변위 및 응력제약을 받는 철골구조물의 최적설계
Optimal Design of Steel Frameworks with Displacement and Stress Constraints

정 영 식* 정 진 현**
Chung, Young Shik Jeong, Jin Hyeon

ABSTRACT

This work presents an optimality criteria method applicable to the design of plane frames with I-shape sections. All kinds of constraints are treated properly to ensure the mathematical rigour of the method as ever. Among the various properties of a section, the cross-sectional area is chosen as the design variable associated with the member. Then other properties, moment of inertia and depth, are determined from the cross-sectional area using relationships established in advance from the sectional data for AISC standard W shapes.

The optimality criteria established in this work is perfect in mathematical terms provided that the relationships between properties of a section are correct. A redesign algorithm is derived relying heavily on the Newton-Raphson method to solve the system of nonlinear constraint equations. A worked example is also presented.

1. 서 론

최적성 규준(Optimality Criteria)을 이용한 최적설계 방법은 목적함수(Object Function)를 직접 최소화하는 것이 아니라 설계가 어떤 조건(Optimality Criteria)을 만족하도록 함으로써, 그 설계가 최적설계가 될 수 있도록 하는 간접적인 방법이므로 대상 구조물의 최적설계를 위해서는 그 문제에 적합한 최적성 규준의 유도가 필요하다.[1][2]

본 연구에서는 대상 구조물을 I형 단면을 가진 철골구조물로 하였으며 설계문제를 정식화함에 있어 한 단면이 가지는 여러 가지 량 즉 단면적, 높이(Depth), 관성 2차 모멘트 상호간에 미리 정해진 상관관계가 있는 것으로 하고 이들 중 단면적을 설계변수로 하였다. 따라서 나머지 량들은 단면적이 결정되면 이에 따라 결정되는 것이다. 목적함수는 구조물의 중량(Weight)이고 각 절점의 처짐과 각 부재의 최대응력이 제약조건인 철골구조물의 최적설계를 위한 최적성 규준을 정립하였고, 이 최적성 규준을 만족하는 설계 즉 수학적 의미의 최적설계를 유도할 수 있는 재설계 Algorithm을 마련하였다.

* 정회원, 울산대학교 토목공학과 교수
** 울산대학교 토목공학과 석사과정

2. 설계문제 정형화

2.1 단면제량의 상호관계 설정

본 연구에서 추구하는 최적설계에서는 최적성 규준 방법을 이용하며 이 방법에는 구조물의 한 부재에 한가지 변수만이 가능하다. 따라서 I형 단면을 가지는 부재에서 단면적, 관성 2차 모멘트 그리고 높이(Depth) 등을 모두 설계변수로 취급할 수 없을 뿐더러 이들 세가지 량이 독립된 변수가 될 수도 없다. 본 연구에서는 각 부재의 단면적을 그 부재와 관련한 설계변수로 하고 구조해석이나 응력계산에 필요한 그부재와 관련한 다른 량 즉 관성 2차 모멘트, 부재높이 등을 설계변수인 단면적이 정해지면 이에따라 정해지는 것으로 하였다.

I형 단면에서 단면적과 관성모멘트, 단면적과 부재의 높이의 관계를 선형적인 1차 식으로 나타낼 수는 없다. 따라서 본 연구에서는 관성모멘트와 단면적, 부재의 높이와 단면적의 관계를 식 (2.1), (2.2)와 같은 것으로 가정하였다.

$$I = \alpha \cdot A^{\beta} \tag{2.1}$$

$$D = \alpha_1 \cdot A^{\beta_1} \tag{2.2}$$

여기서,

I : 관성 2차 모멘트

D : 부재의 높이

A : 부재의 단면적

위 식에서 α, β, α_1, β_1, 을 구하기 위해서 양변에 로그(log)를 취하면 아래의 식과 같이 된다.

$$\log I = \log \alpha + \beta \cdot \log A \tag{2.3}$$

$$\log D = \log \alpha_1 + \beta_1 \cdot \log A \tag{2.4}$$

(2.3)식에서

$$\log I = Y , \quad \log\alpha = a , \quad \beta = b , \quad \log A = Y$$

라 놓으면 (2.3)식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Y = a + b \cdot X \tag{2.5}$$

식(2.5)는 두 개의 량 X와 Y간의 관계를 나타내는 것으로 우리는 여기서 매개변수(parameter) a와 b를 결정해야 한다. 본 연구에서는 AISC의 표준 W형강(W Shapes)의 자료로부터 최소자승법에 의하여 가장 적합한 a와 b의 값을 구하여 사용하였다.

2.2 목적함수와 제약조건

목적함수와 제약조건을 수학적으로 정식화한 형태는 참고문헌[1][2]의 문제에서와 유사하고, 최적성 규준의 정립과 재설계 Algorithm의 유도도 이전의 연구와 같은 수준의 수학적 정밀도를 부여하였다. 본 연구에서 대상으로 하는 I형 단면 철골구조물의 최적설계를 수학적으로 표현하면 아래와 같이 된다.

$$\text{Minimize} \quad W = \sum_{i=1}^{l} h_i A_i \tag{2.6}$$

$$\text{subject to} \quad u_k - \overline{u_k} \le 0, \quad k = 1, 2, \cdots\cdots, n \tag{2.7}$$

$$\sigma_j - \overline{\sigma_j} \le 0, \quad j = 1, 2, \cdots\cdots, m \tag{2.8}$$

$$\underline{A_i} - A_i \le 0, \quad i = 1, 2, \cdots\cdots, l \tag{2.9}$$

$$h_i = \sum_{s \in I_i} \rho_s L_s \tag{2.10}$$

where

$I_i = \{ s \mid a_s = A_i \}$

n : 자유도의 수

m : 부재의 수

I : 설계변수의 수

a_s : s번째 부재의 단면적

A_i : i번째 설계변수

여기서, 모든 부재는 I형 단면을 가지며 길이 L_s, 비중량 ρ_s는 미리 정해진 값을 가지나 단면적 a_s는 설계변수 A_i에 따라 변하도록 되어있다.

2.3 제약조건의 도함수

제약조건 및 제약조건의 도함수를 설계변수의 함수로 명백히 표현한다는 것은 사실상 거의 불가능하므로 수치적인 접근(Numerical Approach)에 의해서 그들의 도함수를 규정할 수밖에 없다. 따라서 본 연구에서는 보다 쉽게 최적성 규준을 유도하기 위해서, 가상일의 원리(Principle of Virtual Work)에 근거를 둔 가상하중의 방법(Virtual Load Method)을 사용함으로써 제약조건 및 그의 도함수를 설계변수의 명시적 함수(Explicit Function)로 나타낼 수 있도록 하였다.

2.3.1 처짐 제약

처짐제약은 각 층의 최좌단 절점의 횡변위(Lateral Displacement)에만 제한을 가하였다. 따라서 처짐요소는 처짐요소에 관련된 절점에 단위 가상하중(Unit Virtual Load)을 가하여 행해진 내부 가상일의 합으로 표현된다. 즉, 처짐은 식(2.11)와 같은 형태가 되며

$$u_k = \sum_{s=1}^{m} \int_0^{L_s} \frac{M_s(x) M_s^{(k)}(x)}{E_s \, \alpha \, a_s^{\beta}} dx + \sum_{s=1}^{m} \frac{F_s F_s^{(k)} L_s}{E_s a_s} \tag{2.11}$$

where , $a_s = A_i$ for $s \in I_i$

m : 부재의 수

여기서,

$$c_{ik} = \sum_{s \in I_i} \int_0^{L_s} \frac{M_s(x) M_s^{(k)}(x)}{\alpha E_s} dx \quad , \quad c_{ik}' = \sum_{s \in I_i} \frac{F_s F_s^{(k)} L_s}{E_s}$$

라 하고, c_{ik}, c_{ik}'는 설계변수에 대해 독립인 상수로 가정한다. 즉 식(2.11)는 아래의 식(2.12)과 같이 표현될 수 있으며

$$u_k = \sum_{i=1}^{l} \frac{c_{ik}}{A_i^{\beta}} + \sum_{i=1}^{l} \frac{c_{ik}'}{A_i} \tag{2.12}$$

설계변수에 대한 처짐제약의 도함수는

$$\frac{\partial u_k}{\partial A_i} = -\frac{\beta c_{ik}}{A_i^{(\beta+1)}} - \frac{c_{ik}'}{A_i^2} \tag{2.13}$$

가 된다. 여기서 c_{ik}, c_{ik}'는 1회 재설계를 하는 동안에는 변하지 않는 것으로 간주하며, 새로운 설계변수를 산출하여 구조물을 재해석한 후, 새로운 c_{ik}, c_{ik}'가 계산된다.

2.3.2 응력 제약

응력제약은 허용응력 설계법을 따랐으며 좌굴이나 인장응력은 고려하지 않은 대신 압축응력과

휨응력의 조합으로 최대응력이 허용응력을 초과하지 않도록 제약을 가하였다. 부재의 응력과 응

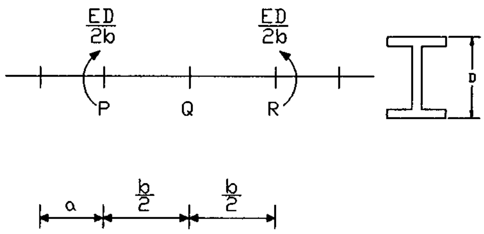


그림 1. Q점에서의 최대응력 산출을 위한 가상하중

력제약의 도함수를 명시적으로 표현하기 위하여 그림 1과 같이 P와 R에 한 쌍의 가상하중을 가한후 이전의 연구[1][2]에서와 마찬가지로 R점을 P점에 무한히 가까이 접근시킨다. 그러면 임의의 부재에 있어서의 최대응력을 명시적 함수로 나타내면 아래의 식(2.14)와 같이 된다.

$$\sigma_j = \sum_{s=1}^{m} \int_0^{L_s} \frac{M_s(x) M_s^{(j)}(x)}{E_s \alpha a_s^{\beta}} dx + \sum_{s=1}^{m} \frac{F_s F_s^{(j)}(x) L_s}{E_s a_s} \tag{2.14}$$

where , $a_s = A_i$ for $s \in I_i$

m : 부재의 수

여기서,

$$d_{ij} = \sum_{s \in I_i} \int_0^{L_s} \frac{M_s(x) M_s^{(j)}(x)}{\alpha E_s} dx \quad , \quad d_{ij}' = \sum_{s \in I_i} \frac{F_s F_s^{(j)} L_s}{E_s}$$

라 하고 d_{ij}, d_{ij}'를 이용하여 응력을 설계변수의 함수로 아래의 식(2.15)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_j = \sum_{i=1}^{l} \frac{d_{ij}}{A_i^{\beta}} + \sum_{i=1}^{l} \frac{d_{ij}'}{A_i} \tag{2.15}$$

최대 응력을 얻기 위해서, ED/2b라는 가상의 모멘트 하중을 적용하였다. 그런데, 이 가상하중에서 D(부재의 Depth)는 2.1 단면제량의 상호관계 설정에서 설계변수 A(부재의 단면적, A_i)의 함수로 나타내었다. 이렇게 가상모멘트 하중이 설계변수의 함수로 되어 있기 때문에 설계변수에 대한 응력제약의 도함수는 아래와 같이 표현되어야 한다.

$$\frac{\partial \sigma_j}{\partial A_i} = -\frac{\beta \cdot d_{ij}}{A_i^{(\beta+1)}} - \frac{d_{ij}'}{A_i^2} + \delta_{ij} \cdot \frac{e_j}{A_i^{\beta}} \tag{2.16}$$

where , $e_j = \dfrac{M_j}{2\alpha}$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } j \in I_i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

2.4 최적성 규준(Optimality Criteria)의 유도

최적성 규준은 Kuhn-Tucker의 필요조건에 목적함수의 도함수와 처짐제약과 응력제약의 도함수인 식(2.13)과 (2.16)를 대입함으로써 아래의 식(2.17)과 같이 유도할 수 있다.

$$\frac{\beta}{A_i^{(\beta+1)}} \cdot \frac{1}{h_i} [\sum_{k \in U} \lambda_k \cdot c_{ik} + \sum_{j \in S} \lambda_{n+j} \cdot d_{ij}] + \frac{1}{A_i^2} \frac{1}{h_i} [\sum_{k \in U} \lambda_k \cdot c_{ik}' + \sum_{j \in S} \lambda_{n+j} \cdot d_{ij}']$$

$$- \frac{1}{A_i^{\beta}} \cdot \frac{1}{h_i} \sum_{j \in S} \lambda_{n+j} \delta_{ij} e_j + \frac{\gamma_i}{h_i} = 1 \tag{2.17}$$

식(2.17)에서 마지막 항을 좌변으로 이항하고 Lagrange 승수 γ_i의 Group 1, Group 2 설계변수의 값을 대입하면 아래의 식(2.18)과 같이 유도할 수 있다.

$$\frac{\beta}{A_i^{(\beta+1)}} \cdot \frac{1}{h_i}\left[\sum_{k\in U}\lambda_k \cdot c_{ik} + \sum_{j\in S}\lambda_{n+j}\cdot d_{ij}\right] + \frac{1}{A_i^2}\frac{1}{h_i}\left[\sum_{k\in U}\lambda_k \cdot c_{ik}' + \sum_{j\in S}\lambda_{n+j}\cdot d_{ij}'\right] \tag{2.18}$$

$$- \frac{1}{A_i^{\beta}} \cdot \frac{1}{h_i}\sum_{j\in S}\lambda_{n+j}\,\delta_{ij} e_j \quad = 1 \quad \text{if} \quad i \in G1$$

$$\leq 1 \quad \text{if} \quad i \in G2$$

제약조건의 식(2.7)~(2.9)은 다음과 같이 재성형된다.

$$\lambda_k\left(\sum_{i=1}^{l}\left[\frac{c_{ik}}{A_i^{\beta}} + \frac{c_{ik}'}{A_i}\right] - \overline{u_k}\right) = 0 \tag{2.19}$$

$$\lambda_{n+j}\left(\sum_{i=1}^{l}\left[\frac{d_{ij}}{A_i^{\beta}} + \frac{d_{ij}'}{A_i}\right] - \overline{\sigma_j}\right) = 0 \tag{2.20}$$

$$\gamma_i\,(\underline{A_i} - A_i) = 0 \tag{2.21}$$

최적설계는 모든 변수에 대해 식(2.18)을 만족하고 동시에 식(2.19)~(2.21)을 만족해야 한다. 여기서 식(2.19)~(2.21)은 Lagrange 승수와 제약조건의 값 둘 중 하나가 영(Zero)이 되어야 함을 뜻한다.

3. 재설계 Algorithm

3.1 개요

설계문제의 정형화를 통해서 유도된 최적성 규준을 바탕으로 이를 만족하는 구조물을 설계하기 위해서는 재설계 Algorithm을 확립해야 한다. 재설계 과정중 첫 번째 작업인 Active 제약의 선정 및 Lagrange 승수의 제거과정 그리고 설계공간을 축소하는 작업은 이전의 연구[1][2]에서 제시되었던 방법을 적용시켜 사용하였다.

3.2 Stress Ratio Algorithm

구조물 설계에 널리 쓰이고 있는 응력비 방법이란 실제응력에 대한 허용응력의 비(Stress Ratio)를 계산한 후 이 응력비를 이용하여 설계를 개선하는 방법이다. 이러한 응력비에 의한 방법(Stress Ratio Method)은 처짐제약에 대해서는 적용할 수 없고 단지 구조물의 응력제약에 대한 설계에 적용하여 전응력설계(Fully Stressed Design)를 구하는 것이다.

본 연구에서 적용된 응력제약의 식은 아래의 (3.1)과 같고,

$$\frac{P}{A} + \frac{M}{I}\cdot\frac{D}{2} \leq \sigma_{\text{allow}}\ , \quad \text{for all members} \tag{3.1}$$

$$\text{where}\ , \quad I = \alpha A^{\beta}\ , \quad D = \alpha_1 A^{\beta_1}$$

부재의 높이 D와 관성 모멘트 I는 단면적 A의 함수로 나타내며, 단면적 A를 변화시켜 위의 제약조건을 만족하면서 중량이 최소가 되는 설계를 구하는 것이다. 식(3.1)로부터 해당부재의 응력이 허용응력에 도달하게 하는 설계변수(A)의 값은 아래 식(3.2)의 근을 구함으로써 알 수 있다.

$$A^{(\beta-\beta_1)} - a\cdot A^{(\beta-\beta_1-1)} - b = 0 \tag{3.2}$$

$$\text{where}\ , \quad a = \frac{P}{\sigma_a}\ , \quad b = \frac{\alpha_1\cdot M}{2\alpha\cdot\sigma_a}$$

A : 부재의 단면적

P : 축력

M : 최대 휨모멘트

σ_a : 허용응력

α : 0.17858921 β : 2.8039196

α_1 : 1.218557 β_1 : 0.84873124

위 식(3.2)의 근을 구하기 위해서는 근의 존재유무를 Descartes의 부호법칙에 따라 검토해야 한다. Descartes의 부호법칙이란 다항식의 최고차항으로부터 저차항으로 이동해 가면서 바뀌는 부호의 수만큼 혹은 그렇게 바뀐 부호의 수에 2를 뺀 만큼의 양의 실근이 존재한다는 것을 말한다. 위 식(3.2)에서 a, b는 모두 (+)이므로 식(3.2)는 양의 실근을 1개 갖거나 또는 양의 실근이 존재하지 않는 경우도 발생할 수 있다.

3.3 Lagrange 승수의 초기치 설정

Newton-Raphson 방법은 처짐제약 및 응력제약과 관련된 Lagrange 승수에 대해 식(2.19), (2.20)의 "Active" 제약조건식을 풀기 위해서 사용된다. 따라서 첫 번째 작업은 앞에서 선정한 "Active"제약과 관련된 Lagrange 승수의 초기값을 설정(Estimating)하는 것이다. 이 값은 가능한 한 정확해야 한다. 왜냐하면 그렇지 않을 경우 Newton-Raphson 과정이 발산할 우려가 있기 때문이다.

Lagrange 승수의 초기값을 설정하기 위해서, 최적성 규준인 식(2.18)에서 c_{ik}, d_{ij}가 포함되어 있지 않은 항들은 배제하고, 각 항의 값이 동일하면서 합이 1(Unity)이 된다고 가정한다. 또한, n_a를 "Active"제약의 수라 하고, λ_p를 p번째 처짐요소와 관련된 Lagrange 승수라 하면 식(2.18)과 식(2.19)으로부터 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\beta}{A_i^{(\beta+1)}} \cdot \frac{1}{h_i} \cdot \lambda_p \cdot c_{ip} = \frac{1}{n_a} \tag{3.3}$$

$$\sum_{+i} \frac{c_{ip}}{A_i^{\beta}} = \overline{u_p} - \sum_{-i} \frac{c_{ip}}{A_i^{\beta}} \tag{3.4}$$

where , $\sum_{+i}$: $c_{ip} > 0$인 항들의 집합

$\sum_{-i}$: $c_{ip} \leq 0$인 항들의 집합

식(3.3)과 (3.4)를 연립하여 풀면 새로운 식(3.5)를 구할 수 있다. 이 식(3.5)를 통해서 처짐제약과 관련된 Lagrange 승수 λ_p의 초기치를 설정할 수 있다.

$$\lambda_p = \frac{1}{\beta \cdot n_a} \left[\frac{\sum_{+i} c_{ip}^{\frac{1}{\beta+1}} \cdot h_i^{\frac{\beta}{\beta+1}}}{\overline{u_p} - \sum_{-i} \frac{c_{ip}}{A_i^{\beta}}} \right]^{\frac{\beta+1}{\beta}} \tag{3.5}$$

처짐제약의 경우와 마찬가지 방법으로 n_a를 "Active" 제약의 수라 하고, λq를 q번째 응력제약과 관련된 Lagrange 승수라 하면 식(2.18)와 식(2.20)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\lambda_q = \frac{1}{\beta \cdot n_a} \left[\frac{\sum_{+i} d_{iq}^{\frac{1}{\beta+1}} \cdot h_i^{\frac{\beta}{\beta+1}}}{\overline{\sigma_j} - \sum_{-i} \frac{d_{iq}}{A_i^{\beta}}} \right]^{\frac{\beta+1}{\beta}} \tag{3.6}$$

여기서 식(2.18), (2.19), (2.20)중에 포함된 c_{ip}' d_{iq}'는 영(Zero)으로 가정하였다.

3.4 새로운 설계변수

앞에서 설정한 Lagrange 승수를 직접 제약조건인 식(2.19), (2.20)에 대입하여 만족여부를 검사해야 하나, 이들 제약조건식들이 Lagrange 승수의 함수로 이루어진 것이 아니라 설계변수의 함수로 되어 있어서 직접 대입할 수는 없다. 따라서 주어진 Lagrange 승수와 최적성 규준인 식(2.18)로부터 새로운 설계변수의 값을 산정한 후 새로운 설계변수의 값을 제약조건식에 대입하여 만족여부를 검사하게 된다. 이를 위해서 식(2.18)의 최적성 규준은 다음과 같은 형태로 재성형된다.

$$A_i^{(\beta+1)} - a_i \cdot A_i^{(\beta-1)} + b_i \cdot A_i - c_i = 0 \tag{3.7}$$

where ,
$$a_i = \frac{1}{h_i}\left[\sum_{k\in U} \lambda_k \cdot c_{ik}' + \sum_{j\in S} \lambda_{n+j} \cdot d_{ij}'\right]$$
$$b_i = \frac{1}{h_i}\sum_{j\in S} \lambda_{n+j} \cdot \delta_{ij} \cdot e_j$$
$$c_i = \frac{\beta}{h_i}\left[\sum_{k\in U} \lambda_k \cdot c_{ik} + \sum_{j\in S} \lambda_{n+j} \cdot d_{ij}\right]$$

식(3.7)의 a_i(+, 0, -), b_i(+, 0, -), c_i(+, 0, -)가 가질 수 있는 부호를 모두 고려하여 조합하면 총 18가지의 경우를 생각할 수 있다. 이 중에서 Descartes의 부호법칙에 따라 양의 실근이 전혀 존재하지 않을 수도 있는데, 이때는 설계변수의 값으로 최소값을 취했으며, 하나 이상의 양의 실근이 존재할 경우에는 이들 값 중에서 가장 작은 값을 설계변수로 취하도록 하였다. 식(3.7)에 의해 계산된 설계변수가 규정된 최소값 보다 작더라도 당분간은 그대로 두며, 양의 실근이 발견되지 않은 변수만 최소값으로 고정하고 Newton-Raphson과정에서 배제한다.

3.5 λ의 개선

식(3.7)을 통해서 계산된 설계변수들이 제약조건을 만족하지 않을 경우에는 Lagrange 승수는 새로운 Lagrange 승수로부터 계산된, 보다 개선된 설계변수들에 의해 식(2.19), (2.20)가 만족되도록 개선되어져야 한다. 이러한 작업들은 Newton-Raphson 방법에 의해 이루어지며, 다음의 관계가 사용된다.

$$\lambda^{(1)} = \lambda^{(0)} - \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_k(\lambda^{(0)}) - \overline{u_k} \\ \sigma_j(\lambda^{(0)}) - \overline{\sigma_y} \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

여기서 위 식(3.8)의 Jaconian행렬은 식(3.9) ~ 식(3.12)과 같은 형태를 가진다.

$$X_{11} = \left\{\sum_{i\in G1}\left[-\frac{\beta c_{ik}}{A_i^{(\beta+1)}} - \frac{c_{ik}'}{A_i^2}\right] \cdot \frac{(\beta c_{ip} + c_{ip}' A_i^{(\beta-1)})/h_i}{(\beta+1)A_i^\beta - a_i(\beta-1)A_i^{(\beta-2)} + b_i}\right\} \tag{3.9}$$

$$X_{22} = \left\{\sum_{i\in G1}\left[-\frac{\beta d_{ij}}{A_i^{(\beta+1)}} - \frac{d_{ij}'}{A_i^2} + \delta_{ij} \cdot \frac{e_j}{A_i^\beta}\right] \cdot \frac{(\beta d_{iq} - \delta_{iq} \cdot e_q \cdot A_i + d_{iq}' A_i^{(\beta-1)})/h_i}{(\beta+1)A_i^\beta - a_i(\beta-1)A_i^{(\beta-2)} + b_i}\right\} \tag{3.10}$$

$$X_{12} = \left\{\sum_{i\in G1}\left[-\frac{\beta c_{ik}}{A_i^{(\beta+1)}} - \frac{c_{ik}'}{A_i^2}\right] \cdot \frac{(\beta d_{iq} - \delta_{iq} \cdot e_q \cdot A_i + d_{iq}' A_i^{(\beta-1)})/h_i}{(\beta+1)A_i^\beta - a_i(\beta-1)A_i^{(\beta-2)} + b_i}\right\} \tag{3.11}$$

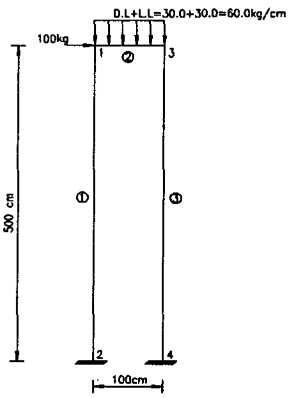
$$X_{21} = \left\{\sum_{i\in G1}\left[-\frac{\beta d_{ij}}{A_i^{(\beta+1)}} - \frac{d_{ij}'}{A_i^2} + \delta_{ij} \cdot \frac{e_j}{A_i^\beta}\right] \cdot \frac{(\beta c_{ip} + c_{ip}' A_i^{(\beta-1)})/h_i}{(\beta+1)A_i^\beta - a_i(\beta-1)A_i^{(\beta-2)} + b_i}\right\} \tag{3.12}$$

where ,
$$a_i = \frac{1}{h_i}\left[\sum_{k\in U} \lambda_k \cdot c_{ik}' + \sum_{j\in S} \lambda_{n+j} \cdot d_{ij}'\right]$$
$$b_i = \frac{1}{h_i}\sum_{j\in S} \lambda_{n+j} \cdot \delta_{ij} \cdot e_j$$

$$c_i = \frac{\beta}{h_i}\left[\sum_{k\in U}\lambda_k \cdot c_{ik} + \sum_{j\in S}\lambda_{n+j}\cdot d_{ij}\right]$$

$$\underline{\lambda} = \{\lambda_1,\ \lambda_2,\ \cdots,\ \lambda_{n+m}\}^T \tag{3.13}$$

4. 적용예제



Material Data
탄성계수 : 2100000 kg/cm^2
단위체적중량 : 0.02 kg/cm^3
허용압축응력 : -1500 kg/cm^2
허용인장응력 : 1500 kg/cm^2
최소단면적 : 1.0 cm^2

그림 2. 적용예제

그림 2와 같은 구조물을 대상으로 최석설계를 실시하였다. 1, 2, 3번 부재 모두 허용응력에 도달하였으며 모두 Group 1 설계변수로 분류되었다. Group 1 설계변수로 분류된 1, 2, 3번 부재 모두 Optimality Criteria가 1.0이므로 식(2.18)을 만족하는 것으로 나타났다. 또한, 관련된 Lagrange 승수 λ가 양수 이므로, 현재의 설계가 최적설계임을 알 수 있다.

5. 결론

I형 단면을 가지는 철골 구조물에 대하여 수학적으로 정확한 최적설계를 얻을 수 있는 한 최적성 규준 방법을 제시하였다. 한 단면이 갖는 여러 가지 량 중에 단면적을 설계변수로 하였고 나머지 량들은 관계식으로부터 구하도록 하였다. 가상일의 원리에 근거를 둔 가상하중의 방법을 적용하여 처짐제약과 응력제약을 거동적제약에 포함시켜 이들 모두를 1차 근사값으로 채택하여 철골구조물의 최적성 규준을 정립하였다.

본 연구에서 사용된 최적설계 방법은 수학적 최적설계를 구하는 방법이며 이산변수를 사용하여 현실문제에 적용시킬 수 있는 실용적인 최적설계를 위한 예비과정이라 할 수 있다. 실용적인 최적설계를 구하는 과정은 설계변수들이 점진적으로 실용적인 값을 취하면서 수학적인 최적설계를 반복하는 것이다.

예제를 통하여 수학적 최적해를 얻을 수 있었음을 보였다.

참고문헌

1. 김창규, "평면 뼈대 구조물의 최적설계에 적용된 최적규준", 울산대학교 토목공학과 석사학위논문, 1995. 12
2. 정영식, 김봉익, 김창규, "평면 뼈대 구조물의 설계에 적용된 최적규준", 한국전산구조공학회 논문집, 제9권 2호, pp 121~131, 1996. 6