

수정개별요소법을 이용한 구조물의 파괴거동에 관한 연구  
A Study on Failure Behavior of Structures  
by Modified Distinct Element Method

김 문 겸\*      오 금 호\*\*      김 상 훈\*\*\*      김 우 진\*\*\*\*  
Kim, Moon-Kyum    Oh, Keum-Ho    Kim, Sang-Hun    Kim, Woo-Jin

---

**Abstract**

Under strong shock loads including earthquake or blast, structures may start to crack in stress concentrated members. The continuous behavior of the structure changes to the discontinuous. In this study, numerical method analyzing continuous and discontinuous behavior of a structure is developed using a modified distinct element method. Equations of motion of each distinct element are integrated using the central difference method, one of the finite difference methods. Interactions between the elements are considered by an element and pore spring. The forces acting in the center of an element include : contact stress transferred by element spring; tensile stress by pore spring; and external traction such as earthquake or blast load.

To verify the proposed method, the behavior of the cantilever beam subject to the quasi-static concentrated force at the end is investigated. The failure behavior of the simply supported beam subject to the strong shock at the center is studied. The proposed method can predict the failure behavior of the structure due to the shock loading and the post-failure discontinuous behavior of the structure.

---

**1. 서 론**

지진이나 발파 등 동적인 강한 외력을 받는 구조물은 응력이 집중되는 부재에서 발생된 균열로 인해 불연속체적 거동을 보여주며 균열이 발생되지 않는 부재에서는 연속체적인 거동을 동시에 나타내게 된다. 균열이 발전함에 따라 구조물 전체적인 거동은 불연속체적인 거동으로 발전하게 되며 결국 파괴에 이르게 된다. 일반적으로 사용되는 해석기법들은 구조물이 연속체거동을 한다고 가정하고 균열발생 이전까지의 거동 또는 균열발생이후 미시적인 균열이 전파되는 현상까지의 과정을 해석하도록 개발되었으나 거시적인 관점에서 구조물이 붕괴되는 현상을 해석하기에는 적합하지 않다. 따라서 안정된 상태에서 구조물의 연속체적인 거동과 붕괴도중의 불연속체적인 거동을 함께 해석할 수 있는 기법의 개발이 필요하다<sup>[1]</sup>.

Cundall 등<sup>[2]</sup>은 원형형상의 개별요소법을 개발하여 서로 불연속적인 요소들이 충돌하는 상호 거동을 해석하였다. 원형형상의 개별요소법은 원이나 구의 역학적 거동을 수치적으로 모형화할 수 있는 방법으로서 요소들은 서로 독립적으로 움직이며 접촉이 있을 때만 서로 상호작용을 한다. 그러나 개별요소들이 각기 불연속적으로 구성되어있기 때문에 구조물에 균열이 발생되기 전의 연속체적인 거동을 해석할 수는 없다. Hakuno 등<sup>[3]</sup>은 Cundall의 개별요소를 수정하여 외력

---

\* 정회원, 연세대학교 공과대학 토목공학과 교수  
\*\* 정회원, 연세대학교 공과대학 토목공학과 박사과정  
\*\*\* 정회원, (주)대우 월성원자력현장 사원  
\*\*\*\* 연세대학교 공과대학 토목공학과 석사과정

에 의해 파괴된 구조물은 조그만 파편들로 나뉘게 되고 나뉘어진 파편들을 원래의 형태대로 재결합하면 파괴 전의 구조물과 같은 모양이 된다는 개념으로 요소간에 간극스프링을 설치하여 요소들을 재결합하였다. 그들은 지진하중이 구조물에 가해졌을 경우에 구조물의 붕괴거동을 해석하였다.

본 연구에서는 기존의 개발된 수정개별요소기법을 사용하여 구조물에 충격하중이 재하되었을 경우 그 주변 구조물의 연속체적인 거동과 불연속체적인 거동을 동시에 해석할 수 있는 프로그램을 개발한다. 이를 위해서, 개별요소의 운동방정식을 유한차분법의 하나인 중앙차분법을 적용하여 수치적분하였고, 각 요소들간의 접촉거동을 고려할 수 있는 요소스프링과 연속체적인 접촉거동을 고려할 수 있는 간극스프링을 설치하였다.

## 2. 운동방정식

외력에 의해 파괴된 구조물은 조그만 요소들로 분리되며 분리된 각각의 요소들은 임의의 시간에 대해 서로 독립적으로 거동한다. 각 요소들의 독립적인 거동은 그림 1에 나타낸 바와 같이 요소의 회전운동을 고려하지 않는 병진운동과 회전을 고려한 회전운동으로 구분할 수 있다.

요소의 병진운동 및 회전운동을 해석하기 위해서 변위벡터  $\mathbf{u}$  와 요소 회전각  $\theta$  에 대한 운동방정식으로서 식(1)을 사용한다.

$$\begin{aligned} m\ddot{\mathbf{u}} + C\dot{\mathbf{u}} &= \mathbf{F} \\ I\ddot{\theta} + D\dot{\theta} &= M \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 윗첨자 ( $\dot{\cdot}$ ) 및 ( $\ddot{\cdot}$ )는 시간에 대한 미분을 나타내는 연산자이며,  $m$ 은 요소의 질량,  $I$ 는 관성 모멘트를 나타낸다. 그리고,  $C$ 와  $D$ 는 각각 변위에 대한 감쇠계수와 회전에 대한 감쇠계수이며,  $F$ 는 요소에 가해지는 모든 힘의 합,  $M$ 은 요소에 가해지는 모든 모멘트의 합이다. 식(1)과 같은 일련의 요소운동방정식들을 중앙차분법으로 차분화하여 시간  $t+\Delta t/2$ 에서의 속도항을 구하면 식(2)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{u}}^{(t+\Delta t/2)} &= \left[ \dot{\mathbf{u}}^{(t-\Delta t/2)} \left(1 - \frac{\alpha \Delta t}{2}\right) + \left(\frac{\mathbf{F}}{m}\right) \Delta t \right] / \left(1 + \frac{\alpha \Delta t}{2}\right) \\ \dot{\theta}^{(t+\Delta t/2)} &= \left[ \dot{\theta}^{(t-\Delta t/2)} \left(1 - \frac{\alpha \Delta t}{2}\right) + \left(\frac{M}{I}\right) \Delta t \right] / \left(1 + \frac{\alpha \Delta t}{2}\right) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $\dot{\mathbf{u}}$ 는 요소도심에서의 각 방향변위속도,  $\dot{\theta}$ 는 요소도심에서의 회전속도이다. 시간  $t+\Delta t$ 에서의 변위벡터 및 회전각은 식(2)로부터 구해진 속도성분과 시간  $t$ 에서의 변위 및 회전각으로부터 식(3)과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{(t+\Delta t)} &= \mathbf{u}^{(t)} + \dot{\mathbf{u}}^{(t+\Delta t/2)} \Delta t \\ \theta^{(t+\Delta t)} &= \theta^{(t)} + \dot{\theta}^{(t+\Delta t/2)} \Delta t \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,  $\mathbf{u}$ 는 요소도심의 이동된 변위벡터이며,  $\theta$ 는 요소도심에서의 회전각이다.

임의의 시간  $t$ 에서 요소에 작용하는 외력과 모멘트가 계산되면 식(2)에 의해 요소도심에서의 변위속도벡터와 회전속도가 계산된다. 계산된 요소도심에서의 변위속도벡터와 회전속도로부터 식(3)에 의해 각 방향변위와 회전각이 구해지며 요소의 새로운 좌표가 설정된다. 이와 같은 계산을 임의의 시간  $t$  동안에 모든 요소에 대해 순차적으로 수행하여 시간증분동안 변화된 각 요소의 거동을 추적하게 되며 새로운 다음 시간단계의 거동을 계산하기 위한 각 요소의 좌표로 초기화하게 된다.

### 3. 요소간의 상호작용

구조물이 파괴되어 분리된 파편들을 원래의 형태대로 재결합하게 되면 파괴 전의 구조물과 같은 모양으로 된다는 개념으로 본 연구에서는 구조물이 원형개별요소의 집합체로 구성되어 있다고 가정하며 각 요소들을 요소스프링과 간극스프링으로 결합하여 구조물에 균열이 발생되지 않은 경우에는 연속체로 거동할 수 있도록 모형화하였다. 구조물에 외력이 가해지면 각 요소들은 움직이기 시작하고 요소와 요소 사이에는 압축력 또는 인장력, 그리고 전단력이 발생한다. 요소들 사이를 연결하고 있는 요소스프링과 간극스프링을 통해 전달되는 힘은 힘-변위 법칙으로부터 구할 수 있다. 이 때 압축력인 경우에는 요소스프링이 작용하며 인장력인 경우에는 간극스프링이 작용하여 접촉력을 전달하게 된다. 간극스프링이 정상일 때는 압축력 뿐만 아니라 인장력에 대해 저항하게 되지만 간극스프링이 파괴되고 나면 인장력에는 저항할 수 없게 된다.

#### 3.1 요소스프링의 모형화

독립적으로 움직이던 요소들이 압축력을 받아서 접촉하면 서로 밀어내게 된다. 이와 같은 거동현상을 모형화하기 위해 요소스프링을 그림 2 와 같이 요소사이에 법선방향스프링과 접선방향스프링으로 나누어 설치한다. 요소스프링은 초기에 접하고 있던 요소사이에서 뿐만 아니라 요소가 새롭게 접촉하였을 경우에도 작용하여 요소의 운동에 의해서 발생된 접촉력을 주변요소에 전달하게 된다.

압축력 및 전단력에 의해서 요소스프링에 발생된 접촉력은 접촉면에 법선방향으로는 그 접촉력이 무한대로 증가한다고 가정할 수 있으나 접촉면에 접선방향에서는 요소간의 마찰에 의해 미끄러짐현상이 발생할 수 있다. 따라서 접선방향력은 식(4) 와 같은 Coulomb 의 파괴조건을 사용하여 법선방향력에 대한 최대허용치  $(F_s^e)_{max}$  를 초과할 수 없다.

$$(F_s^e)_{max} = F_n^e \tan \phi_\mu + c \quad (4)$$

여기서 윗첨자  $e$  는 요소스프링에 작용하는 물리량을 나타내며,  $\phi_\mu$  는 두 요소의 접촉면에서의 마찰각이고,  $c$  는 점착력이다.

#### 3.2 간극스프링의 모형화

요소들간의 연속체적인 접촉거동을 고려하기 위해 설치된 간극스프링은 요소의 운동으로 인하여 요소간의 거리가 초기 두 요소간의 거리보다 멀어졌을 때 발생된 인장력을 주변요소에 작용하게 된다. 이와 같은 거동현상을 모형화하기 위해 간극스프링을 그림 2 와 같이 요소사이에 법선방향스프링과 접선방향스프링으로 나누어 설치한다. 간극스프링은 모든 요소사이에서 작용하는 요소스프링과는 달리 초기에 설정된 요소사이에서만 작용을 하고 파괴가 일어나면 작용을 하지 않게 된다.

간극스프링의 파괴는 인장력에 의해 법선방향의 간극스프링이 파괴되는 경우와 전단력에 의해 접선방향의 간극스프링이 파괴되는 경우로 나눌 수 있다.

##### 3.2.1 법선방향 간극스프링의 파괴조건

임의의 시간  $t$  에서 두 요소간의 거리가 초기에 입력된 허용길이보다 멀어지면 법선방향의 간극스프링은 파괴된다. 식(5) 는 법선방향 간극스프링의 파괴조건을 나타낸다.

$$[D_{AB}]_t > l_{allow} \times [D_{AB}]_0 \quad (5)$$

여기서  $[D_{AB}]_t$  는 시간  $t$  일 때 두 요소간의 거리를 나타내고  $l_{allow}$  는 허용길이상수이며,  $[D_{AB}]_0$  는 초기 간극스프링이 설치될 때 기억되었던 두 요소간의 거리를 나타낸다.

이와 같이 법선방향으로 파괴가 일어나면 두 요소를 연결하고 있는 간극스프링은 법선방향과 전단방향 모두 파괴된 것으로 간주된다.

### 3.2.2 접선방향 간극스프링의 파괴조건

임의의 시간  $t$  에서 두 요소간의 간극스프링에 의한 접선방향력이 Coulomb 의 파괴 조건에 의해 구해지는 허용 전단력보다 크게 되면 접선방향의 간극스프링은 파괴된다. 식(6) 은 Coulomb 의 파괴 조건에서 구해지는 허용 전단력을 나타내고 있다.

$$(F_s^p)_{allow} = F_n^p \times \tan \phi_\mu + c \quad (6)$$

여기서  $(F_s^p)_{allow}$  는 두 요소들 사이의 허용 전단력이고,  $\phi_\mu$  는 두 요소의 접촉면에서의 마찰각이며,  $c$  는 접착력이다. 또한  $F_n^p$  는 두 요소 사이에서 간극스프링에 작용하는 법선방향력이다. 이와 같이 접선방향으로 파괴가 일어나면 두 요소를 연결하고 있는 간극스프링은 법선방향과 전단방향 모두 파괴된 것으로 간주된다.

## 4. 수치해석

본 장에서는 개발된 수정개별요소법을 검증하기 위해 집중하중이 단부에 재하된 캔틸레버보의 파괴형상과, 충격하중이 재하되는 단순지지보의 파괴형상을 수치해석하여 검토하였다.

### 4.1 캔틸레버보의 파괴거동 해석

구조물의 파괴거동을 해석하기 위한 사전 계산과정으로서 동적거동문제의 검증을 위해 단부에 정적유사 집중하중이 재하되는 캔틸레버보의 거동을 해석하였다. 개발된 개별요소기법이 탄성영역에서 뿐만아니라 파괴이후 붕괴거동에 대해 수치해석을 할 수 있는지를 검토하기 위해 하중은 35MN 으로 재하하였다. 보의 중앙하단에 지지요소를 설치하여 보의 중앙에서 파괴가 발생하도록 유도하였으며 개별요소모형은 그림 3 에 나타내었다. 보의 한쪽단은 회전 및 변위에 대해 고정되도록 하였으며 보의 길이는 10m, 보의 깊이는 1m 로 하였다. 이 형태의 캔틸레버보는 총 63 개의 개별요소를 사용하여 길이방향으로 21열, 깊이방향으로 3열 배치하여 모형화하였다. 사용된 개별요소의 반지름을 0.25m 로 설정하였으며, 사용된 입력물성치를 표 1 에 정리하였다. 또한 시간증분한계는 0.00015초로 산정되었으며 수치해석에서는 시간증분을 0.0001초를 사용하였다.

표 1. 집중하중이 재하되는 캔틸레버보의 입력물성치

물 성 치	단 위	기 호	값
요소질량	kg/m	$m$	383.33
관성모멘트	$(\text{kg/m}) \cdot \text{m}^2$	$I$	11.98
요소스프링의 법선방향 강성	N/m	$K_n^e$	$8.65 \times 10^9$
요소스프링의 접선방향 강성	N/m	$K_s^e$	$5.2 \times 10^9$
간극스프링의 법선방향 강성	N/m	$K_n^p$	$8.65 \times 10^9$
간극스프링의 접선방향 강성	N/m	$K_s^p$	$5.2 \times 10^9$
마찰각	°	$\phi_\mu$	45
접착력	N	$c$	$4.0 \times 10^6$
질량감쇠계수	m	$\alpha$	5.0
파괴시의 허용길이계수	-	$l_{allow}$	1.03

그림 4 에서는 시간단계별로 캔틸레버보의 파괴거동형상을 도시하였다. 하중이 가해짐에 따라 처짐이 발생하고 보의 상부에서부터 스프링이 파괴되며 파괴가 전파되어 지지요소가 설치된 중앙부에서 캔틸레버보가 붕괴되는 형상이 나타내어짐을 알 수 있다.

#### 4.2 충격하중에 의한 단순지지보의 파괴형상해석

발파하중이나 충돌하중과 같이 고속으로 단시간동안 구조물에 재하되는 경우에 구조물은 하중에 의해 발생되어 전파되는 응력과 의해 파괴된다. 파괴거동은 국부적으로 발생하게 되며 균열의 발생과 구조물의 파쇄현상이 동시에 발생한다. 충격하중에 의한 구조물의 파괴거동을 해석하기 위해서는 구조물의 동적거동뿐만 아니라 응력과 전파에 의해 발생하는 국부적인 파쇄현상을 고려하여 충격하중이 가해진 지점의 주변영역의 파괴현상을 해석해야 한다. 본 절에서는 상부에서 한 요소를 단순지지보의 중앙으로 고속낙하시켜 보가 파괴되는 현상을 수치해석한다.

해석대상으로는 길이 5m, 깊이 1m 인 양단 현지고정 지지보이며 해석대상 상부에서 한 물체가 고속낙하하는 경우를 고려하였다. 고속낙하하는 요소에는 2000MN 의 하중을 가하였으며 이 하중에 의해 요소는 고속으로 낙하한다. 해석대상 보의 모형화를 위해 총 111개의 원형개별요소를 사용하였으며, 길이방향으로는 21열, 깊이방향으로는 5열로 배치하였고 사용된 요소의 반지름은 0.125m 로 설정하였다. 대상구조물에 대한 개별요소모형을 그림 5 에 도시하였다. 입력된 물성치는 표 2 에 정리되어있다. 또한 시간증분한계는 0.000187초로 산정되었으며 본 수치해석에서는 시간증분으로 0.00005초를 사용하였다.

표 2. 충격하중이 재하되는 양단현지 고정단순보의 입력물성치

물 성 치	단 위	기 호	값
요소질량	kg/m	$m$	115
관성모멘트	$(\text{kg}/\text{m}) \cdot \text{m}^2$	$I$	0.898
요소스프링의 법선방향 강성	N/m	$K_n^e$	$1.32 \times 10^{10}$
요소스프링의 접선방향 강성	N/m	$K_s^e$	$7.92 \times 10^9$
간극스프링의 법선방향 강성	N/m	$K_n^p$	$6.6 \times 10^{10}$
간극스프링의 접선방향 강성	N/m	$K_s^p$	$3.96 \times 10^9$
마찰각	°	$\phi_\mu$	45
점착력	N	$c$	$4.5 \times 10^6$
질량감쇠계수	m	$\alpha$	0.0
파괴시의 허용길이계수	-	$l_{allow}$	1.015

그림 6 에는 충격하중이 가해진 후 시간변화에 따른 보의 파괴거동형상을 도시하였다. 그림에서 나타내어진 바와 같이 충격하중이 가해지면 구조물 전체적인 거동은 큰 변화를 보이지 않지만 충격하중이 가해진 지점 주변부의 간극스프링이 점차로 파괴되면서 순간적으로 요소들이 구조물에서 떨어져 나가는 현상을 알 수 있다. 이는 충격하중으로 인해 보의 상부에서 발생된 응력과 하부로 전파되고 하부의 자유면에서 반사되어 상부로 전파되면서 하부의 넓은 영역에서 파괴가 발생하게 되며 하부에 서로 결합되어 있던 요소들이 분리되어 독립적으로 거동하게 되는 것이라고 사료된다.

#### 5. 결론

본 연구에서는 개별요소의 운동방정식을 유한차분법의 하나인 중앙차분법을 적용하여 수치적분하고, 각기 요소들간의 접촉거동을 고려할 수 있는 요소스프링과 요소들간의 연속체적인 접촉거동을 고려할 수 있는 간극스프링을 설치하여, 구조물에 충격하중이 재하되었을 경우 그 주변 구조물의 연속체적인 거동과 불연속체적인 거동을 동시에 해석할 수 있는 프로그램을 개발하였다. 개발된 수정개별요소법을 검증하기 위해 정적유사 집중하중이 단부에 재하된 캔틸레버보의 파괴거동과 충격하중이 재하되는 단순지지보의 파괴형상을 수치해석하여 검토하였으며 검토결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 요소와 요소사이에 구조물의 접촉성질을 나타내는 간극스프링을 설치함으로써 개별요소를 사용하여 연속체적인 거동을 해석할 수 있으며 간극스프링이 파괴되면서 발생하는 구조물의 강성저하로 인해 다수의 요소 및 스프링이 설치되었을 때 비탄성적인 거동도 해석할 수 있음을 알 수 있었다.

2. 개발된 수치해석기법을 사용함으로써 충격하중에 의한 구조물의 파괴거동 및 파괴이후 구조물의 불연속체적 거동을 예측할 수 있다는 가능성을 확인하였다.
3. 수치해석에서 모형화된 스프링은 실제구조물의 역학적 성질을 단순화하여 가상적으로 설치된 것이므로 수치해석에서 사용된 입력물성치와 실제물성치와의 관계를 설정하는 방법 및 파괴조건 설정방법에 대해 연구한다면 실제구조물의 거동을 보다 유사하게 예측할 수 있을 것으로 사료된다.

본 연구는 한국학술진흥재단 1994년도 학술연구조성비에 의해 수행된 연구의 일부로서 연구비를 지원해 준 재단당국에 깊이 감사드립니다.

### 참고문헌

1. 김상훈, 개별요소를 이용한 구조물 파괴거동에 관한 연구, 연세대학교 토목공학과 석사학위논문, 1993.
2. Cundall, P.A. and Strack, O.D.L., "A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies," *Geotechnique*, Vol.29, No.1, 1979, pp.47-65.
3. Hakuno, M. and Meguro, K., "Simulation of Concrete-Frame Collapse Due to Dynamic Loading," *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol.119, No.9, 1993, pp.1709-1723.
4. Meguro, K. and Hakuno, M., "Simulation of Collapse of Structures Due to Earthquakes Using the Extended Distinct Element Method," *Earthquake Engineering, Tenth World Conference*, 1992, pp.3793-3796.
5. Uemura, D. and Hakuno, M., "Granular Assembly Simulation with Cundall's Model for the Dynamic Collapse of the Structural Foundation," *Structural Eng. / Earthquake Eng., Japan Society of Civil Engineers*, Vol.4, No.1, 1987, pp.181-190(155s-164s).
6. Heuze, F.E., Walton, O.R., Maddix, D.M., Shaffer, R.J., and Butkovich, T.R., "Analysis of Explosions in Hard Rocks: The Power of Discrete Element," *Comprehensive Rock Engineering: Principles, Practice, and Projects*, editor-in-chief Hudson, J.A., 1st ed., Vol.2-I, Pergamon Press, 1993, pp.387-413.
7. Beer, F.P. and Johnston, E.R., *Vector Mechanics for Engineers: Dynamics*, McGraw-Hill Inc., 1990.
8. Hoffmann, K.A., *Computational Fluid Dynamics for Engineers*, The University of Texas at Austin, 1989.

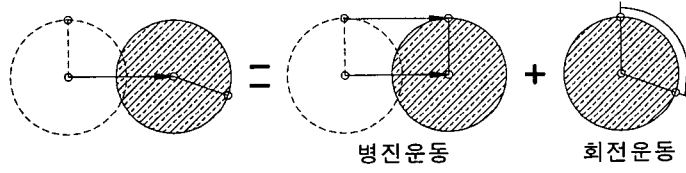


그림 1. 원형개별요소의 병진운동 및 회전운동

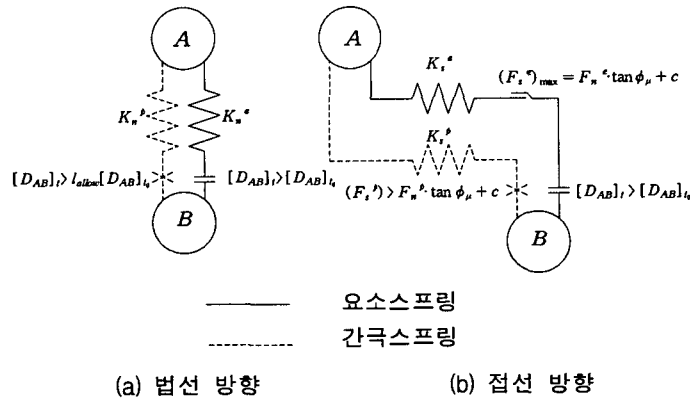


그림 2. 요소스프링 및 간극스프링의 모형화

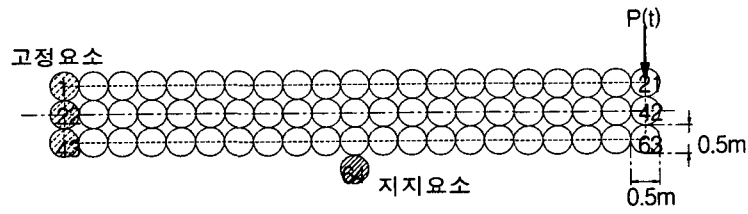


그림 3. 중앙부가 지지된 캔틸레버보의 개별요소모형

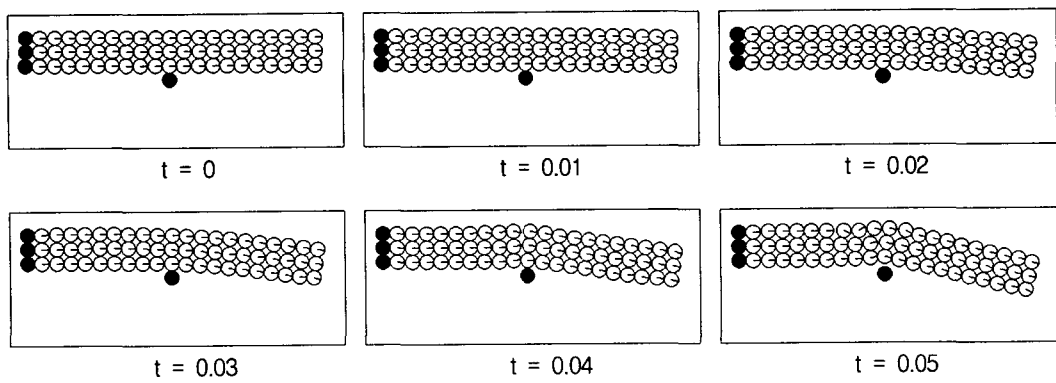


그림 4. 시간단계별 캔틸레버보의 파괴형상

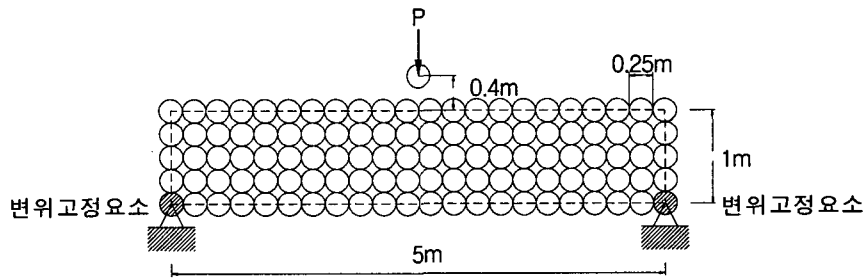


그림 5. 양단한지 고정단순보의 개별요소모형

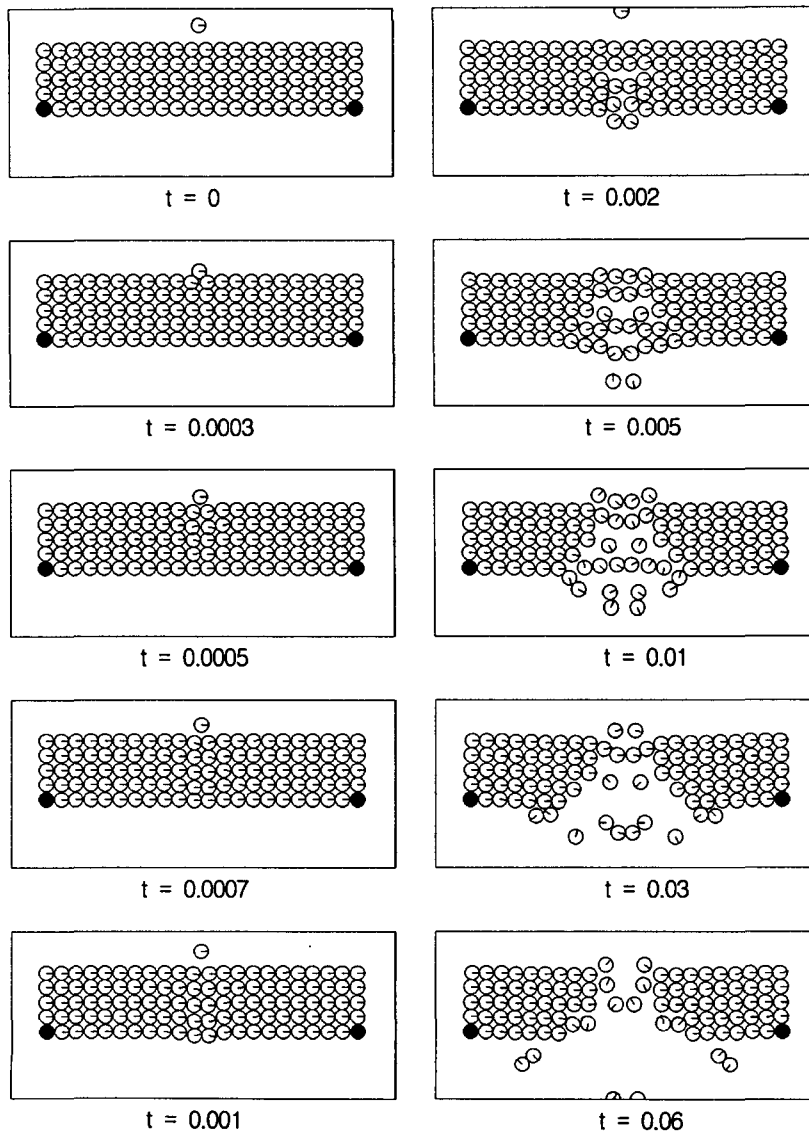


그림 6. 시간단계별 충격하중에 의한 구조물의 파괴거동