary procedure, introduce some novel features and investigate its feasibility by studying a few examples.

---

### 1. 서론

구조물의 최적화 중 크기에 관한 최적화(sizing optimization) 문제의 경우는 기하학적 모델링의 효율성에 직접적인 상관은 없었으나 최근 다양한 그래픽 관련 도구들이 발전하고 컴퓨터의 계산 속도가 빨라짐에 따라 형상 및 위상 최적화(shape or topology optimization) 문제에 있어서는 급격한 발전이 있어 왔다.

한편, 구조물을 최적화 하는 방법 중 가장 많이 개발되어 온 방법이 수리계획법(Mathematical Programming Technique)에 바탕을 둔 것들인데, 여기에 속하는 기법들은 그 적용성과 수렴성 등에 있어서 많은 차이를 보인다. 그러므로 어느 특정한 구조물을 대상으로 하는 최적화 문제의 경우, 어느 기법을 이용할 것인지는 사용자의 선택에 달려 있으며 또한 선택된 기법에 따라 적절한 결과를 얻을 수도 있고, 그렇지 못할 수도 있다.

이처럼 수리계획법은 다양한 종류가 있음에도 불구하고 어느 특정한 형상 및 위상 최적화 문제에 있어서는 효율적이지 못하거나 적합하지 못할 결과를 초래할 수도 있다. 이러한 불합리성을 피하기 위해 Lagrange multipliers를 이용하고 변분을 계산하는 것과 같은 최적성 기준 방법(Optimality Criteria Method)등이 개발되었다.

일반적으로 크기 최적화 문제와는 달리 형상 및 위상 최적화가 가지는 어려움 점은 유한요소해석을 수행하기 위한 기하학적 데이터가 변화한다는 점이다. 이러한 변화가 매우 작다면 크게 문제가 되지 않지만, 주어진 설계 영역 내에서 최적 형상을 찾고자 할 때는 대부분 기하학적 데이터가 크게 변하게 되므로 유한요소 모델링이 문제가 됨이 당연하다. 이와 같이 구조물의 유한요소를 재구성(remeshing)해야 하는 번거로움을 벗어나고, 주어진 구조물의 위상의 변화 없이 경계의 모양의 변화에 의해 형상을 최적화하는 기존의 형상 최적화 방법들의 단점을 보완하기 위해 구조물의

---

\* 한국과학기술원 토목공학과 교수

\*\* 한국과학기술원 토목공학과 석사과정

배치(layout) 및 위상을 최적화 하는 방법들의 개발이 요구되고 있다.

최근 Bendsøe와 Kikuchi등은 최적성 기준 방법의 하나로, 대상 구조물에 무수히 많은 공극(holes)을 배치시킨 후, 주어진 하중을 지탱할 수 있으며 다른 설계 요구 조건들을 만족하면서 유연성(compliance)과 같은 목적함수를 최소화함으로써 공극의 최적 배치를 결정하는 균질화 방법(Homogenization Method)을 제시하였다.<sup>[1,2]</sup>

이와 마찬가지로, 형상 최적화 과정 중 내부에 구멍이 생기는 것과 같은 위상의 변화를 유발시킬 수 있으면서 요소의 재구성도 필요하지 않지만, 복잡한 균질화 방법에 비해 개념적으로 매우 간단한 방법으로 Xie와 Steven에 의해 제안된 점진적 기법(Evolutionary Procedure)을 이용한 방법이 있다. 이는 응력이 매우 적게 발생하는 부분은 그 구조물에서 필요하지 않는 부분이라는 생각에서 출발한 것으로, 간단히 표현하면 구조물을 아주 작은 크기의 요소들로 모델링한 후, 응력이 매우 적게 발생하는 요소들을 점차적으로 소거해 나가는 방법이다.<sup>[3,4]</sup>

본 논문에서 Xie 등에 의해 제안된 점진적 최적화 기법을 이용하여 몇 가지 예제를 통해 이 방법의 특성을 소개하고 그 적용성을 소개하고자 한다. 본 연구에서는 본 연구실에서 개발한 유한요소해석 프로그램인 FESA를 이용하여 구조물을 모델링 및 해석하였다.

## 2. 점진적 최적화 기법

### 2.1 점진적 최적화의 과정

점진적 최적화의 기법은 응력이 매우 적게 발생하는 부분은 그 구조물에서 불필요한 부분이라는 생각을 기초로 하여 출발한다. 즉, 구조물을 아주 작은 크기의 요소로 모델링한 데이터로 수행한 유한요소해석의 결과를 바탕으로 어떤 기준을 거쳐서 응력이 적게 발생한 요소들을 소거한 다음, 소거되지 않은 요소들로 이루어진 기하학적 형상을 새로운 입력 자료로 하여 위와 같은 과정을 반복해 나간다.

시작 단계에서, 최적화 하고자 하는 구조물을 충분히 포함하는 설계영역(design domain)을 설정한다. 이 때 점진적 최적화 과정 중 문제의 특성상 소거되지 않는 영역으로써 비설계영역(non-design domain)을 설정할 수 있으며, 일반적으로 지점 부분이나 하중이 작용하는 부분 등에 설정되어 진다. 재료의 물성치, 지점의 경계조건, 그리고 하중 등을 설정하고, 전체 영역들을 유한요소해석을 위해 세분화한다.

유한요소해석을 통해 각 요소의 von Mises stress ( $\sigma_{von}^e$ ) 혹은 최대 주응력 ( $\sigma_{pr}^e$ ) 등이 계산되어 지며, 이러한 응력들을 응력수준(stress level,  $\sigma_{evo}^e$ )이라고 한다.<sup>[6]</sup> 이 때, 어떤 요소의 응력수준이 전체 요소들 중 가장 큰 응력수준에 소거비율(RR : Rejection Ratio)을 곱한 값보다 작으면 그 요소의 응력이 매우 작다고 판단하여 소거해 나간다.

$$\sigma_{evo}^e < RR_i \times \sigma_{evo}^{\max} \quad (1)$$

점진적 최적화 과정을 거치는 동안 점차로 요소들이 소거되어 나감에 따라 소거비율의 값도 점차로 증가하여야 한다. 즉, 어떤 소거비율 값을 유지한 채 점진적 최적화 과정을 반복한 후, 더 이상 식 (1)과 같은 기준으로 소거되는 요소가 없게 되면, 이전 단계의 소거비율 값보다 소거비율의 증가율(ER : Evolutionary Rate)만큼 큰 값으로 소거비율 값을 대체해야만 요소들을 계속 소거해 나갈 수 있게 된다.

$$RR_{i+1} = RR_i + ER \quad i=0,1,2,3, \dots \quad (2)$$

이러한 반복 과정은 모든 요소의 응력수준이 어떤 범위 안에 속할 때까지 계속되어 진다.

### 2.2 점진적 최적화 기법의 적용성과 유한요소해석

점진적 최적화 기법을 통하여 하중과 주어진 운동학적 제약조건(kinematic constraint)에 대하여 가장 효율적인 응력 또는 변위 상태의 구조 형상을 예측할 수 있다. 물론 2차원뿐만 아니라 3차원

적으로도 점진적 최적화에 의한 형상 최적화가 가능하지만 초기의 기하학적 입력 데이터로부터 크기가 작은 매우 많은 요소들로 구성하여 매 단계마다 구조해석을 실시해야하므로 3차원적인 수행을 하려면 상당한 계산 시간이 요구된다. 따라서 3차원적 점진적 최적화의 수행은 계산시간과 비용을 고려하여 볼 때 비효율적일 수도 있다. 그러나 앞으로 컴퓨터의 급격한 발전에 힘입어 효율적인 방법이 될 것으로 기대된다.

점진적 최적화 과정을 거쳐서 구조물의 형상 및 위상을 최적화할 때, 초기 소거비율( $RR_0$  : Initial Rejection Ratio)은 보통 작은 값이어야 한다. 일반적으로 1 % 정도가 무난하다. 초기 소거비율의 값이 크면 응력이 매우 작은 부분뿐만 아니라 어느 정도의 응력을 지니며 그 구조물에서 중요한 기능을 담당하는 부분까지 소거되어 결과적으로 적합한 최적 형상을 얻을 수 없기 때문이다. 그러나 전체 영역의 응력수준이 크게 변화하지 않는 문제들의 경우에는 초기 소거비율의 값을 약간 큰 값으로 설정할 수도 있다.

그리고 소거비율의 증가율(ER)도 충분히 작아야 한다. 이 값이 클 경우 만족할 만한 최적화를 수행할 수 없으며 특이성(singularity)이 있는 구조물이 되기도 한다. 이 값은 초기 소거비율과 같거나 더 작은 값으로 설정되어야 적합할 것으로 여겨진다.

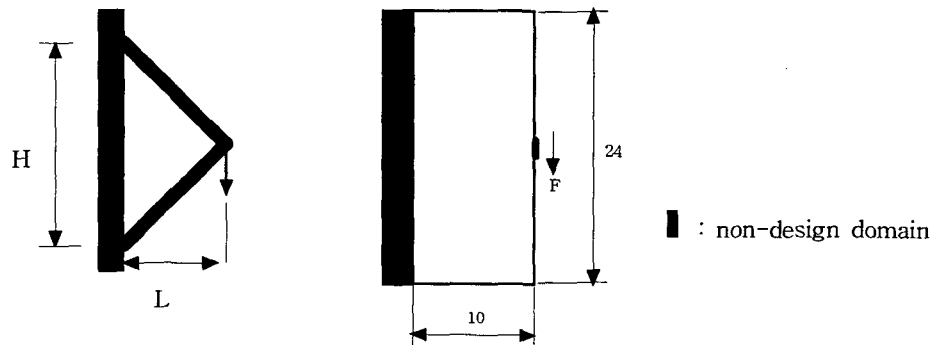
앞에서 설명하였듯이 점진적 최적화 과정에 의하여 구조물을 최적화할 때, 매 단계마다 유한요소해석의 결과로 나온 요소들의 응력 분포를 바탕으로, 응력이 매우 작아 효과적으로 쓰이지 않는 요소들이 소거되기 때문에 새로운 기하학적 데이터의 입력을 통하여 유한요소해석을 매번 다시 실시해야 한다. 그러나 이때 새로이 입력 데이터를 구성하기 위해 요소들을 재구성하는 것은 상당히 번거로운 일이 된다. 이것을 피하는 방법으로, 점진적 최적화 과정의 첫 단계에서 사용한 요소들의 구성을 계속적으로 이용하기 위해 기존의 데이터에서 소거할 요소의 탄성계수를 0으로 설정하는 방법이 있다. 본 논문에서는 새로운 입력 데이터에서 FESA의 공요소(Blank Element)를 활용하여 소거할 요소를 공요소화하는 방법으로 이러한 난점을 피하며 최적화를 수행하였다.<sup>[5]</sup>

### 3. 예제

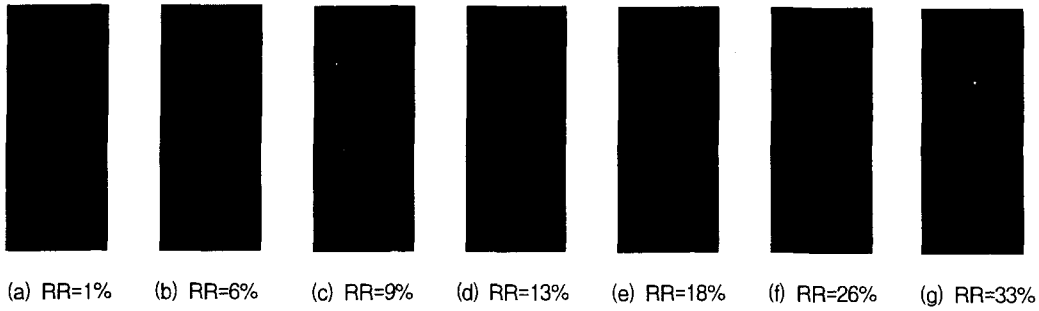
#### 3.1 예제 1. A two-bar frame structure<sup>[2,3]</sup>

본 논문의 점진적 최적화 과정을 검증하기 위하여, 해석적으로 구할 수 있는 그림 1과 같은 간단한 two-bar frame 구조물을 예제를 사용하였다. 소거기준으로써의 응력수준은 von Mises stress를 사용하였으며, 재료의 탄성계수는 100 GPa이며, 포아송 비는 0.3을 사용하였다. 최적화를 수행하기 위해서 설계영역을  $25 \times 60$ 개의 4절점 사각형 평면 요소로 구성하였다. 집중 하중이 작용하는 부분에 응력 집중이 생기므로 이 부분을 비설계영역으로 설정하였으며, 초기 소거비율 값과 소거비율의 증가율은 각각 1 %로 설정하여 최적화를 수행하였다.

점진적 최적화 과정을 통한 구조물의 변천과정은 그림 2와 같다. 소거비율 값이 33 %일 때 최적해를 가지며, 이는  $H/L=2$ 인 해석치와 잘 일치함을 알 수 있다.



[그림 1] Two-bar frame 구조물과 설계영역

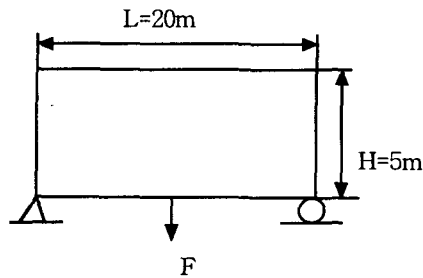


[그림 2] 점진적 최적화에 의한 two-bar frame 구조물의 변천과정

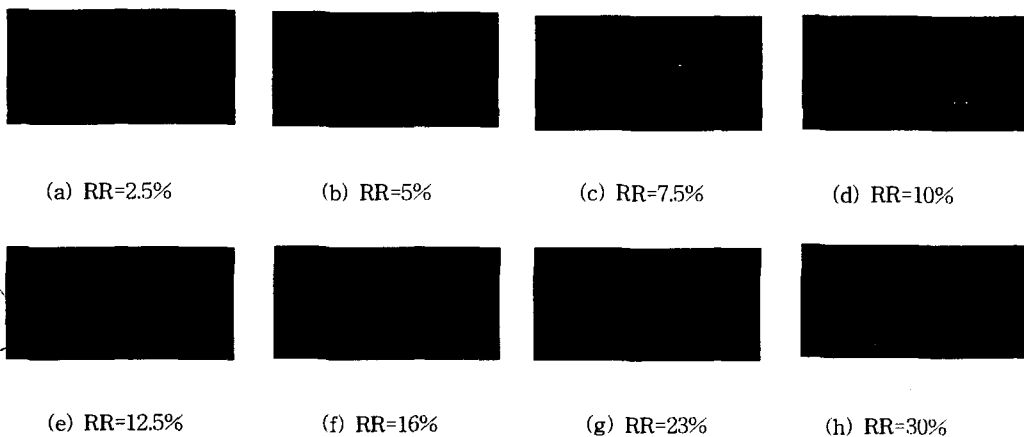
### 3.2 예제 2. Two-dimensional truss

그림 3과 같은 경계조건을 가지고, 하중이 작용하는 2차원 트러스 구조물에 대해서 점진적 최적화를 수행하였다. 소거기준으로써의 응력수준은 von Mises stress를 사용하였으며, 재료의 탄성계수는 100 GPa이며, 포아송 비는 0.3을 사용하였다. 설계영역은  $50 \times 25$ 개의 4절점 사각형 평면 요소를 사용하여 모델링하였다.

초기 소거비율 값은 1 %, 소거비율의 증가율은 0.5 %로 설정하였다. 점진적 최적화 과정을 통한 구조물의 변천과정은 그림 4와 같으며, 소거비율 값이 30 %일 때 최적해를 얻을 수 있었다.



[그림 3] Two-dimensional truss의 설계영역



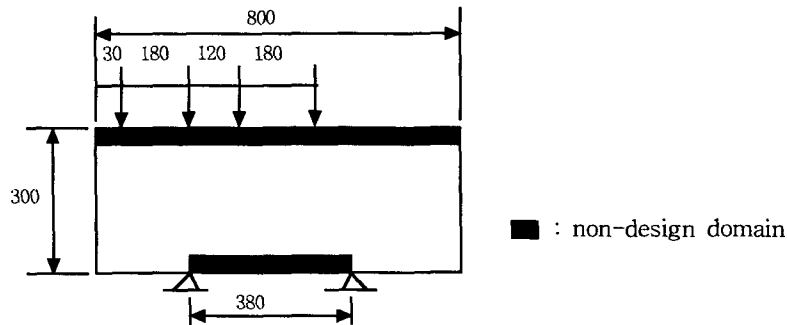
[그림 4] 점진적 최적화에 의한 Two-dimensional truss의 변천과정

### 3.3 예제3. PC 박스거더 교량의 단면

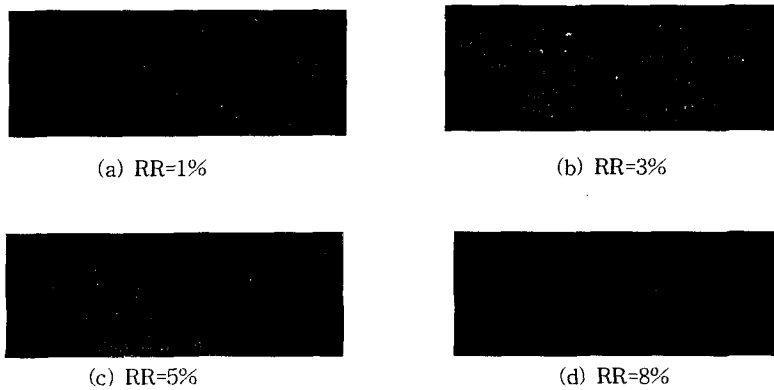
교폭 및 상부구조 단면의 높이, 그리고 하부 플랜지의 길이가 정해져 있는 1실 박스거더의 횡단면의 유형을 찾는 최적화를 수행하였다. 1실 박스거더 교량에 재하되는 하중 중에서 가장 큰 단면력을 유발하는 하중과 설계 영역은 그림 5와 같다. von Mises stress는 강구조물과 같은 경우에 적합하며 콘크리트 구조물에는 적합하지 않으므로, 본 연구에서는 논문 [5]에서 제시된 바 있는 콘크리트 구조물에 대한 소거기준을 채택하였다. 이 소거기준에 따르면, 매 반복과정마다 그 때의 최대 2축 응력을 바탕으로 그래프가 그려지며 이에 따라 소거영역이 설정되어 소거과정을 거친다.

설계영역의 경계조건(boundary condition)은 설계영역의 아래 부분, 즉 PC 박스거더 교량 단면의 하부 플랜지 부분을 고정시키는 것으로 설정하였다. 그리고 상·하부 플랜지의 최소 두께만큼을 비설계영역으로 설정하였다. 점진적 최적화 과정을 수행하기 위해서 설계영역을 100×30개의 4절점 사각형 평면 응력 요소들로 구성하였다. 소거기준을 적용하여 요소를 소거할 때에, 하중이 대칭적이지 않으므로 대칭적인 구조물을 얻기 위해서 좌우 대칭인 두 요소가 모두 소거대상에 속할 때만 그 요소들을 소거하였다. 또한, 콘크리트의 재료 물성치로는 탄성계수  $2.6 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ , 포아송 비 0.18, 그리고 압축강도  $300 \text{ kg/cm}^2$  을 설정하였다.

이상과 같은 설계영역과 구성된 요소망 및 하중 조건을 바탕으로 초기 소거비율 값과 소거비율의 증가율을 각각 1 %로 정하여 점진적 최적화를 수행하였다. 점진적 최적화에 의해 변화하는 PC 박스거더 교량의 횡단면 유형은 그림 6과 같다. 각 소거비율에 대한 평균 반복횟수는 약 6회였으며, 소거비율 값이 28 %일 때 가장 명확한 박스거더의 횡단면 형상이 도출되었다.



[그림 5] PC 박스거더 단면의 설계영역

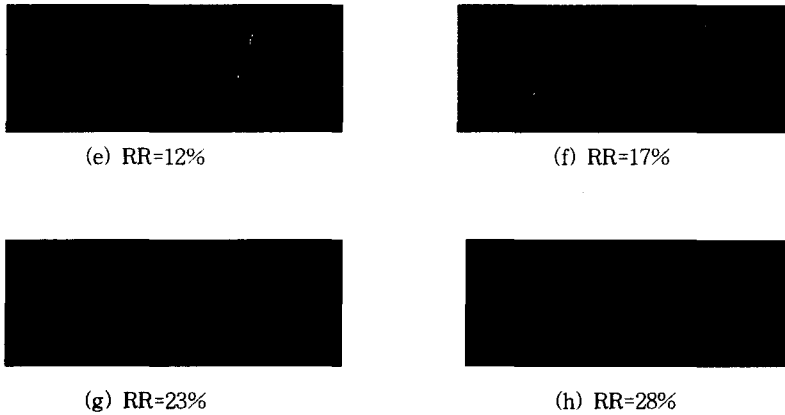


(a) RR=1%

(b) RR=3%

(c) RR=5%

(d) RR=8%



[그림 6] 점진적 최적화에 의한 PC 박스거더 단면의 변천과정

#### 4. 결론

본 연구에서는 점진적 최적화 기법을 이용하여 주어진 하중과 제약 조건하에서 가장 효율적으로 저항할 수 있는 구조물의 위상을 최적화를 몇 가지 예제를 통해 수행하였다. 본 연구의 결과에 대해서 다음과 같은 결론을 지을 수 있다.

(1) 점진적 최적화 기법을 통해 얻은 구조물의 위상이 균질화 방법이나 다른 최적화 기법을 통해 얻은 결과와 잘 일치함을 보여주고 있다.

(2) 점진적 최적화 기법은 전통적인 최적화 기법들과는 달리 목적함수, 설계변수, 제약조건 등이 필요하지 않다.

(3) 점진적 최적화 기법은 하중과 운동학적 제약조건만 주어지면, 이에 대해서 가장 효율적으로 저항할 수 있는 구조물의 위상을 최적화할 수 있는 쉽고 효율적인 방법으로 그 적용성이 뛰어나다고 할 수 있다.

(4) 어떤 구조물의 예비 설계 단계에 있어 점진적 최적화 기법을 사용하면 최적의 구조물을 예측할 수 있어 실제 구조물의 설계 방향을 제시해 줄 수 있기 때문에 설계 비용의 절감에도 매우 효율적일 것으로 기대된다.

(5) 앞으로 컴퓨터의 급속한 발전이 예상되는 만큼 이 기법을 3차원적으로 적용하는 방안이나 적응적 체분화(Adaptive Mesh Refinement) 기법을 활용하는 방안도 매우 효율적일 것으로 사료된다.

#### 5. 참고문헌

- [1] M. P. Bendsøe and N. Kikuchi, "Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method", *Comp. Meth. appl. Mech. Eng.*, vol. 71, pp. 197-224, 1988
- [2] K. Suzuki and N. Kikuchi, "A homogenization method for shape and topology optimization", *Comp. Meth. appl. Mech. Eng.*, vol. 93, pp. 291-381, 1991
- [3] Y. M. Xie and G. P. Steven, "A simple evolutionary procedure for structural optimization", *Compt. Struct.*, vol. 49, pp. 885-896, 1993
- [4] Y. M. Xie and G. P. Steven, "Optimal design of multiple load case structures using an evolutionary procedure", *Engng. comput.*, vol. 11, pp. 295-302, 1994

- [5] 김성모, “ 프리스트레스트 콘크리트 박스거더 교량의 횡단면 최적화”, 한국과학기술원 석사학위논문, 1995
- [6] E. Hinton and J. Sienz, "Fully stressed topological design of structures using an evolutionary procedure", Engng. comput., vol. 12, pp. 229-244, 1995